BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
LXJ
B
8
NAPOLI

L XI - B. 3

W. V. Duisberg Sculpsit.

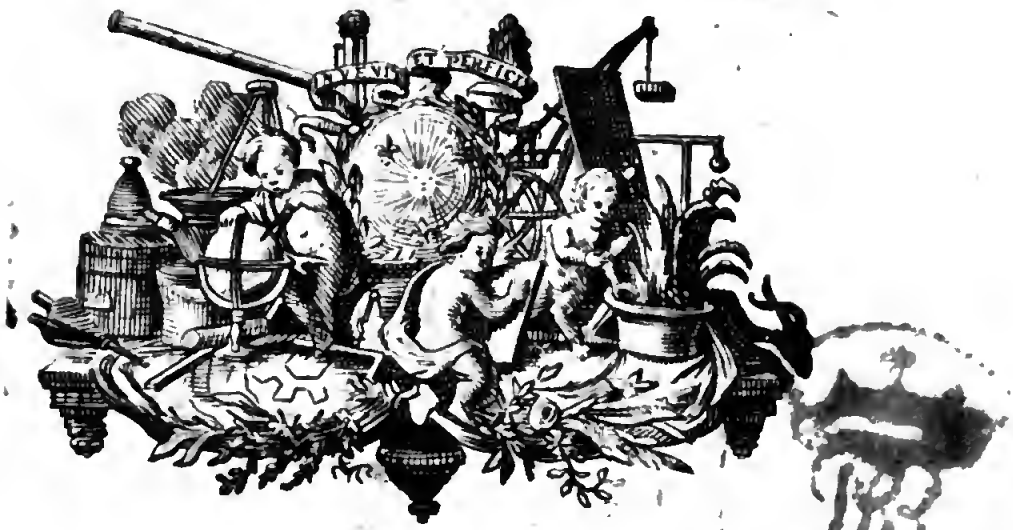
NAPOLI

# HISTOIRE
## DE
# L'ACADEMIE
## ROYALE
# DES SCIENCES.

ANNÉE MDCCIV.

Avec les Memoires de Mathematique & de Phyſique, pour la même Année,

*Tirez des Regiſtres de cette Academie.*



A AMSTERDAM,
Chez GERARD KUYPER, Marchand Libraire à côté de la Maiſon de Ville.

MDCCVII.

*Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de Weſt-Friſe.*

NAPOLI

# PRIVILEGIE.

DE Staten van Hollandt ende West-Vrieslandt, *Doen te weeten*, Alsoo Ons vertoont is by GERRIT KUYPER, Boekverkooper tot Amsteldam, hoe dat hy Suppliant vesig was met groote koste en veele moeyte te drukken van seeker Boek, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel, & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. met alle de volgende Deelen en Figuren, in soo veel Deelen, Taalen en Formate als de Suppliant sal goet vinden: Ende de Suppliant beducht zynde dat sommige baatsoekende menschen, soo ras het zelve Werk soude zyn in 't licht gebracht, aanstonts souden trachten naar te drukken, ofte te doen drukken, tot merkelyke schade van de Suppliant, Soo dan omme daar inne te weesen gesecureert, soo keerde zig den Suppliant tot Ons, versoekende ten eynde Wy aan hem gunstelyk geliefden te verleenen Ons Octroy omme het voorsz. Werk, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel, & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. met alle de volgende Deelen en Figuren, en in soo veel Deelen en Taalen, en in sulken Formaat, als by den Suppliant soude goet gevonden werden, voor den tyd van Vyftien eerst achter een volgende Jaaren, alleen ende met uytsluytinge van alle anderen binnen dese Provintie te mogen drukken, doen drukken, ende verkopen; Ende op sodanige Pœne als Wy daar toe soude gelieven te statuëren; SOO IS 'T, dat Wy de zaake en 't versoek voorsz. overgemerkt hebbende, ende genegen wesende ter bede van den Suppliant, uyt Onse regte wetenschap, Souveraine magt ende authoriteyt, den selven Suppliant geconsenteert, geaccordeert ende geoctroyeert hebben; consenteren, accordëren ende octroyeren hem mits desen, dat hy gedurende den tyd van Vyftien eerst agter een volgende Jaaren, het voorsz. Boek, genaamt *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel, & Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirez des Registres de cette Academie, commencée avec l'Année* 1699. doen drukken, binnen den voorschreven Onsen Landen alleen sal mogen drukken, met alle de volgende Deelen en Figuren, en in soo veel Deelen en Taalen en Formaate als den Suppliant sal goed vinden, uytgeven ende

verkopen; Verbiedende daarom allen ende een yegelyken, het ſelve Boek, in't geheel, ofte ten deel naar te drukken, ofte elders naar gedrukt, binnen den ſelven Onſen Lande te brengen, uyt te geven, ofte te verkopen, op de verbeurte van alle de naargedrukte, ingebragte, ofte verkogte Exemplaren, ende een boete van drie hondert guldens daaren-boven te verbeuren, te appliceren een derde part voor den Officier, die de Calange doen ſal, een derde part voor den Armen der plaatſe daar het Caſus voorvallen ſal, ende het reſteerende derde part voor den Suppliant. Alles in dien verſtande, dat Wy den Suppliant met deſen Onſen Octroye alleen willende gratificeren, tot verhoedinge van ſyne ſchade, door het naardrukken van het voorſchreve Boek, daar door in geenigen deele verſtaan, den inhouden van dien te authoriſeeren, ofte te advoueren, ende veel min het ſelve onder Onſe Protectie ende beſcherminge eenig meerder Credit, Aanſien, ofte Reputatie te geven; nemaar den Suppliant, in cas daar inne iets onbehoorlyks zoude influeeren, alle het ſelve tot zynen laſte ſal gehouden weſen te verantwoorden; tot dien eynde wel expreſſelyk begeerende, dat by aldien hy deſen Onſen Octroye voor het ſelve ſal willen ſtellen, daar van geen geabrevieerde, ofte gecontraheerde mentie ſal mogen maken, nemaar gehouden ſal weſen het ſelve Octroy, in 't geheel, en ſonder eenige Omiſſie daar voor te drukken, ofte te doen drukken, ende dat hy gehouden zal zyn een Exemplaar van het voorſchreve Boek, gebonden en wel geconditioneert, te brengen in de Biblioteecq van Onſe Univerſiteyt tot Leyden, ende daar van behoorlyk te doen blyken. Alles op pœne van het effect van dien te verlieſen. Ende ten eynde den Suppliant deſen Onſen Conſente ende Octroye mogen genieten als naar behoren; Laſten Wy allen ende een yegelyken die 't aangaan mag, dat zy den Suppliant van den inhoude van deſen, doen, laten ende gedogen, ruſtelyk, vredelyk ende volkomentlyk genieten ende gebruyken; ceſſerende alle belet ter contrarie. Gedaan in den Hage, onder Onſen grooten Zegele hier aan doen hangen, op den twee-en-twintigſten January, in't Jaar Onſes Heeren ende Zaligmakers ſeventien-hondert en ſes.

A. HEINSIUS.

Ter Ordonnantie van de Staten

SIMON van BEAUMONT.

TA-

# TABLE
## POUR
# L'HISTOIRE.

## PHYSIQUE GENERALE.

*Sur le Barometre rectifié.* Page 1
*Diverſes Obſervations de Phyſique générale.* 10

## ANATOMIE.

*Sur l'Iris de l'œuil.* 15
*Diverſes Obſervations Anatomiques.* 22

## CHIMIE.

*Sur la recompoſition du Souffre.* 46
*Obſervation Chimique.* 49

## BOTANIQUE.

*Obſervation Botanique.* 50

# TABLE

## ARITHMETIQUE.

*Sur une proprieté générale de toutes les Puiſſances.* 51

## GEOMETRIE.

*Sur la rectification des Courbes.* 54
*Sur les lieux qui ſeforment par le concours des Tangentes de la Cycloide, & des Sections Coniques.* 56
*Sur les Spirales à l'infini.* 57

## ASTRONOMIE.

*Sur deux Eclipſes de Lune.* 71
*Sur le mouvement d'un Aſtre en aſcenſion droite comparé à ſon mouvement en longitude.* 76
*Sur les Planetes en général, & ſur Saturne en particulier.* 80
*Sur le Calendrier.* 89

## HYDROGRAPHIE. 93

## DIOPTRIQUE.

*Des Foyers en général.* 94

ACOUS-

## ACOUSTIQUE. 108

## MECHANIQUE.

*Sur le centre d'Oſcillation.* 110
*Sur la figure de l'Extrados d'une Voute circulaire, dont tous les Vouſſoirs ſont en équilibre entr'eux.* 114
*Sur les Frotemens.* 118
*Sur un Niveau d'une nouvelle conſtruction.* 122
*Sur les vîteſſes des corps mûs ſuivant des Courbes.* 129
*Sur la plus grande perfection poſſible des Machines, dont un fluide eſt la force mouvante.* 144
*Machines ou Inventions approuvées par l'Academie en* 1704. 153
*Eloge de M. le Marquis de l'*Hôpital. 154

# TABLE
## POUR LES
# MEMOIRES.

*OBſervation de la quantité d'eau de pluie qui eſt tombée à l'Obſervatoire, avec les hauteurs du Thermometre & du Barometre pendant l'année* 1704. Par M. DE LA HIRE. Pag. 1

*Obſervation de l'Eclipſe de Lune du* 23 *Decembre* 1703. *à l'Obſervatoire.* Par M. DE LA HIRE. 7

*Obſervation ſur une Hydropiſie de cerveau.* Par M. DU VERNEY le jeune. 8

*Obſervation d'une Tache qui a paru dans le Soleil au mois de Janvier* 1704. *à l'Obſervatoire.* Par M. DE LA HIRE. 11

*Obſervation de deux Taches dans le Soleil.* Par M. MARALDI. 13

*Suite des Obſervations des Taches.* Par M. MARALDI. 14

*Extrait des Obſervations de l'Eclipſe de Lune du* 23 *Decembre* 1703, *faites à* Dunkerque *par M.* Chazelles, *à* Montpellier *par Mrs. de* Plantade & Clapiers, *à* Arles *par M.* Davizard, *à* Avignon *par le R. P.* Bonfa, & *à* Marſeille *par le R. P. de* Laval *Profeſſeur d'Hydrographie.* Par M. CASSINI le fils. 17

*Maniere générale de déterminer géometriquement le foyer d'une Lentille, formée par deux Courbes quelconques, de même ou de differente nature, telle que puiſſe être la raiſon de la refraction,* &

*& de quelque maniere que puiſſent tomber les rayons de lumiere ſur une des faces de cette Lentille, c'eſt-à-dire, ſoit qu'ils y tombent divergens, paralleles, ou convergens.* Par M. GUISNÉE. 31

*Retour des Taches obſervées dans le Soleil au commencement de Janvier.* Par M. MARALDI. 53

*Obſervations du retour d'une des Taches qui parut le 7 de Janvier vers le bord Occidental du Soleil.* Par M. DE LA HIRE. 58

*Nouvelles Remarques ſur les Inſectes des Orangers.* Par M. DE LA HIRE. 60

*Extrait d'une Lettre de M.* Sarraſin *Medecin du Roi en* Canada, *touchant l'Anatomie.* Par M. PITTON TOURNEFORT. 64

*Methode pour la rectification des Courbes.* Par M. CARRÉ. 87

*Nouvelle formation de Spirales beaucoup plus differentes entr'elles que tout ce qu'on peut imaginer d'autres Courbes quelconques à l'infini; avec les Touchantes, les Quadratures, les Déroulemens, & les longueurs de quelques-unes de ces Spirales qu'on donne ſeulement ici pour exemples de cette formation générale.* Par M. VARIGNON. 91

*Obſervation d'une nouvelle Tache dans le Soleil.* Par M. MARALDI. 181

*Comparaiſon des obſervations de M.* Manfredi *avec les nôtres.* Par M. MARALDI. 183

*Détermination du temps auquel le mouvement du Soleil en longitude eſt égal à ſon mouvement en aſcenſion droite.* Par M. PARENT. 185

*Démonſtration du Principe de M.* Huygens, *touchant le centre de Balancement, & de l'identité de ce centre avec celui de percuſſion.* Par M. BERNOULLI Profeſſeur à *Bâle.* 188

*Reflexions ſur des Memoires touchant la Correction* Gregorienne, *communiquées par M.* Bianchini *à M.* Caſſini. 197

*Des Equations des mois Lunaires & des années Solaires.* Par M. CASSINI. 201

*Obſervation ſur un battement de veines ſemblable au battement des arteres.* Par M. HOMBERG. 218

*Que tous les Barometres tant doubles que ſimples qu'on a conſtruits juſqu'ici, agiſſent non-ſeulement par le plus ou le moins de poids de l'air, mais encore par ſon plus ou moins de chaleur: & le moyen de prévenir dorénavant ce défaut dans la conſtruction des Barometres doubles, & d'en corriger l'erreur dans l'uſage des Barometres ſimples.* Par M. AMONTONS. 224

*Nouvelle Statique avec frotemens & ſans frotemens, ou Regles pour calculer les frotemens des Machines dans l'état d'équilibre. Premier Memoire, Qui contient tout ce qui ſe fait ſur des Plans inclinez.* 235

*Second Memoire. Trouver la force avec laquelle il faut pouſſer un coin, pour ſeparer un corps ou directement, ou ſur un point fixe, ou ſur deux.* Par M. PARENT. 255

*Obſervations de la derniere Eclipſe de Lune.* Par M. CASSINI. 269

*Extrait d'une Lettre de M.* Manfredi, *ſur une Eclipſe de Venus par la Lune obſervée à* Bologne *le 30 Juin* 1704. *& rapportée* Par M. MARALDI. 271

*Obſervation de l'Eclipſe de Lune faite à Bologne le 17 Juin* 1704, *par Meſſieurs* Manfredi & Stancari, *& rapportée* Par M. MARALDI. 272

*Réponſe de M. de* LAGNY *aux Remarques de M.* Chazelles *ſur ſon Memoire Hydrographique.* 273

Troi-

*Troiſiéme Memoire. Des Poulies & de leurs Tourillons.* Par M. PARENT. 281

*Deſcription d'un lieu Géometrique, où ſont les ſommets des angles égaux formez par deux Touchantes d'une Cycloide.* Par M. DE LA HIRE. 285

*Conſtruction générale des lieux où ſont les ſommets de tous les angles égaux droits, aigus ou obtus, qui ſont formez par les Touchantes des Sections Coniques.* Par M. DE LA HIRE. 298

*Occultation de Jupiter par la Lune obſervée en plein jour.* Par Mrs. CASSINI & MARALDI. 316

*Hiſtoire du Formica-leo.* Par M. POUPART. 319

*Obſervations de la conjonction de Jupiter avec la Lune, au matin du 24 Août 1704 à l'Obſervatoire.* Par M. DE LA HIRE. 333

*Conjonction de Jupiter avec la Lune obſervée le 24 Août 1704.* Par Mrs. CASSINI & MARALDI. 334

*Deſcription & uſage d'un Niveau d'une nouvelle conſtruction.* Par M. DE LA HIRE. 338

*Des mouvemens de l'Iris, & par occaſion de la partie principale de l'Organe de la vûe.* Par M. MERY. 351

*Diſcours ſur les Barometres.* Par M. AMONTONS. 364

*Maniere de recompoſer le Souffre commun par la réunion de ſes principes, & d'en compoſer de nouveau par le mélange de ſemblables ſubſtances, avec quelques conjectures ſur la compoſition des métaux.* Par M. GEOFFROY. 374

*Maniere de diſcerner les vîteſſes des corps mus en lignes courbes; de trouver la nature ou l'équation de quelque Courbe que ce ſoit engendrée par le concours de deux mouvemens connus; & réciproquement de déterminer une infinité de vîteſſes*

*teſſes propres deux à deux à engendrer ainſi telle Courbe qu'on voudra, & même de telle viteſſe qu'on voudra ſuivant cette Courbe.* Par M. VARIGNON. 384

*Conſiderations ſur la Théorie des Planetes.* Par M. MARALDI. 411

*Obſervation d'une petite Tache dans le Soleil en Novembre* 1704. *à l'Obſervatoire.* Par M. DE LA HIRE. 431

*Sur la plus grande perfection poſſible des Machines.* Par M. PARENT. 432

*Extrait des Obſervations faites à la* Martinique *par le P.* Feuillée *en* 1703 & 1704. *Comparées aux Obſervations qui avoient été déja faites en cette Iſle par Mrs.* des Hayes & du Glos. *Et à celles qui ont été faites en même temps à l'Obſervatoire Royal.* Par M. CASSINI le fils. 452

*Deſcription de deux eſpeces de* Chamærhododendros *obſervées ſur les côtes de la Mer noire.* Par M. TOURNEFORT. 461

*Obſervations de l'Eclipſe de Lune qui eſt arrivée le* 11 *Decembre* 1704 *au matin à l'Obſervatoire.* Par Mrs. DE LA HIRE. 470

*Obſervation de l'Eclipſe de Lune du* 10 *Decembre* 1704. Par Mrs. CASSINI & MARALDI. 475

*Remarques ſur les nombres Quarrez, Cubiques, Quarré-Quarrez, Quarré-Cubiques & des autres degrez à l'infini.* Par M. DE LA HIRE. 477

*Memoire ſur les Combinaiſons.* Par le R. P. SEBASTIEN TRUCHET. 483

*Avis*

*Avis au Relieur.*

Le Relieur prendra garde que le papier qui eſt à côté des Figures doit être conſervé pour faire déborder les Figures hors du Livre.

*Den Boekbinder zy gewaarſchout het papier ter zyde de Figure niet af te ſnyden: maar zodanig in te zetten, dat dezelve buiten het Boek uitſlaan.*

AVER-

# AVERTISSEMENT.

*ON a imprimé dans les* Memoires *de* 1703 *pag.* 376. *un Ecrit de M.* Rolle *intitulé* Du nouveau Syſtême de l'Infini. *Les Reflexions que diverſes perſonnes ont faites ſur cet Ecrit, ſur les principes qui y ſont avancez, & ſur les conſéquences qu'on en pourroit tirer, obligent à déclarer que quoiqu'il ſe trouve parmi les autres Ouvrages deſtinez à l'impreſſion par l'Academie, ſon intention n'a jamais été d'adopter rien de ce qui s'y peut trouver.*

HIS-

# HISTOIRE
## DE
# L'ACADEMIE ROYALE
# DES SCIENCES.
## ANNE'E M. DCCIV.

## PHYSIQUE GENERALE.

---

## SUR LE
# BAROMETRE RECTIFIE'.

* NOus meſurons aujourd'hui ce qui n'avoit jamais été meſuré, le chaud, le froid, la peſanteur de l'air. Mais cet avantage de nôtre ſiécle ſur tous ceux qui l'ont précedé ſeroit imparfait, ſi les Meſures nouvelles n'étoient portées à toute la juſteſſe & à toute la préciſion que demande le caractere général de Meſure.

M. *Amontons*, après avoir rectifié le Thermo-

* Voyez les Memoires, pag. 224. & 364.

mometre, ainſi qu'on a vû dans l'Hiſtoire de 1702.* a paſſé au Barometre. Le Barometre, uniquement deſtiné à meſurer la peſanteur de l'air, ſe reſſent des differens degrez de froid ou de chaud, & devenant Thermometre en partie, devient defectueux, & équivoque. S'il eſt ſimple, ou à une ſeule branche, le Mercure tout peſant qu'il eſt n'eſt pas exempt de rarefaction dans le chaud, ainſi que M. *Homberg* l'a remarqué le premier par l'uſage de ſon Aréometre; il s'éleve donc par la chaleur ſeule, & trompe l'Obſervateur, parce que l'on compte qu'il ne s'éleve que par l'augmentation de la peſanteur de l'air. Si le Barometre eſt double ou à deux branches, la même ſource d'erreur s'y trouve, mais d'une maniere d'autant plus dangereuſe que le Barometre double donne les mêmes degrez plus grands que le ſimple, ce qui fait tout ſon avantage. De plus les degrez y ſont marquez par une liqueur que l'on met dans la boete inferieure, & dans la ſeconde branche; & quoique cette liqueur qui eſt ordinairement ou de l'Eau ſeconde, ou de l'Huile de Tartre teinte, ait été choiſie exprès parce qu'elle ſe rarefie peu, elle ſe rarefie pourtant, & met une nouvelle confuſion dans le Barometre.

M. *Amontons* a trouvé par experience que du plus grand froid au plus grand chaud de nôtre Climat, le Mercure augmente ſon volume, ou, ce qui eſt la même choſe, diminue ſa peſanteur ſpecifique de $\frac{1}{115}$. On a experimenté d'ailleurs que les deux termes entre leſquels eſt renfermée la variation de hauteur du Mercure

* Pag. 1. & ſuiv.

cure dans le Barometre ſimple ſont 26 pouces 4 lignes, & 28 pouces 4 lignes. En prenant donc ces 28 pouces 4 lignes pour la plus grande hauteur du Mercure, & ſuppoſant que la peſanteur de l'Atmoſphere le tienne ſuſpendu à cette hauteur pendant le plus grand froid de nôtre Climat, & que cette peſanteur ne varie point juſqu'au plus grand chaud, le Mercure hauſſera neceſſairement de la 115e partie de 28 pouces 4 lignes, c'eſt-à-dire de 3 lignes environ, ſans que la peſanteur de l'Atmoſphere ſoit devenue plus grande.

Ces 3 lignes ſont très-conſiderables puiſqu'elles ſont la 8e partie des 2 pouces que peut parcourir toute la variation du Mercure, mais elles deviennent encore plus conſiderables dans certaines operations, par exemple, lorſqu'on meſure la hauteur des Montagnes par le Barometre*, car une ligne de Mercure répond alors à pluſieurs Toiſes de la hauteur de la Montagne, & l'air peut être en même temps beaucoup plus chaud au pied qu'au ſommet, difference qui ſera d'autant plus grande que la Montagne ſera plus élevée.

Voici maintenant d'où viendra l'erreur du Barometre double. On ſait que la colonne de Mercure qui y fait équilibre tant avec le poids de l'Atmoſphére, qu'avec le poids de la liqueur contenue dans une partie de la boete inferieure & dans la ſeconde branche, n'a pour ſa longueur ou hauteur que la diſtance des deux ſurfaces du Mercure renfermé dans les deux boetes. Quand la ſurface du Mercure de la boete inferieure baiſſe, & que celle du Mercure de la

* Voyez l'Hiſt. de 1703. pag. 14.

la boete ſuperieure hauſſe, la colonne de Mercure qui fait tout l'équilibre s'allonge, & cela arrive quand le poids de l'Atmoſphere augmente. Alors la liqueur baiſſe dans ſon tuyau. C'eſt tout le contraire quand la ſurface du Mercure de la boete ſuperieure baiſſe, & que celle du Mercure de la boete inferieure hauſſe; la colonne qui fait l'équilibre s'accourcit, & la liqueur monte dans ſon tuyau. Si la ſurface du Mercure de la boete ſuperieure hauſſe, & qu'il ſoit poſſible que celle du Mercure de la boete inferieure hauſſe auſſi, & également, la colonne ne s'allonge ni ne s'accourcit. Or ſi l'on ſuppoſe, comme on a fait pour le Barometre ſimple, que la colonne de Mercure du Barometre double, c'eſt-à-dire, la diſtance des deux ſurfaces de Mercure, ait de longueur 28 pouces 4 lignes dans le plus grand froid, & qu'enſuite vienne le plus grand chaud de nôtre climat, ſans que la peſanteur de l'Atmoſphére change, le Mercure des deux boetes ſe rarefiera également, & par conſéquent ſa ſurface s'élevera également dans toutes les deux, & la colonne qui fait l'équilibre demeurera de la même longueur dont elle étoit. Mais cette colonne de Mercure qui par la rarefaction a augmenté ſon volume de $\frac{1}{117}$ a auſſi diminué ſon poids d'autant; elle ne peut donc plus faire équilibre à la peſanteur de l'Atmoſphére qui n'a point changé, & par conſéquent l'air qui peſe immédiatement ſur la liqueur la fait baiſſer, & donne au Barometre une fauſſe apparence d'une augmentation de peſanteur de l'Atmoſphére. Si la liqueur eſt 14 fois plus legere que le Mercure, comme on le ſuppoſe ordinairement, l'air qui agit contre une colonne de Mercure af-

affoiblie de la valeur de 3 lignes, ou, ce qui eſt la même choſe, l'air devenu plus fort de cette même valeur, fera baiſſer la liqueur de 3 fois 14 lignes, ou de 3 pouces ½, ce qui eſt une très grande variation, à laquelle cependant le poids de l'Atmoſphére n'a aucune part. La liqueur ne peut baiſſer, que la ſurface du Mercure de la boete inferieure ne baiſſe auſſi, & que celle du Mercure de la boete ſuperieure ne hauſſe, ce qui allonge la colonne de Mercure, & la remet en équilibre avec l'Atmoſphére.

Le calcul des 3 pouces ½ dont la liqueur baiſſe, n'eſt juſte qu'en ne conſiderant point ſa rarefaction. Mais réellement elle ſe rarefie, & plus conſiderablement que le Mercure. Comme dans la ſuppoſition préſente, la peſanteur de l'Atmoſphére n'a point changé, mais ſeulement celle de la colonne de Mercure, la liqueur qui trouve du côté de l'air plus de réſiſtance à l'extenſion que demande ſa rarefaction, qu'elle n'en trouve du côté du Mercure, ne s'étend que de ce côté plus foible, & par conſéquent elle ne prend cette nouvelle extenſion que dans la boete inferieure, & non dans ſon tuyau. Or elle occupe par-là une partie de l'eſpace qu'abandonne le Mercure qui ſort de la boete inferieure, & par conſéquent baiſſe d'autant moins dans ſon tuyau; de ſorte que ſi elle occupoit par ſa rarefaction tout l'eſpace abandonné par le Mercure, elle ne baiſſeroit nullement dans le tuyau, mais il eſt conſtant qu'elle ne ſe rarefie pas aſſez pour cela, & elle baiſſe dans le tuyau, ſans que la peſanteur de l'Atmoſphére ſoit augmentée.

Il eſt donc ſûr que l'un & l'autre Barome-

tre avoient beſoin de correction, & comme tout le mal venoit de la variation du chaud & du froid, envain eût-on travaillé à y chercher un remede, ſi l'on n'avoit eu un Thermometre exact & fixe, tel que celui de M. *Amontons*. Auſſi un des premiers fruits de ce Thermometre eſt la rectification du Barometre.

Le Barometre ſimple eſt d'une telle ſimplicité dans ſa conſtruction, qu'il eſt impoſſible d'y rien changer, & tout ce qu'a pû faire M. *Amontons*, a été de dreſſer une Table qui marquât de combien la colonne de Mercure varioit pour tous les degrez de chaleur indépendamment de la peſanteur de l'Atmoſphére.

Il ſuppoſe une colonne de Mercure de 28 pouces 9 lignes dans le plus grand froid de nôtre climat. Il eſt vrai que réellement cette colonne ne paſſe point 28 pouces 4 lignes, mais parce que la rarefaction du Mercure dans le plus grand chaud eſt de $\frac{1}{11\frac{1}{2}}$, & que 3 lignes ſont préciſément $\frac{1}{11\frac{1}{2}}$ de 28 pouces 9 lignes, cette ſuppoſition eſt plus commode pour le calcul, & elle ne produit nulle erreur ſenſible. Le Thermometre de M. *Amontons* eſt dans le plus grand froid à 50 degrez, & dans le plus grand chaud à 58, & ces degrez étant des pouces, ce ſont 8 pouces ou 96 lignes que le Thermometre parcourra, tandis que le Barometre ſimple parcourra 3 lignes par la ſeule action de la chaleur. 3 étant 32 fois dans 96, le Barometre hauſſera de $\frac{1}{32}$ de ligne, pour chaque ligne dont hauſſera le Thermometre, & par conſéquent le Barometre étant ſuppoſé conſtruit dans le grand froid, & ſa colonne de Mercure longue alors de 28 pouces 9 lignes, il faut pour chaque ligne dont le Thermometre s'élevera

vera au deſſus du 50e degré, retrancher de la hauteur du Barometre $\frac{1}{32}$ de ligne, & l'on aura la veritable hauteur où le tient la peſanteur de l'Atmoſphére, indépendamment de la variation du chaud & du froid.

Quant au Barometre double, M. *Amontons* change ſa conſtruction en partie. Nous avons déja ſuffiſamment inſinué, que du plus grand froid au plus grand chaud il ne varieroit point, la peſanteur de l'Atmoſphére demeurant la même, ſi la liqueur ſe rarefioit aſſez pour occuper dans la boete inferieure tout l'eſpace que le Mercure a quitté. C'eſt cette réflexion qui a donné à M. *Amontons* tout le ſecret de la correction de ce Barometre. Il faut que la colonne de Mercure affoiblie par la chaleur, s'allonge de 3 lignes pour ſe remettre en équilibre avec l'Atmoſphére. Elle ne peut s'allonger de cette quantité que la ſurface du Mercure de la boete inferieure ne baiſſe d'une ligne $\frac{1}{2}$, ce qui fera hauſſer d'autant la ſurface du Mercure de la boete ſuperieure, & augmentera de 3 lignes leur diſtance. Il faut donc qu'il ſorte de la boete inferieure 1 ligne $\frac{1}{2}$ de Mercure, & afin que la liqueur ne baiſſe point dans ſon tuyau, il faut qu'elle ſe rarefie dans la boete préciſément de cette quantité.

Cela ne dépend plus que de la nature de la liqueur, & de la capacité de la boete. M. *Amontons* prend de l'Eſprit de vin, dont il a trouvé par experience que la rarefaction du grand froid au grand chaud, étoit de $\frac{1}{27}$. Par conſéquent afin que l'Eſprit de vin prenne la place de 1 ligne $\frac{1}{2}$ de Mercure, il faut que la quantité de l'Eſprit de vin contienne 27 fois cette ligne & demie, c'eſt-à-dire 27 fois un cylindre de 1 li-

gne $\frac{1}{2}$ de hauteur, qui auroit pour diamêtre celui de la boete. Cette quantité d'Eſprit de vin étant déterminée, M. *Amontons* eſt obligé de changer la figure de la boete qui contient le Mercure & la liqueur. Il la laiſſe telle qu'elle étoit dans ſa partie qui contient le Mercure, & comme on ne peut pas augmenter la hauteur du tout, il augmente beaucoup la largeur de la partie qui contiendra l'Eſprit de vin, afin qu'elle en contienne toute la quantité neceſſaire. On peut remarquer ici que M. *Amontons* pour reparer les deſordres que cauſoit la rarefaction dans le Barometre double, employe une liqueur qui ſe rarefie beaucoup plus que celle qu'on y employoit auparavant.

Le Barometre ainſi conſtruit, ſi l'on a eu ſoin en le rempliſſant de bien purger d'air tout le haut de la boete ſuperieure au deſſus du Mercure, il eſt clair que la peſanteur de l'Atmoſphére demeurant la même, il ne variera point, quelque variation qui arrive à la chaleur, & d'ailleurs que le grand froid, pendant lequel on le ſuppoſe conſtruit, demeurant le même, il variera exactement ſelon toutes les variations qui arriveront à la peſanteur de l'Atmoſphére. Juſque-là, il eſt dans toute la perfection poſſible; mais ſi la chaleur & le poids de l'Atmoſphére varient en même temps, ce qui arrive le plus communément, comment ſe reglera-t'on?

La liqueur du Barometre élevée le plus qu'elle le puiſſe être & par le peu de peſanteur de l'Atmoſphére, & par l'action de la chaleur ne peut guere paſſer 28 pouces. Si cette liqueur eſt de l'Eſprit de vin, il y aura, dans la ſuppoſition préſente, un pouce à retrancher de cette hauteur,

teur, pour n'avoir que celle où l'Eſprit de vin eſt élevé par le peu de peſanteur de l'Atmoſphére, car ce pouce eſt préciſément la 27e partie que la rarefaction a ajoûtée à l'élévation cauſée par l'Atmoſphére. Ce retranchement d'un pouce n'étant que pour le temps de la plus grande chaleur, où le Thermometre de M. *Amontons* eſt à 58, il ſe fera toûjours un retranchement moindre à proportion pour tous les degrez inférieurs juſqu'à 50, où eſt le plus grand froid, ainſi ſelon le degré où ſera le Thermometre on retranchera de la hauteur de l'Eſprit de vin dans le Barometre double ou un pouce ou une partie d'un pouce, juſqu'à ce que le Thermometre étant à 50 on ne retranche rien. Voilà le principe d'une eſpece de Table que M. *Amontons* a conſtruite, qui donne tout d'un coup les hauteurs à retrancher.

Il ne faut pas oublier que le Barometre double de M. *Amontons* a encore un avantage ſur l'ancien. Un Barometre eſt d'autant plus *ſenſible* qu'il marque les mêmes changemens dans une plus grande étendue. Ainſi le Barometre double eſt plus ſenſible que le ſimple, parce que tout le jeu de la variation du ſimple étant renfermé dans l'étendue de deux pouces de Mercure, cette même variation eſt marquée dans le double par une liqueur qui eſt beaucoup plus legere que le Mercure, & dont pluſieurs pouces hauſſent ou baiſſent par l'élevation d'un pouce de Mercure, ſelon la proportion de leurs peſanteurs. L'Eau Seconde que l'on employe communément dans le Barometre double eſt 14 fois plus legere que le Mercure, & donne les degrez 14 fois plus grands.

Mais l'Esprit de vin qui dans une constitution moyenne de l'air est 16 ¼ fois plus leger que le Mercure produira donc une plus grande sensibilité dans le Barometre double de M. *Amontons*.

---

# DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

## I.

M. *Maraldi* ayant communiqué à l'Academie des Relations qu'il avoit reçûes des Tremblemens de terre arrivez en *Italie*, nous en détacherons ici ce qu'elles contenoient de plus physique.

Les Tremblemens commencerent en *Italie* au mois d'Octobre 1702, & continuerent jusqu'au mois de Juillet 1703. Les Pays qui en ont le plus souffert, & qui furent aussi ceux par où ils commencerent, sont la Ville de *Norcia* avec ses dépendances dans l'*Etat Ecclesiastique*, & la Province de l'*Abrusse*. Ces pays sont contigus, & situez au pied de l'*Apennin* du côté du Midi.

Souvent les Tremblements ont été accompagnez de bruits épouvantables dans l'air, & souvent aussi on a entendu ces bruits sans qu'il y ait eu de tremblements, le ciel étant même fort serain. Le tremblement du 2. Fevrier 1703. qui fut le plus violent de tous, fut accompagné, du moins à *Rome*, d'une grande serenité du ciel, & d'un grand calme dans l'air.

Il

Il dura à *Rome* une demi-minute, & à l'*Aquila* Capitale de l'*Abruſſe* trois heures. Il ruina toute la Ville de l'*Aquila*, enſevelit 5000 perſonnes ſous les ruïnes, & fit un grand ravage dans les environs.

Communément les balancemens de la Terre ont été du Nord au Sud, ou à peu près, ce qui a été remarqué par le mouvement des Lampes des Egliſes.

Il s'eſt fait dans un champ deux ouvertures d'où il eſt ſorti avec violence une grande quantité de pierres qui l'ont entierement couvert, & rendu ſterile. Après les pierres il s'élança de ces ouvertures deux jets d'eau qui ſurpaſſoient beaucoup en hauteur les arbres de cette campagne, qui durerent un quart d'heure, & inonderent juſqu'aux campagnes voiſines. Cette eau eſt blanchâtre, ſemblable à de l'eau de ſavon, & n'a aucun goût.

Une Montagne qui eſt près de *Sigillo*, Bourg éloigné de l'*Aquila* de 22 Milles, avoit ſur ſon ſommet une plaine aſſez grande environnée de rochers, qui lui ſervoient comme de murailles. Depuis le tremblement du 2. Fevrier il s'eſt fait à la place de cette plaine un gouffre de largeur inégale dont le plus grand diamêtre eſt de 25 toiſes, & le moindre de 20. On n'a pû en trouver le fond, quoiqu'on ait été juſqu'à 300 toiſes. Dans le temps que ſe fit cette ouverture, on en vit ſortir des flâmes, & enſuite une très-groſſe fumée qui dura 3 jours avec quelques interruptions.

A *Genes* le 1. & le 2. Juillet 1703, il y eut deux petits tremblements. Le dernier ne fut ſenti que par des gens qui travailloient ſur le Mole. En même temps la mer dans le Port

s'abbaiſſa de 6 pieds, en ſorte que les Galeres dans la Darſe toucherent le fond, & cette baſſe mer dura près d'un quart d'heure.

L'eau ſouffrée qui eſt dans le chemin de *Rome* à *Tivoli* s'eſt diminuée de deux pieds & demi de hauteur tant dans le baſſin, que dans le foſſé. En pluſieurs endroits de la plaine appellée *le Teſtine* il y avoit des ſources & des ruiſſeaux d'eau qui formoient des marais impraticables. Tout s'eſt ſeché. L'eau d'un Lac appellé l'Enfer a diminué auſſi de 3 pieds en hauteur. A la place des anciennes ſources qui ont tari, il en eſt ſorti de nouvelles environ à une lieue des premieres, en ſorte qu'il y a apparence que ce ſont les mêmes eaux qui ont changé de route.

II.

*M. *de la Hire* avoit publié dans les Memoires de l'Academie de 1692. ce qu'il avoit découvert ſur des Inſectes qui s'attachent aux Orangers, & qu'on appelle communément Punaiſes. Ce qu'ils ont de plus particulier, c'eſt qu'on les voit attachez pendant 8 mois entiers à un même endroit ſoit d'une feuille d'Oranger, ſoit de la tige de l'arbre, ſans l'abandonner jamais. Pendant ce temps-là ils croiſſent beaucoup, & juſqu'à devenir 20 ou 30 fois plus gros qu'ils n'étoient d'abord, & puis ils pondent leurs œufs. Mais en quel temps ſe ſont-ils accouplez? Cette parfaite immobilité, & ſi rare dans des Animaux, rend la queſtion difficile. M. *de la Hire* en a enfin trouvé le dénouement. Il a vû ces inſectes nouvellement éclos de leurs œufs courir ſur les Orangers avec

* Voyez les Memoires, pag. 60.

avec une grande vîteſſe, & il faut que leur accouplement ſe faſſe dans le temps qu'ils ont cette legereté & cette vivacité. Après cela, ils s'attachent pour toûjours à quelque endroit de l'Arbre, & leurs œufs ſont 8 mois à acquerir la maturité neceſſaire pour ſortir.

Ce qui fut cauſe que M. *de la Hire* examina ces inſectes nouvellement éclos, c'eſt qu'il avoit crû qu'ils pouvoient être les mêmes que ceux qui font la Cochenille. Il a remarqué autrefois que ce qu'on appelle graine de Cochenille, n'eſt que le ventre d'un petit inſecte, dont il ne reſte rien de plus. Ce ventre eſt couvert d'écailles, & s'eſt conſervé par ſa dureté, tandis que les autres parties, inutiles apparemment pour la teinture, ſe ſont deſſechées, & ont péri. La plante à laquelle cet Inſecte s'attache eſt l'Opuntia, dont les fruits ſont rouges, & teignent en un rouge de ſang les urines de ceux qui en ont mangé. Le ventre des Inſectes des Orangers eſt aſſez ſemblable à celui de ces Inſectes qui font la Cochenille, les Inſectes des Orangers étant écraſez entre les doits leur donnent une couleur rouſſâtre qui tient fort à la peau; ces conformitez firent naître à M. *de la Hire* la penſée que peut-être les Inſectes des Orangers étoient-ils les mêmes que ceux qui font la Cochenille, & que s'ils étoient nourris d'Opuntia ils donneroient la même teinture. Il mit au deſſous d'un Oranger quelques plantes d'Opuntia, & répandit de part & d'autre une grande quantité d'œufs des Inſectes des Orangers. Ils vinrent à éclorre ſur l'une & l'autre plante, mais les petits animaux qui étoient ſur l'Opuntia le quitterent tous ſans exception pour aller ſur l'Oranger, & delà M. *de la Hire* con-

clut qu'assurément les Insectes des Orangers n'étoient pas ceux qui donnent la Cochenille. Mais il les vit dans leur premiere jeunesse, & conjectura, comme nous l'avons dit, que c'étoit alors qu'ils s'accouploient.

## III.

Il doit paroître assez étonnant que quand on envelope de sa main la boule d'un Thermometre pour en échauffer la liqueur, & la faire monter dans le tuyau, cette liqueur commence par baisser, & ne monte au dessus de son premier niveau qu'après ce mouvement si irregulier en apparence, & si contraire à ce qu'on auroit prévû. M. *Amontons* qui en parla à l'occasion de ses nouveaux Thermometres, rapporte ce mouvement par lequel la liqueur baisse d'abord, à la rarefaction que la chaleur de la main cause dans la substance même du verre de la boule, avant que d'en causer dans la liqueur. La capacité de la boule augmente donc, & par conséquent la liqueur du tuyau baisse, jusqu'à ce qu'elle ait pris assez de chaleur pour monter malgré l'augmentation de la capacité de la boule.

M. *Amontons* a calculé sur des experiences exactes de combien s'augmentoit cette capacité, & il n'a trouvé qu'un milliéme. Ce milliéme dont la boule s'augmente & qui est la quantité de liqueur qui y entre, ou qui baisse, deviendra d'autant plus sensible sur le tuyau, que la capacité du tuyau sera plus petite par rapport à celle de la boule.

M.

* M. *de la Hire* a donné à l'ordinaire ſon Journal de l'année précedente.

† M. *Poupart* a donné l'Hiſtoire du Formica-leo.

* Voyez les Memoires, pag. 1. † Voyez les Memoires, pag. 319.

# ANATOMIE.

## SUR L'IRIS DE L'OEUIL.

‡ L'ANATOMIE moderne a fait de ſi grands & de ſi utiles progrès, qu'il doit lui être permis de ſe délaſſer quelquefois de ſes importantes recherches, par des curioſitez qui ne ſeront qu'agréables. Tel eſt le mouvement de l'Iris, dont la mechanique a été juſqu'à préſent inconnue.

L'Iris eſt cette membrane de l'Oeuil, qui lui donne les differentes couleurs qu'il a en differens ſujets, & delà vient ſon nom d'Iris. C'eſt une eſpece de Zone ou d'anneau circulaire aſſez large, dont le milieu qui eſt vuide eſt la Prunelle, par où les rayons entrent dans l'œuil. Quand l'œuil eſt expoſé à une grande lumiere, la

‡ Voyez les Memoires, pag. 351.

la prunelle ſe rétrecit ſenſiblement, c'eſt-à-re que l'Iris s'élargit & s'étend, au contraire dans l'obſcurité la prunelle ſe dilate, ou, ce qui eſt la même choſe, l'Iris ſe reſſerre. A une lumiere moyenne, l'ouverture de la prunelle, ou l'extenſion de l'Iris eſt moyenne auſſi. Ces mouvements ne dépendent point de la volonté, ils ſont purement naturels, & par-là l'œuil s'accommode & ſe proportionne de lui-même au degré de lumiere qu'il doit recevoir. Il s'ouvre beaucoup, quand elle eſt foible, pour en recevoir davantage; il s'ouvre peu, quand elle eſt forte, de peur d'en recevoir trop, & d'en être bleſſé. Quelle ſageſſe a dû préſider à cette Mechanique!

Mais ce n'eſt pas aſſez de connoître la fin qu'elle s'eſt apparemment propoſée, il faut tâcher de découvrir les moyens dont elle s'eſt ſervie. La difficulté conſiſte à trouver & comment ſe fait la dilatation ou le reſſerrement de la membrane Iris, & comment la lumiere plus ou moins forte cauſe ces deux mouvements contraires. Si l'Iris avoit des fibres circulaires & concentriques à la prunelle, on concevroit auſſi-tôt que ces fibres ſeroient autant de petits muſcles, qui en ſe gonflant & en ſe contractant accourciroient les cercles qu'ils formeroient, & en diminueroient l'eſpace, & par conſéquent l'ouverture de la prunelle. Il ne reſteroit plus qu'à imaginer comment une grande lumiere cauſeroit le gonflement de ces petits muſcles. Mais l'Iris n'a point de fibres circulaires, elles ſont toutes tirées de la circonference vers le centre, & ſi l'on prétendoit que des muſcles ainſi poſez ſe gonflaſſent par une grande lumiere, il paroît qu'ils s'accourciroient ne-

neceſſairement, & augmenteroient l'ouverture de la prunelle, ce qui eſt préciſément contraire au fait qu'il faut expliquer. Je laiſſe à part la difficulté de concevoir comment les rayons de la lumiere gonfleroient les petites fibres de l'Iris, il ſeroit inutile de s'en mettre en peine, puiſque ce gonflement n'a pas lieu.

Voilà où l'on en étoit ſur ce Phenomene, lorſqu'une experience que fit M. *Méry*, lui donna une idée qu'il a crû qui le conduiſoit au dénouement. Il eſt certain qu'une infinité de choſes ne demeurent obſcures, que faute d'un aſſez grand nombre de faits, qui les préſentent à nos yeux de pluſieurs manieres differentes, ou qui nous en apprennent toutes les circonſtances eſſentielles. M. *Méry* plongea dans l'eau un Chat vivant, & expoſa en même temps ſa tête & ſes yeux au Soleil. Il vit que malgré la grande lumiere la prunelle de l'animal ne ſe rétreciſſoit point, qu'au contraire elle ſe dilatoit; dès qu'il l'eut retiré de l'eau encore vivant, elle ſe reſſerra.

Quoi qu'il paſſe moins de rayons dans l'eau que dans l'air, & qu'il ſemble par conſéquent que les yeux du Chat plongé dans l'eau, en recevoient moins que s'ils euſſent été à l'air, cependant comme ils étoient directement expoſez au Soleil, leur prunelle auroit toûjours dû ſe reſſerrer, quoiqu'un peu moins; & de ce qu'elle ſe dilata, loin de ſe reſſerrer, M. *Méry* en conclut que la lumiere ſeule ne pouvoit cauſer le reſſerrement. Et comme l'animal étoit plongé dans l'eau, quel changement cet état apportoit-il par rapport au Phenomene? Le Chat ne reſpiroit point, la circulation de ſon ſang étoit preſque entierement arrêtée, par con-

conſéquent auſſi le mouvement des Eſprits animaux, & par conſéquent ces Eſprits ſont neceſſaires afin que la prunelle puiſſe ſe reſſerrer, ou plûtôt afin que l'Iris puiſſe s'élargir.

Cette conſéquence eſt appuyée par l'exemple de tous ceux en qui la vûe eſt éteinte par une ſimple obſtruction du nerf optique. Leur prunelle ne ſe reſſerre point à la plus grande lumiere, ſelon la remarque de M. *Méry*, & il eſt certain que les Eſprits animaux ne coulent plus dans le nerf qui fait la viſion, ou n'y coulent pas en aſſez grande abondance.

Puiſque ces Eſprits concourent avec la lumiere à cauſer l'extenſion & l'élargiſſement de l'Iris, il faut abſolument & que la lumiere détermine les Eſprits à couler en plus grande quantité dans les fibres, & que ces fibres en ſoient allongées. Pour le premier point, on peut le concevoir par ce principe général d'experience, que les Eſprits coulent plus abondamment dans une partie nerveuſe, quand elle eſt chatouillée ou irritée par quelque cauſe que ce ſoit, & il faudra ſuppoſer que la lumiere cauſe une eſpece d'irritation aux fibres de l'Iris. Mais ſur le ſecond point, il ſemble que l'on retombe dans la difficulté que nous avons marquée. Tous les muſcles ou toutes les fibres s'accourciſſent par une plus grande quantité d'Eſprits, comment celles de l'Iris s'allongent-elles par cette même cauſe ? Cette difficulté ſeroit inſurmontable ſans un exemple unique, mais très-ſenſible, d'une partie qui ſe gonfle & s'allonge en même temps. Ni l'accourciſſement ni l'allongement d'une partie gonflée ne ſont des ſuites neceſſaires du gonflement, mais ſeulement de ſa ſtructure interieure.

Les

Les fibres de l'Iris doivent comme toutes les autres fibres avoir un reſſort. Il les retire, les raccourcit & réſiſte à leur allongement. Ainſi dès que la grande lumiere ceſſe de les tenir dans cet allongement violent, elles ſe reſſerrent d'elles-mêmes, & agrandiſſent la prunelle. Ce reſſort & la lumiere ſont deux puiſſances oppoſées, dont les differens degrez de force combinez enſemble, tiennent la prunelle plus ou moins ouverte.

Cela ſuffiroit pour l'explication du Phenomene que M. *Méry* s'étoit propoſé, mais afin de la rendre encore plus vraiſemblable, & d'établir mieux que la lumiere ſans le concours des Eſprits animaux ne fait rien ſur l'Iris, il prétend que les yeux du Chat plongé dans l'eau recevoient plus de lumiere, que s'il eût été à l'air. Ce n'eſt pas qu'il ne paſſe plus de rayons dans l'air que dans l'eau, mais c'eſt que les yeux d'un animal en reçoivent davantage dans l'eau.

Il eſt conſtant par l'experience qu'un Plongeur apperçoit au fond de l'eau à une aſſez grande diſtance des objets qu'il n'appercevra plus dès qu'il ſera hors de l'eau, quand ils ſe ſeroient aſſez rapprochez pour être toûjours à la même diſtance de ſes yeux. M. *Méry* imagine une raiſon de ce fait qui peut paroître embarraſſant. Il croit que la Cornée, cette Membrane dure & tranſparente qui enveloppe exterieurement le globe de l'œuil, n'eſt pas auſſi liſſe ni auſſi unie qu'elle le paroît, quand les yeux ſont à l'air. Il s'y fait alors des plis & des rides qui augmentant ſon épaiſſeur dans les endroits où ils ſe forment, la rendent plus difficile à pénétrer aux rayons, & par conſéquent en font re-

refléchir un grand nombre, qui ſont perdus pour l'œuil. Mais dans l'eau, ces rides & ces plis s'applaniſſent, parce que la membrane eſt humectée, elle eſt également pénétrable à la lumiere en toutes ſes parties, & il ne s'y refléchit plus de rayons, qu'autant qu'il eſt indiſpenſable qu'il s'en refléchiſſe ſur une ſurface parfaitement tranſparente. L'œuil qui reçoit plus de rayons, voit mieux.

A cette quantité de rayons plus grande que reçoit un œuil plongé dans l'eau, parce que ſa Cornée eſt applanie, ſi l'on joint l'ouverture de la prunelle qui eſt plus grande, parce que, ſelon le Syſtême de M. *Méry*, les fibres de l'Iris ſont moins remplies d'Eſprits, on aura deux cauſes qui conſpirent enſemble pour rendre la viſion plus forte dans l'eau. Une plus grande ouverture de la prunelle doit auſſi faire paroître les objets plus grands.

Il eſt ſi vrai, ſelon M. *Méry*, qu'un œuil qui eſt dans l'eau en eſt plus éclairé, que c'eſt par cette raiſon, qu'il eſt mieux vû, & que ſes parties ſont mieux diſtinguées. On y voit la Choroïde qui eſt une membrane placée derriere la Retine, les vaiſſeaux de la Choroïde, & l'extrémité du Nerf Optique. Rien de tout cela ne ſe verroit dans un œuil expoſé à l'air, & quant aux parties qui ne s'y voient pas dans l'eau, telles que ſont les humeurs & la Retine, c'eſt qu'elles ſont tranſparentes, & de la couleur de l'eau.

On pourroit croire que la ſeule dilatation de la prunelle dans l'eau, y rendroit les parties de l'œuil plus viſibles, & que l'applaniſſement de la Cornée n'entreroit pour rien dans cet effet, & ne ſeroit qu'une fiction. Mais M. *Méry* prévient

vient cette penſée par l'exemple qu'il rapporte de ceux qui ont la Goute ſereine, c'eſt-à-dire une obſtruction dans le nerf Optique. Ils ont la prunelle extrémement dilatée, & cependant on ne diſtingue aucune des parties du fond de leur œuil. D'où cela vient-il, ſinon de ce qu'il n'eſt pas aſſez éclairé ; & qui empêche qu'il ne le ſoit aſſez, ſi ce ne ſont les plis de la Cornée ?

De ce que les Humeurs & la Retine de l'œuil d'un Chat plongé dans l'eau diſparoiſſent également, & ſont par conſéquent également tranſparentes, M. *Méry* en tire cette conſéquence que la Retine n'eſt pas plus que les Humeurs l'organe immédiat de la viſion, ou, pour ainſi dire, la toile qui reçoit la peinture des objets. Il donne cet uſage à la Choroïde, qui eſt derriere la Retine, & beaucoup plus opaque, puiſqu'elle arrête les rayons, & ſe fait voir. Cette queſtion a été autrefois agitée dans l'Academie & fort au long, & fort ingenieuſement, par deux habiles Adverſaires, dont l'un ſoutenoit la Retine ſelon l'opinion commune, & l'autre prétendoit mettre la Choroïde en ſa place. Le Public fut inſtruit du procès en ce temps-là, & il n'eſt pas beſoin de rappeller ici une conteſtation fort délicate & fort ſubtile, ſur laquelle M. *Méry* ne prend parti que par occaſion.

DI-

# DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

## I.

M. *Littre* ouvrant le cadavre d'une Femme âgée de 80 ans, qui avoit été tuée d'un coup de timon de Caroſſe, la trouva d'une ſi prodigieuſe maigreur, que ſes Muſcles les plus gros n'étoient pas plus épais que des Membranes, & qu'à peine avoient-ils conſervé quelque teinture de rouge. Cependant elle avoit à la partie moienne interieure de la Cuiſſe gauche une tumeur groſſe comme le poing, ronde, de la même couleur que le reſte de la peau, toute formée de la plus belle graiſſe qu'on puiſſe voir dans le corps le plus ſain.

Cette tumeur toute formée de graiſſe eût été extraordinaire, même dans un corps qui n'en eût pas été d'ailleurs ſi parfaitement denué. Elle étoit contenue dans ſon lieu naturel, c'eſt-à-dire, dans les cellules de la membrane Adipeuſe.

La graiſſe eſt un ſuc huileux, qui eſt ſeparé du ſang par les glandes des cellules de cette membrane, & qui ſe fige & ſe congele dans ces cellules. On eſt maigre, ſoit quand on a peu de ſuc huileux dans le ſang, ſoit quand ce ſuc eſt trop diſſous ou par la grande chaleur, ou par les autres principes du ſang, ou par un grand & long exercice, ſoit quand les glandes deſti-

deſtinées à le filtrer font mal leur fonction. Dans les perſonnes fort maigres, ces glandes qui ne filtrent rien, & les cellules de la Membrane adipeuſe qui ne contiennent rien, s'affaiſſent, s'effacent & en quelque ſorte s'anéantiſſent. Au contraire, dans les perſonnes fort graſſes les glandes ſont viſibles quoiqu'elles ne le ſoient qu'avec le Microſcope, & les cellules fort tendues ; & ſi ces cellules le ſont au point qu'elles en ayent perdu le reſſort par lequel elles chaſſent hors d'elles une partie du ſuc qui y eſt entré, & le font retourner dans les voyes de la circulation, il ſe fait un amas exceſſif de ce ſuc qui ſéjourne, c'eſt-à-dire une tumeur. Cet accident eſt fort rare, & peut-être ne connoiſſoit-on point encore une tumeur de graiſſe.

Il n'y a point d'apparence qu'une tumeur de cette eſpece doive être accompagnée ni d'inflammation, puiſqu'il n'y a point de ſang extravaſé, ni de douleur, parce que la graiſſe eſt une matiere fort douce, & qui humectant les fibres nerveuſes les rend peu ſuſceptibles d'une tenſion violente.

Cette tumeur de graiſſe s'étant formée dans un ſujet en qui toutes les glandes & toutes les cellules de tout le reſte de la Membrane adipeuſe s'étoient entierement flétries & deſſéchées, on peut concevoir que les glandes qui avoient cauſé la tumeur étoient ſeules demeurées en état de filtrer le ſuc huileux, & qu'elles en avoient filtré une quantité d'autant plus grande, que les autres n'en filtroient plus du tout.

Il ne ſera pas impoſſible d'imaginer des remedes à un pareil accident, quand on jugera qu'il

qu'il en merite. M. *Littre* croit que ſi la tumeur eſt récente, il y faut appliquer d'abord un Topique aſtringent, qui reſſerrant la peau, les glandes & les cellules de la Membrane adipeuſe, les mette en état de reſiſter à l'impulſion des ſucs qui ſurviennent toûjours de nouveau, qu'enſuite un remede reſolutif fera tranſpirer une partie de la graiſſe amaſſée en trop grande quantité, que dans tout le cours du penſement il ſera à propos d'employer un bandage qui aide à l'effet du topique aſtringent, que ſi la tumeur eſt inveterée, on ne peut plus que la couper, parceque les parties ne ſont plus en état de reprendre leur reſſort, & qu'il faut bien obſerver de la couper toute entiere, de peur que s'il reſtoit quelques glandes & quelques cellules dilatées, elles ne reçûſſent encore dans la ſuite une trop grande quantité de ſuc huileux qu'elles ne pourroient chaſſer hors d'elles, & ne cauſaſſent une nouvelle tumeur.

II.

Dans une jeune Femme de 38 ans, & de bonne conſtitution, que deux Homme avoient étranglée avec leurs mains, M. *Littre* trouva que la peau du Tambour de l'Oreille gauche étoit déchirée, & qu'il étoit ſorti par cette oreille environ une once de ſang; que les Vaiſſeaux ſanguins du Cerveau étoient plus pleins qu'à l'ordinaire, qu'il y avoit du ſang d'un rouge clair épanché dans les ventricules du Cerveau, & ſur la baſe du Crane; que le Poumon étoit fort tendu, & ſa membrane, où il ne paroît naturellement aucun vaiſſeau ſanguin, toute parſemée de vaiſſeaux gros comme de moyennes épingles, qu'au travers de cette mem-

membrane on appercevoit beaucoup plus d'air qu'à l'ordinaire dans les cellules du poumon; qu'en ouvrant le ventricule droit du cœur, il en ſortit de l'air avec impetuoſité, & que cette cavité contenoit une once de ſang vermeil & écumeux comme celui du poumon. Tous ces faits extraordinaires ne tiennent pas tant à ce que cette Femme fut étranglée, qu'à la maniere dont elle le fut. Les mains des deux hommes ne lui ſerrerent pas la gorge auſſi fort, auſſi continuement, ni auſſi également qu'auroit fait une corde; elle ſe défendit, ſe débatit, & vêcut aſſez long-temps, comme à diverſes repriſes, & pendant ce temps-là le ſang qui étoit pouſſé par le cœur vers les parties ſuperieures, & qui n'en redeſcendoit pas librement, s'y amaſſa, les gonfla, & même en quelques endroits creva les vaiſſeaux. Celui des veines du poumon ne recevant plus l'air qui auroit dû le pouſſer dans le ventricule gauche, ou plûtôt ne le recevant pas en aſſez grande quantité, reflua par l'artere du poumon dans le ventricule droit, & y porta de l'air avec lui. Cependant M. *Littre* en ſoufflant par la Trachée ne put jamais faire paſſer d'air dans le ventricule droit, mais ſeulement dans le gauche, encore cela n'arrivoit-il pas toûjours.

III.

Dans ce même ſujet, M. *Littre* obſerva que les deux Trompes de la Matrice étoient plus groſſes, plus épaiſſes, & plus charnues que de coûtume. Elles s'ouvroient à l'ordinaire dans la Matrice par leur petit bout, mais par le gros elles n'avoient ni l'une ni l'autre aucune ouverture, ni aucune apparence d'en avoir jamais eu. Elles étoient même ſans Pavillon.

Cependant cette Femme avoit eu deux Enfans, le dernier 5 ans avant ſa mort. A moins qu'on ne ſuppoſe que ces deux Trompes s'étoient fermées également, & de maniere à ne laiſſer nulle trace de leur ouverture naturelle, ou que du moins l'une ayant toûjours été naturellement fermée, il en étoit arrivé autant à l'autre par accident, le Syſtême des Oeufs paroît détruit ; mais il eſt d'ailleurs ſi vraiſemblable & même ſi neceſſaire qu'il merite qu'on ſe reſolve à cette ſuppoſition. Les deux Trompes étoient pleines, l'une d'une ſeroſité ſanguinolente, & l'autre d'une ſeroſité jaunâtre. Leur ſurface interieure étoit inégale en quelques endroits, & percée par tout d'un très-grand nombre de petits trous, qui répondoient à autant de grains glanduleux, ſituez ſur la ſuperficie exterieure de ces deux conduits.

IV.

M. *Lémery* a parlé d'une Dame de *Paris*, grande, robuſte, d'un temperament vif & ſanguin, ſujette à des paſſions fortes, mais peu durables, qui depuis l'âge de 24 ans juſqu'à 40 ayant fait 14. couches en a eu 6 d'extraordinaires par les differentes envies, dont elle a été frappée. L'un de ces accouchemens monſtrueux a été d'une fille parfaitement bien formée à l'exterieur, & même d'une ſi grande beauté que feu M. *le Brun* la voulut peindre. Elle n'avoit ni foye, ni ratte, ni inteſtins, mais ſeulement une maſſe charnue qui communiquoit avec l'Eſtomac, & n'avoit point d'ouverture vers le fondement, groſſe à peu près comme la tête de l'Enfant, parſemée d'arteres & de veines, & rougeâtre. Cette fille vêcut 8 jours.

V.

V.

M. *du Verney* le jeune a parlé d'une cure fort heureuſe qu'il avoit faite. Une jeune Demoiſelle qui n'avoit pû épouſer un homme qu'elle aimoit, tomba d'abord dans une ſombre melancolie, & enſuite par degrez dans une telle fureur, qu'elle ne connoiſſoit plus aucune retenue, & donnoit toutes les marques les plus indecentes de la paſſion qui la tourmentoit. Elle étoit devenue d'une extrême maigreur, on lui avoit fait inutilement beaucoup de remedes & la maladie duroit déja depuis 5 ou 6 mois, & paroiſſoit deſeſperée, lorſque M. *du Verney* fut appellé. Il lui vint d'abord en penſée de baſſiner avec de l'eau tiéde les parties qui étoient la ſource du mal, & qui apparemment devoient être dans une grande irritation. Il vit auſſi-tôt du ſoulagement, il continua à les baſſiner, & même y fit des injections avec une forte décoction de racine d'Ellebore noir & de Patience, de Solanum & de Guimauve, où il avoit ajoûté du Sel de Saturne. Il appliqua de plus ſur la tête de la Malade qu'il avoit fait raſer, un Emplâtre où entroit le Sel de Saturne, le Caſtoreum, l'Opium, & le Camphre. Le ſoulagement fut très-conſiderable, M. *du Verney* paſſa aux remedes interieurs, & fit uſer à la Malade d'une teinture d'Hiera elleborinée. Les premieres voyes ayant été débarraſſées par ce moyen, il lui fit prendre ſoir & matin deux cueillerées d'une teinture faite avec le vin, la racine d'Ellebore noir, les fleurs de Millepertuis, & le Coquelicot, le tout aiguiſé d'un peu d'Eau de vie, & mêlé de plus ou de moins de Sel de Saturne ſelon les diverſes circonſtances de la maladie. En un mois ou ſix ſemaines au

plus, la Demoiſelle fut entierement guerie, & n'a eu depuis ni reſſentiment ni rechute.

Comme les Vapeurs ſont une eſpece de Manie, mais beaucoup moins forte, & plus familiere, M. *du Verney* aſſûre que dans toutes celles qui ne ſont point accompagnées de convulſions, il a toûjours vû de très-bons effets de la teinture qu'on a décrite ici, & qu'il n'a eu beſoin d'y joindre le Sel de Saturne, que quand les Malades étoient furieux. A l'égard de ceux qui ont des convulſions, il ajoûte à cette teinture celle de Venus faite avec l'Eſprit volatil armoniac, l'Eſprit de vin, le Camphre, & le Verdet. Par ce remede, les mouvements convulſifs ſont arrêtez preſque dans le moment. Il faut purger dès qu'on le peut, & en cette occaſion M. *du Verney* n'a point trouvé de meilleur Purgatif que l'Hiera elleborinée, ou ſeule, ou mêlée, ou en teinture, ſur tout aux femmes & aux filles qui ne ſont pas reglées.

VI.

M. *Homberg* a dit que quand on pile de l'Ipecacuanha en aſſez grande quantité, & qu'on en reſpire par le nez, il arrive aſſez ſouvent qu'on en crache le ſang, & qu'on a de grands maux de tête pendant 2 ou 3 jours.

VII.

M. *Lémery* a vû cracher à un Malade parmi des flegmes aſſez épais des fibres blanches, groſſes comme le tuyau d'une plume de Poulet, mêlées ou entourées d'un peu de ſang, formées en branches ou ramifications, & repréſentant parfaitement la figure des veines qui paroiſſent ſur les Poumons. Elles étoient molaſſes, ſembloient creuſes en dedans, ne ſe rompoient pas aiſément, & s'allongeoient beaucoup

coup quand on les tiroit. M *Lémery* crut que ces fibres pouvoient être un Polype qui s'étoit formé dans quelque artere ou dans quelque veine du poumon. Leur ſubſtance étoit ſemblable à celle des Polypes du cœur, mais elles étoient plus grêles, & ſe ramifioient comme les vaiſſeaux pulmonaires. Elles devoient être ſorties par une ouverture qui s'étoit faite à leur vaiſſeau, auſſi étoient-elles accompagnées de ſang, & le malade avoit fait effort pour les jetter.

De petits corps blancs & molaſſes qui paroiſſent ſouvent dans les ſaignées à l'ouverture de la veine, qui empêchent le cours du ſang, & que les Chirurgiens prennent pour de petits morceaux de graiſſe, & quand ils ſont aſſez longs, pour des Vers, pourroient donc, ſelon la conjecture de M. *Lémery*, n'être que des parcelles de quelque Polype, qui ſe ſeroient rompues, & auroient coulé avec le ſang.

VIII.

M. *Méry* apporta un Enfant venu à terme, bien formé, & bien nourri, qui n'avoit que la baſe du Crane, & point de Cerveau, ni de Cervelet. Il lui ouvrit dans l'Aſſemblée le Canal de l'Epine, & il s'y trouva un filet de moelle, plus petit qu'il n'auroit dû être naturellement. Ce ſeul filet avoit dû faire les fonctions du cerveau. On peut voir ſur ce ſujet l'Hiſt. de 1703. *

IX.

M. *Lémery* a dit qu'il a vû une Pierre d'un pouce de diamêtre, & d'un pouce & demi de long, qui étoit dans les Inteſtins d'une Femme,

* Pag. 32. & ſuiv.

me, & en bouchoit exactement le paſſage, de ſorte qu'elle faiſoit refluer les matieres. Le fait eſt fort ſingulier. Les Inteſtins ne paroiſſent pas propres à produire une Pierre. Celle-là étoit trop groſſe pour s'être formée telle qu'elle étoit dans la Veſicule du Fiel, & en être ſortie enſuite par le canal Colidoque, on peut ſeulement concevoir qu'elle en étoit ſortie beaucoup plus petite, & avoit groſſi dans les Inteſtins.

X.

Dans le Lion, la veſicule du Fiel a pluſieurs plis ou feuillets, & delà M. *du Verney* a conjecturé que la bile y pouvant ſéjourner plus long-temps, & s'exalter davantage, c'étoit peut-être la cauſe de la grande ardeur de cet Animal, & de la Fiévre continuelle qu'on lui attribue.

XI.

M. *Littre* a vû un Homme en qui un accident avoit rendu le batement de cœur ſi violent & ſi impetueux qu'on l'entendoit quelquefois de plus de dix pas. A l'âge de 16 ou 17 ans, il avoit reçû dans le Sternon un coup qui le lui avoit un peu enfoncé dans la poitrine. Auſſi-tôt ſa reſpiration devint difficile, & il commença un mois après à ſentir dans la poitrine une douleur qui ne le quitta plus. Enſuite il devint ſujet à des palpitations de cœur, & c'étoit dans leur grande force qu'on entendoit de ſi loin ſon cœur battre. Il mourut ſubitement à 32 ans, mais moins, à ce qu'on put juger, par les ſuites de cet accident, que par l'exceſſive quantité d'Eau de vie & de Ratafia qu'il prenoit tous les jours, & qui étoit preſque ſa ſeule nourriture. M. *Littre* l'ouvrit. Il trou-

trouva les poumons ſecs, flétris, & leur membrane fort épaiſſe, les deux troncs de la Veine Cave, l'Oreillette, & le Ventricule droit du cœur, le tronc & les branches de l'Artere Pulmonaire, avant qu'elle entrât dans le poumon, beaucoup plus grands que dans l'état naturel, & leurs parois beaucoup moins épaiſſes, les branches des Veines Pulmonaires, tant au dedans qu'au dehors du poumon plus petites que les branches de l'Artere pulmonaire hors du poumon, mais proportionnées à ces mêmes branches contenues dans le poumon, leurs parois plus épaiſſes quand leurs cavitez étoient plus petites, les parois du Ventricule gauche du Cœur, du tronc & des groſſes branches de l'Aorte plus épaiſſes qu'à l'ordinaire, & les capacitez plus petites. Il eſt aiſé de juger que toute cette conformation extraordinaire venoit de l'enfoncement du Sternon qui ayant rétreci la cavité de la poitrine, & cela préciſément dans un âge, où l'accroiſſement des parties s'avance beaucoup, avoit empêché les poumons de s'étendre autant qu'ils euſſent fait naturellement. Leur membrane & en général tout leur tiſſu s'étoit donc moins dilaté, & peut-être auſſi que toute la nourriture qu'ils prenoient ne ſervoit qu'à augmenter leur épaiſſeur. Les poumons ayant moins d'étendue, & étant plus difficiles à pénétrer, le ſang de l'Artere pulmonaire y paſſoit en moindre quantité, & delà s'enſuivent naturellement tous les autres Phenomenes.

Le Cœur étoit de figure preſque ronde, le milieu en étant fort élevé, & la pointe rapprochée de la baſe, c'eſt-à-dire que ſon dernier mouvement avoit été une contraction imparfaite.

faite. Auſſi les ventricules étoient-ils entierement pleins de ſang.

XII.

Ce même Homme avoit la ſubſtance du Cerveau & du Cervelet molle & fort imbibée d'eau, beaucoup d'eau épaiſſe & ſanguinolente, ou du ſang noir & caillé répandus dans tous les Ventricules. Delà venoit qu'il étoit comme hébeté, & le plus ſouvent aſſoupi. Mais, ce qui paroît avoir été la principale cauſe de ſa mort, ſon Cervelet étoit déchiré par la partie ſuperieure, & il y avoit en cet endroit une cavité de 3 pouces de largeur, & de 2 pouces de profondeur, qui s'étendoit juſqu'au dedans du Ventricule du Cervelet. Elle étoit pleine de ſang noir & caillé, & il s'étoit écoulé plus de 3 onces de ſemblable ſang ſur la baſe du Crane, ou dans le commencement du canal de l'Epine. M. *Littre* jugea que de cette déchirure & de cet épanchement il devoit s'enſuivre une ceſſation de filtration d'eſprits dans les glandes déchirées du Cervelet, une diſſipation d'eſprits par les fibres nerveuſes rompues qui étoient en grand nombre, une compreſſion d'une grande partie du Cervelet par le ſang épanché, auſſi bien que de la Moelle allongée, & du commencement de la Moelle épiniere, une privation d'eſprits dans le Cœur & dans les Poumons, & par conſéquent une ceſſation de mouvement preſque ſubite.

XIII.

Une Femme âgée de 50 ans, & qui pendant 19 années de mariage n'avoit point eu d'enfans, fut tuée d'un coup d'arme à Feu. Elle rendoit peu de ſang dans le temps de ſes regles, elle étoit alors fort gonflée, & ſouffroit de

de grandes douleurs dans le bas ventre, & quelques années après qu'elle eut commencé à être reglée, elle mouchoit ou crachoit du ſang dans ces temps-là. M. *Littre* l'ayant ouverte, vit la cauſe de tous ces accidens, & de ſa ſterilité. L'orifice interieur de la Matrice étoit fermé par la membrane qui tapiſſe interieurement le Vagin, & cette membrane y étoit auſſi adhérente qu'à la ſuperficie du Vagin. Elle étoit ſeulement percée de deux petits trous d'un quart de ligne de diamêtre. Le col de la matrice étoit deux fois plus long qu'à l'ordinaire, apparemment parce que le corps de la matrice étoit obligé dans le temps des regles à faire de grands efforts pour chaſſer de ſa cavité par deux ſi petites ouvertures le ſang qu'il contenoit. Auſſi ce ſang, qui y ſéjournoit long-temps, en avoit-il étendu la cavité, & rendu les parois plus minces qu'à l'ordinaire. La cavité des Trompes, principalement vers leur ouverture dans la Matrice, étoit plus grande que de coûtume, parce que la lymphe filtrée par les glandes des Trompes, s'amaſſoit-là, ne pouvant être reçûe dans la matrice qui preſque toûjours étoit pleine de ſang.

Une autre ſingularité de la conſtitution de cette Femme, & qui n'eſt pas tout à fait indigne d'être remarquée, c'eſt qu'un pli à un drap de ſon lit, un ourlet de chemiſe, lui faiſoit venir preſque dans le moment des taches noires ſur la peau. Il falloit que ſon ſang eût une grande diſpoſition à ſe figer.

XIV.

M. *du Verney* le jeune ouvrant une jeune Femme morte deux mois après être relevée de ſes couches, & dont le mal étoit une extrême

douleur dans le ventre, qu'elle avoit fort tendu, quoiqu'il ne fût pas fort élevé, trouva qu'auprès de l'orifice inferieur de l'eſtomac, qui étoit dilaté à y pouvoir mettre le poing, il y avoit un trou, où l'on paſſoit le pouce. La capacité du ventre étoit remplie de beaucoup de matiere très-corrompue, toutes les parties de cette region étoient enflammées, ou livides. Il ne pouvoit y avoir nul ſoupçon de poiſon, & c'eſt ce qui rend ce trou de l'eſtomac fort extraordinaire.

XV.

Voici encore un fait approchant. Un Homme d'environ 63 ans, après une Colique violente, pour laquelle il prit de l'Emetique, eut une tumeur ſur les Côtes du côté droit. Elle s'étendoit de haut en bas, & comme elle s'augmentoit toûjours, & qu'on crut que c'étoit un abſcès on l'ouvrit le long de la derniere Côte des vrayes, & la premiere des fauſſes, & même on pénétra entre les deux Côtes. On fut fort ſurpris de voir ſortir parmi du pus & d'autres matieres, des pierres de la figure de Cachets à trois faces, & d'une couleur tirant ſur le Bol. Il en eſt ſorti juſqu'à ſix pendant près de deux mois, il y en a eu quelques-unes de ſi groſſes qu'elles ont eu de la peine à paſſer par l'ouverture, & même celle qui s'eſt préſentée la derniere n'y a jamais pû paſſer, & elle ne s'y eſt plus fait ſentir. Ces pierres ſurnagent ſur l'eau, & elles paroiſſent de la même nature que celles qui ſe forment dans le Foye & dans la veſicule du Fiel.

Comme il ſort toûjours des matieres par l'ouverture, on s'eſt déterminé à y tenir une Canule, & à panſer le Malade matin & ſoir.

On

On lui tire toûjours une palette, & quelquefois juſqu'à deux d'une matiere telle qu'elle eſt dans l'Eſtomac après la digeſtion, & même on y a vû pluſieurs fois des morceaux de ce qu'il avoit mangé, car il a toûjours bon appetit. M. *Littre* a rapporté cette Hiſtoire ſur la foi d'un témoin oculaire, & on n'en a pas ſû la ſuite. Il eſt difficile d'imaginer d'où viennent les Pierres. Il faut d'ailleurs que l'Eſtomac, ou peut-être le Duodenum & le Diaphragme ſe ſoient percez naturellement, car il ne paroît pas poſſible qu'ils l'ayent été par l'operation, & cet accident eſt fort ſingulier.

## XVI.

Un homme fort & robuſte, âgé de 60 ans, eut pendant 32 jours une ſuppreſſion d'urine cauſée par une grande inflammation du col de la Veſſie, enſuite il urina un peu, mais lentement, goute à goute, & continuellement. Cela dura 10 jours, & il mourut. Vers le milieu de ſa maladie ſon ventre avoit commencé à s'enfler beaucoup, & avoit toûjours groſſi juſqu'à la mort. M. *Littre* ayant ouvert le cadavre trouva la Veſſie extrémement dilatée, & à tel point que par ſa partie ſuperieure elle faiſoit une eſpece de cloiſon qui ſeparoit la cavité du ventre en deux, & comprimoit fortement la fin de l'inteſtin Colon, & le milieu de l'Uretere droit. La membrane interieure de la Veſſie étoit devenue ſi mince, à force d'avoir été étendue, que l'on y voyoit comme à nu les fibres charnues, ramaſſées en paquets, gros comme des fers d'aiguillette, & laiſſant entre eux des intervalles à peu près quarrez, de 3 à 5 lignes de long. Dans tous ces intervalles la

membrane interieure étoit inſeparablement colée à l'exterieure.

Il eſt plus que vraiſemblable que l'inflammation du col de la Veſſie avoit été la premiere cauſe de tout le deſordre. Elle avoit gonflé & par conſéquent rapproché les parois de ce col, & fermé le paſſage à l'urine, qui s'amaſſant toûjours dans la veſſie, l'avoit extraordinairement dilatée. Les fibres charnues renfermées entre les deux membranes & dans la ſubſtance de la Veſſie, & qui en ſe contractant chaſſent l'urine hors de ce reſervoir, perdirent leur reſſort par leur exceſſive dilatation. La grande quantité de l'urine amaſſée força enfin la réſiſtance du col de la Veſſie, mais comme l'urine ne couloit alors que par l'impulſion de ſon propre poids, & non par celle des fibres charnues contractées, elle couloit lentement, goute à goute, ce qui fait bien voir que c'eſt la contraction de ces fibres qui chaſſe l'urine avec force, & la fait ſortir à plein canal. Quant à la continuité de l'écoulement, elle venoit de ce que le ſphincter du col de la Veſſie avoit perdu ſon reſſort par l'extenſion que lûi avoit cauſée l'inflammation, de ſorte qu'ayant été une fois forcé, il ne pouvoit plus après que l'inflammation eut ceſſé, ſe remettre, ni refermer le paſſage.

La compreſſion que faiſoit la Veſſie dilatée ſur le Colon, & ſur l'Uretere droit, avoit été cauſe que toute l'étendue de ces conduits qui étoit au deſſus de l'endroit comprimé, s'étoit extrémement dilatée.

## XVII.

Un homme de 26 ans étant mort après avoir eu durant 3 ſemaines une douleur continuelle d'eſto-

d'eſtomac, des maux de cœur fréquens & des nauſées, & avoir rendu les derniers jours de ſa vie beaucoup de ſang par haut & par bas, fut ouvert par M. *Littre*, qui lui trouva dans l'Eſtomac un ulcere rond, de 5 lignes de diamêtre, & de demi-ligne de profondeur, ſitué à un pouce & demi du Pylore, & 3 chopines de ſang dont une partie étoit caillée & l'autre liquide épanchées dans la cavité de l'Eſtomac, les Inteſtins à moitié remplis de ſang, les Ventricules, les Oreillettes, & les Vaiſſeaux du cœur, auſſi-bien que les autres gros vaiſſeaux du reſte du corps entierement vuides de ſang, & pleins d'air, & peu de ſang dans les vaiſſeaux moyens & dans les petits. Il eſt aſſez clair que l'ulcere de l'Eſtomac a été la cauſe de ce grand épanchement de ſang, auſſi y voyoit-on fort ſenſiblement pluſieurs vaiſſeaux ſanguins ouverts, mais pour la cauſe de l'ulcere, on ſoupçonna que ce pouvoient être des medicamens violents que le Malade avoit pris d'un homme peu experimenté.

M. *Littre* dit que dans ceux qui ſont morts d'une perte de ſang, de quelque nature qu'elle ait été, il a toûjours trouvé pleins d'air les vaiſſeaux qui étoient vuides de ſang. Apparemment par la reſpiration continuelle le corps ſe pénétre & s'imbibe entierement d'air, qui entre dans tous les pores des membranes & des tuniques des vaiſſeaux, où il eſt ſans ceſſe comprimé par le cours rapide du ſang, & d'où il ne ſort que quand ces vaiſſeaux étant vuides, il a la liberté de ſe dilater. Alors il prend une grande extenſion, & les remplit.

XVIII.

Un Homme de 40 ans, ſujet quelque temps

avant ſa mort à des coliques & à une douleur dans la region du Foye, mourut après avoir rendu par les ſelles quantité de corps ſemblables à de petites veſſies. Il n'en avoit point rendu les 4 derniers jours qu'il vêcut. Ces corps étoient de figure ovale, les plus petits étoient gros comme des noiſettes, & les plus grands comme de petits œufs, remplis les uns & les autres d'une liqueur viſqueuſe, tranſparente, & de couleur approchante de l'eau. Il pendoit à la ſuperficie exterieure de chacun une eſpece de pedicule membraneux, par lequel apparemment ils tenoient à des parties dont ils s'étoient détachez.

M. *Littre* ouvrit le cadavre, & chercha inutilement dans toutes ſes parties internes la ſource de ces corps veſiculaires. Il trouva bien dans le grand lobe du Foye une cavité large de 4 pouces, pleine de ſemblables corps, dont quelques-uns tenoient encore par leur pedicule à la membrane interieure de la cavité, mais elle n'avoit nulle ouverture, par où ils euſſent pû ſortir. Il n'étoit reſté aucun corps veſiculaire dans tout le canal des inteſtins; & ils n'avoient rien de particulier ſinon que la partie inferieure du Colon, & la ſuperieure du Rectum étoient dépouillées en pluſieurs endroits de leur membrane interieure de la largeur de 3 à 5 lignes. Ce fut-là la ſeule trace que M. *Littre* put découvrir de l'origine & de la formation des corps veſiculaires qui étoient ſortis. C'étoient vraiſemblablement les grains glanduleux du Rectum & du Colon extrémement dilatez, parce que l'humeur deſtinée à s'y filtrer, ne s'y filtroit plus, & ne faiſoit que s'y amaſſer. Comme il eſt de l'eſſence d'une glande d'avoir un con-

conduit excretoire par où ſorte l'humeur filtrée, ces grains glanduleux doivent en avoir un, & c'eſt-là que s'étoit faite l'obſtruction. Ce conduit excretoire gonflé & tendu par l'amas de la liqueur, avoit tiré par ſon poids les autres vaiſſeaux du grain glanduleux, les avoit exceſſivement allongez, & leur avoit enfin donné la figure d'un pedicule. Ce changement de figure les avoit rendus incapables de ſe nourrir, & avoit cauſé leur deſſechement, après quoi le pedicule s'étoit détaché naturellement de la membrane qui contenoit le grain glanduleux, ou plûtôt avoit emporté avec lui la partie de la membrane qui lui répondoit, delà venoit que le Colon & le Rectum en étoient dépouillez en quelques endroits. On peut croire que le paſſage continuel des matieres dans les Inteſtins avoit contribué à détacher les pedicules, & que comme cette cauſe n'avoit point de lieu à l'égard des corps veſiculaires renfermez dans le Foye, il en étoit demeuré quelques-uns attachez à leur membrane, au lieu que tous ceux des Inteſtins ſans exception, l'avoient quittée ou plûtôt emportée avec eux & étoient ſortis.

## XIX.

M. *Littre* qui avoit déja montré d'autres fois dans la Dure-Mere des grains glanduleux ſenſibles, car ils ne le ſont pas ordinairement, en a fait voir encore dans celle d'un homme de 60 ans fort ſain, mort ſubitement d'une mort violente. Ils étoient placez principalement près des Sinus, & des autres gros vaiſſeaux ſanguins de cette membrane, ſituez dans ſon épaiſſeur les uns du côté de ſa ſuperficie exterieure, & les autres du côté de l'interieure,

re, de ſorte qu'il paroiſſoit de part & d'autre une petite portion de ces grains avec leur conduit excretoire, par lequel il ſortoit un peu de ſeroſité lorſqu'on les preſſoit entre les doits. L'uſage des grains glanduleux placez du côté exterieur de la Dure-Mere, eſt vraiſemblablement d'humecter par la ſeroſité qu'ils ſeparent du ſang la ſuperficie interieure du Crane, & l'exterieure de la Dure-Mere dans le peu d'endroits où elles ne ſont pas attachées enſemble, & l'uſage des grains glanduleux ſituez du côté interieur de la Dure-Mere, eſt de rendre le même office à la ſuperficie interieure de cette membrane, & à l'exterieure de la Pie-Mere. Il eſt clair que ſi ces deux membranes, ou la Dure-Mere & le Crane ſe coloient enſemble, faute de quelque ſeroſité qui coulât entre deux, les mouvements du Cerveau n'auroient plus la liberté neceſſaire.

## XX.

M. *Antoine*, Chirurgien de *Méry* ſur Seine, dont il a été parlé dans l'Hiſt. de 1703.* a envoyé à M. *Méry* la relation d'un Polype plus gros qu'à l'ordinaire qu'il avoit heureuſement arraché à une Femme en une ſeule fois. Une branche du Polype lui rempliſſoit la narine droite, & s'avançoit quelquefois au dehors, l'extrémité de ce corps étranger deſcendoit plus bas que la Luette. Il l'arracha par la bouche. Il croit que c'étoit une extenſion de la membrane glanduleuſe qui revêt les Lames du Nez, & par conſéquent il attribue la même origine à tous les Polypes pareils. Leurs vaiſſeaux ſanguins, & leurs fibres nerveuſes qui ne peuvent être

* Pag. 35.

être des générations nouvelles, leur tiſſu fongueux qui marque des glandules étendues au delà du naturel, des ſeroſitez ou d'autres liqueurs qui s'y filtrent encore, reſtes des fonctions de ces glandules, ſont les principales preuves de M. *Antoine*. De plus, le Polype dont il s'agit étoit recouvert d'une eſpece de membrane, qu'il étoit impoſſible d'en ſeparer ſans intereſſer les fibres interieures, ce qui fait voir que tout le Polype n'étoit formé que d'une même membrane allongée. C'eſt ainſi qu'à l'endroit des cicatrices dont les playes ont été profondes, on ne peut enlever la peau ſans intereſſer les chairs qui ſont au deſſous, parce que ces cicatrices ſont une eſpece de peau qui a été produite non ſeulement par les fibres de la peau allongées, mais encore par celles des chairs, & ces chairs qui ont contribué à cette production ont été d'autant plus profondes que la playe l'a été. En général on ne peut concevoir qu'il y ait des productions nouvelles ni d'Animaux ni de leurs parties dès qu'elles ſont organiſées, mais ſeulement des dévelopements, & des extenſions. Une partie organiſée qui ne s'étend que juſqu'à ſa meſure preſcrite ou ordinaire, demeure veritablement partie, ſi elle va beaucoup au delà, elle devient Corps étranger, Polype &c.

## XXI.

M. *Littre* a vû dans une Femme de 40 ans qui n'avoit eu qu'un enfant, la Trompe gauche colée par ſon Pavillon à l'Ovaire du même côté, de ſorte qu'elle en embraſſoit une partie; & ſur l'exterieur de cette partie il a remarqué une cicatrice fort ſenſible, & au dedans ce Corps ſpongieux, dont nous avons parlé

lé dans l'Hiſt. de 1701 *. On l'appelle communément *Caroncule*. Celle-là étoit ronde & groſſe comme un pois. Il n'y avoit dans tout cet Ovaire ni dans le droit aucune autre cicatrice, ni aucune autre Caroncule, marque aſſez aparente que le Fœtus unique étoit ſorti par cet endroit. Deplus, il ne pouvoit abſolument avoir paſſé par la Trompe droite, car vers ſon embouchure dans la Matrice ſes parois étoient colées enſemble, & il n'y avoit à ſon autre extrémité nulle ouverture, ni apparence de Pavillon. Cette diſpoſition avoit été cauſe qu'il s'étoit amaſſé dans la cavité de cette Trompe un demi-ſeptier de la ſeroſité que filtrent les glandes dont elle eſt ſemée. Cette ſeroſité étoit claire, & ſans mauvaiſe odeur. Quand M. *Littre* l'eut évaporée à petit feu, il reſta au fond du Vaiſſeau une pellicule épaiſſe de demi ligne, qui ſentoit bon, & avoit un bon goût.

XXII.

M. *Berger* a parlé d'un Malade qu'il avoit vû, âgé de 65 ans, d'une complexion ſaine & robuſte, qui mourut après une maladie dont les principaux ſymptomes avoient été une ſuppreſſion d'urine, mais ſans douleur, & une ſimple peſanteur dans le bas ventre. On l'ouvrit; on lui trouva le Colon extraordinairement dilaté, & quand on perça cet Inteſtin il en ſortit beaucoup de vents avec le même bruit & les mêmes ſiflements que d'un balon bien enflé. On trouva auſſi à la Veſſie deux appendices qui en ſortoient en forme de ſacs, & qui étoient remplies d'urine. Toute la merveille conſiſte en ce que ces dilatations extraordinaires & du Co-

* Pag. 55.

Colon & de la Veſſie étoient ſans douleur. Il falloit abſolument que ces deux Viſceres fuſſent devenus paralytiques. M. *Berger* rapporte cette paralyſie à ce que le Malade buvoit beaucoup de vin & d'eau de vie, & mangeoit peu. Les ſels acres de ces liqueurs pouvoient avoir corrodé les fibres nerveuſes de ces Viſceres, avoir affoibli peu à peu, & enfin abſolument détruit leur reſſort, ce qui les avoit rendues incapables en même temps & de reſiſter à une grande extenſion, ou de ſe remettre après l'avoir ſoufferte, & de recevoir les eſprits qui font le ſentiment. La maniere dont ces deux effets ſont produits enſemble demanderoit un grand détail de Mechanique, où M. *Berger* entra, mais c'eſt un Syſtême aſſez important, & aſſez difficile pour meriter d'être traité à part.

---

* M. *Homberg* a donné une Obſervation ſur un Battement de Veines ſemblable à celui des arteres.

---

† M. *du Verney* le jeune a donné ſur une Hydropiſie de Cerveau, une Obſervation rapportée dans les Memoires, & qui fait part d'une eſpece de corps d'Obſervations qu'il a faites ſur l'Hydropiſie en général.

* V. les M. p. 218. † V. les M. p. 8.

M. *Tour-*

* M. *Tournefort* lut à l'Academie une ample & exacte Deſcription du Caſtor, qui lui avoit été envoyée de *Quebec* par M. *Sarraſin* ſon Correſpondant, Medecin du Roi en *Canada*.

CEtte année M. *Lémery* le fils imprima une *Diſſertation ſur la nourriture des Os* qu'il avoit lûe à l'Academie. Il y prouve que ce n'eſt point la Moelle qui nourrit les Os, mais un Suc tout different, verſé dans leur ſubſtance par les arteres, car les Os malgré leur ſolidité ont des arteres & des veines auſſi-bien que les chairs, & M. *Méry* a fait voir un Os fort dur traverſé en long dans toute ſon épaiſſeur par un gros vaiſſeau ſanguin. Sur la Moelle & ſur les vaiſſeaux ſanguins des Os, inviſibles ordinairement à un certain âge, M. *Lémery* tombe dans les mêmes penſées que l'on a rapportées dans l'Hiſt. de 1700. † Il confirme par une experience qu'il a faite, la difference de la Moelle & du Suc nourricier des Os. Il a fait bouillir dans de l'eau aſſez long-temps des Os concaſſez acec leur moelle, & enſuite il a vû que l'eau contenoit deux ſortes de ſubſtances, l'une huileuſe, qui ſurnageoit, & qui ſe figeoit quand le bouillon étoit refroidi, l'autre ſemblable par ſon goût & par ſa conſiſtance à de la gelée de viande, & qui devenoit plus épaiſſe quand on la faiſoit bouillir de nouveau, qu'on la laiſſoit enſuite refroidir. Il eſt plus que vraiſem-

* Voyez les Memoires pag. 64. † pag. 19.

ſemblable que la premiere ſubſtance étoit la Moelle, & la ſeconde le Suc nourricier. La Moelle deſtinée à entretenir la ſoupleſſe de l'Os, & à l'empêcher de devenir trop caſſant, eſt une Huile fort fine que la chaleur du corps tient toûjours aſſez liquide pour s'inſinuer entre les fibres ſerrées de l'Os. Le ſuc nourricier qui doit ſe changer en la ſubſtance même de l'Os eſt une gelée, ainſi que tout autre ſuc nourricier, & une gelée qui s'épaiſſit toûjours à la chaleur, & par conſéquent peut enfin acquerir la ſolidité de l'Os. On ne tire la ſubſtance huileuſe que des Os qui ont de la Moelle, & de tous on en tire la gelée, ce qui appuye fort encore le ſentiment de M. *Lémery*. Il remarque auſſi que les ſeuls Os qui ayent de la Moelle ſont ceux qui font de grands mouvements, & qui par-là pourroient ſe deſſecher trop, de même que les parties où la nature a attaché le plus de graiſſe ſont ordinairement celles où les Muſcles ayant plus d'action ont plus de beſoin d'être humectez & rafraichis. Delà vient encore qu'il y a beaucoup moins de moelle à proportion dans les jeunes Os, qui ſont par eux-mêmes aſſez tendres.

CHI-

# CHIMIE.

## SUR LA RECOMPOSITION DU SOUFFRE.

* ON n'eſt jamais ſi ſûr d'avoir décompoſé un Mixte en ſes veritables principes, que quand avec les mêmes principes on le peut recompoſer. Ce rétabliſſement n'eſt pas toûjours poſſible, & quand il ne l'eſt pas, il ne conclut pas neceſſairement contre l'analyſe du Mixte, mais il la démontre quand il réuſſit. C'eſt une eſpece de bonheur dont il faut joüir quand il ſe preſente.

On a vû dans l'Hiſt. de 1703. † l'analyſe que M. *Homberg* a faite du Souffre commun. M. *Geoffroy* a voulu voir s'il la verifieroit par la recompoſition de ce corps, & le ſuccès a été pleinement favorable.

Il a pris de l'Eſprit de Souffre bien déflegmé, c'eſt-à-dire le Sel acide du ſouffre auſſi pur qu'on le puiſſe avoir, une partie égale de cette Gomme que M. *Homberg* tire du ſouffre, & qui en eſt la partie inflammable, & graſſe, & pour ſuppléer au troiſiéme principe qui eſt une

* Voyez les Memoires pag. 374. † pag. 57. & ſuiv.

une terre, ou un alcali terreux, il a joint une partie d'huile de Tartre; l'operation ayant été conduite ſelon les regles de l'art, il a tiré de ce mêlange du ſouffre brûlant tout pur.

Il a fait plus, il a compoſé du ſouffre, non en le recompoſant avec les mêmes matieres qui en étoient ſorties, mais en employant d'autres matieres qu'il a jugé devoir être de la même nature. Ainſi en ſubſtituant au Sel acide du ſouffre l'Huile de Vitriol, & à la partie graſſe & inflammable, l'Huile de Terebenthine, il a réuſſi de la même maniere.

Les Sels Fixes, qui ſont des Acides abſorbez & retenus par une terre, tenant lieu de deux principes du Souffre à la fois, n'ont eu beſoin que d'être mêlez avec une Huile inflammable, & ils ont auſſi-tôt donné du Souffre; & même au lieu de cette Huile, M. *Geoffroy* a employé auſſi heureuſement des matieres ſolides inflammables, comme le bois, le charbon de bois, le charbon de terre. L'effet a été le même parce que ces matieres ne brûlent que par une huile qu'elles renferment.

Il faut remarquer que tous les Sels acides envelopez dans une terre ne ſe ſont pas trouvez propres à faire du ſouffre. M. *Geoffroy* excepte le Sel marin décrepité, & le Nitre Fixé. Peut-être leur acide eſt-il different de celui du Souffre ou du Vitriol, ou de l'Alun, qui ne ſont que le même. L'acide qui entre dans le ſouffre devra donc être d'une nature particuliere, & on peut l'appeller *vitriolique*.

*Boyle* & *Glauber*, deux grands Chimiſtes, ont fait tous deux du ſouffre commun, & par des mêlanges tels que M. *Geoffroy* les preſcrit. Mais ils ſe ſont trompez tous deux dans les conſéquen-

quences qu'ils ont tirées. Ils ont crû, l'un que le ſouffre qui lui venoit avoit été renfermé dans un ſel Fixe, l'autre, dans du charbon, & ils n'ont pas ſû que c'étoit le mêlange ſeul de trois principes, qui produiſoit ce Mixte. L'erreur de ces grands hommes releve le merite de la découverte de M. *Homberg*.

Si celle que M. *Geoffroy* a faite en travaillant ſur le ſouffre, ſe verifie dans la ſuite, elle ſera plus importante que tout ce qui avoit été le principal objet de ſon travail. Il croit avoir reconnu que le fer n'eſt, auſſi-bien que le Souffre commun, qu'un compoſé du Souffre principe, ou d'une matiere inflammable, d'un Sel vitriolique, & d'une terre. La rouille du fer, c'eſt-à-dire une diſſolution qui ſe fait de quelques-unes de ſes parties par l'humidité de l'air, prouve aſſez que ces parties-là ſont ſalines, & leur goût, qu'elles ſont vitrioliques, & la facilité avec laquelle le fer s'enflamme, fait voir combien il eſt ſulfureux. Mais à ces indices manifeſtes M. *Geoffroy* joint des preuves plus philoſophiques. Il a fait du fer par le mêlange des trois principes rapportez, du moins c'eſt une poudre noire, peſante, & qui s'attache à l'Aiman, caractere ſpecique du fer.

Si la compoſition de ce metal étoit une fois bien ſûrement dévelopée, apparemment ce ſeroit un degré pour paſſer à celle des autres Metaux. La Chimie ne ſe peut rien propoſer de plus grand ni de plus difficile que de les connoître juſque dans leurs principes, & peut-être après cela ce fameux objet de tant de recherches inutiles, ceſſeroit-il d'être chimerique.

OB-

# OBSERVATION CHIMIQUE.

M. *Homberg* a fait voir une eſpece de petit arbriſſeau d'argent, haut de près de 2 pouces, élevé ſur une plaque d'argent de la grandeur d'une piece de trente ſous, & un peu plus peſante, dont la ſuperficie qui portoit l'arbriſſeau étoit extrémement polie, l'oppoſée étant grenue & raboteuſe. Le fait eſt que M. *Homberg* avoit mis à la Coupelle environ deux Onces d'argent pour le purifier par trois fois autant de plomb. La Coupelle étant faite & l'argent congelé dans le feu, il s'éleva de deſſus ſa ſuperficie comme un petit jet d'argent liquide, qui forma l'arbriſſeau. Apparemment la matiere qui étoit ſous cette petite voute, & qui bouillonnoit encore, n'ayant pas eu la liberté de s'étendre, avoit percé la voute par l'endroit qui répondit à la plus grande chaleur du feu, & avoit fait le jet qui s'étoit enſuite congelé à l'air.

---

M. *Lémery* a continué ſon grand Traité de l'Antimoine.

# BOTANIQUE.

## OBSERVATION BOTANIQUE.

M. *Lémery* a dit qu'un de ſes amis, curieux du jardinage, ayant enté ſur un Coignaſſier une branche de Prunier, plia la greffe en arc, & en fit entrer la pointe dans un autre endroit du Coignaſſier, après quoi il fit avec de la terre glaiſe ce qu'on appelle des *Poupées* aux deux bouts de cette greffe. Elle prit par les deux bouts, & jetta des branches garnies de feuilles, qui produiſirent dans leur temps des Prunes de l'eſpece de celles que portoit le Prunier, & d'un goût fort approchant. Mais celles qui étoient ſorties de la pointe de la greffe, n'avoient pour tuyau qu'un pepin gros comme celui du raiſin, & fort dur, au lieu que les Prunes ſorties du bout d'embas avoient un noyau à l'ordinaire.

---

M. *Tournefort* a donné la Deſcription de l'*Alhagi*, Plante d'*Armenie* & de *Perſe*, d'où l'on tire une eſpece de * Manne purgative, & du *Chamærhododendros* de Levant.

M. *Mar-*

* Voyez les Memoires, p. 461.

M. *Marchand* a lû la Deſcription de la *Linaria hederæ Foliis Col.* ou *Cymbalaria C. B.* reſervée pour un Ouvrage particulier.

M. *Chomel* a lû auſſi la deſcription de la *Moſchatellina Foliis Fumariæ bulboſæ J. B.*

---

LE P. *Gouye* a communiqué à l'Academie des deſcriptions de quelques Plantes d'*Amerique*, envoyées par le P. *Breton*, Miſſionnaire Jeſuite. Ces Plantes ſont le Thé, le Sapotile, Liane, Cuébé, Mabouya pommier, & le Mahot à coton.

# ARITHMETIQUE.

## SUR UNE PROPRIETE GENERALE DE TOUTES LES PUISSANCES.

M. *Carré* parla un jour par occaſion d'une proprieté du nombre 6. Les nombres Cubiques naturels, 8, 27, 64, 125, dont la racine eſt moindre que 6, étant diviſez par 6, le reſidu des diviſions eſt leur racine même. Ainſi 8 étant diviſé par 6, 2 reſidu de la diviſion eſt la racine cubique de 8. 3 reſidu de la divi-

ſion de 27 par 6, eſt la racine cubique de 27 &c.

Si l'on pouſſe plus loin la Suite des Cubes naturels, 216 cube de 6 étant diviſé par 6 ne laiſſe aucun reſte, & le diviſeur 6 eſt lui-même la racine cubique, mais 343 cube de 7 diviſé par 6 laiſſe pour reſidu 1, qui joint à 6, fait cette racine cubique de 343, 512 cube de 8 diviſé par 6 laiſſe 2, qui joint à 6 fait 8 racine cubique de 512, & ainſi de ſuite, de ſorte que le reſidu des diviſions des cubes au deſſus de 216 diviſez par 6, étant joint à 6, donne toûjours la racine du cube qu'on a diviſé, juſqu'à ce que ce reſte ſoit 5, & par conſéquent 11 la racine cubique du nombre diviſé, après quoi le Cube ſuperieur étant diviſé par 6 il ne reſte rien, parce que la racine cubique eſt 12, multiple de 6, & enſuite ſi l'on continuë de diviſer par 6 les Cubes ſuperieurs, il ne faut plus ajoûter le reſidu des diviſions à 6, mais à 12 premier multiple de 6, & immédiatement après qu'on aura paſſé le Cube de 18, où l'on trouvera encore une diviſion ſans reſte, il ne faudra plus ajoûter le reſidu des diviſions à 6, ni à 12, mais à 18 ſecond multiple de 6, & toûjours ainſi de ſuite, prenant toûjours de ſix cubes en ſix cubes après une diviſion ſans reſte un multiple ſuperieur de 6, auquel on ajoûtera le reſidu de la diviſion faite par 6.

Il arrive preſque toûjours que les proprietez qui paroiſſent particulieres à quelques grandeurs, ſoit nombres, ſoit lignes, ſont générales & communes à une infinité d'autres grandeurs, conditionnées de la même maniere, mais on n'apperçoit pas toûjours ce qui fait que ces autres grandeurs ſont de la même condition, & du même ordre, & delà vient que

des

des proprietez générales paſſent pour n'être particulieres à certaines grandeurs, en qui elles ſe manifeſtent plus ſenſiblement. M. *de la Hire* en examinant la proprieté du nombre 6, par rapport aux nombres cubiques, trouva que tous les autres nombres élevez à quelque puiſſance que ce fût, avoient leur diviſeur qui faiſoit par rapport à eux le même effet, que 6 par rapport aux nombres cubiques.

Telle eſt la regle générale qu'il a découverte. Si l'expoſant de la puiſſance d'un nombre eſt pair, c'eſt-à-dire, ſi ce nombre eſt élevé à la 2de, 4e, 6e puiſſance &c. il faut le diviſer par 2, & le reſidu de la diviſion, en cas qu'il y en ait un, ajoûté à 2 ou à un multiple de 2 donnera la racine de ce nombre correſpondante à ſa puiſſance, c'eſt-à-dire, la racine 2de, ou 6e &c. mais ſi l'expoſant de la puiſſance du nombre eſt impair, c'eſt-à-dire, ſi le nombre eſt élevé à la 3e, 5e, 7e puiſſance &c, le double de cet expoſant ſera le diviſeur qui aura la proprieté dont il s'agit. C'eſt par-là qu'elle ſe trouve dans 6, double de 3 qui eſt l'expoſant de la puiſſance de tous les Cubes. De même 10 eſt le diviſeur de tous les nombres élevez à la 5e puiſſance, 14 de tous ceux qui ſont élevez à la 7e &c.

Quand on aura bien conçu quel eſt à l'égard des nombres cubiques l'effet du nombre 6, dans quels cas les diviſions ſont ſans reſte, & ſelon quel ordre il faut ajoûter aux reſidus les differents multiples de 6 au lieu de 6, il ſera très-facile d'appliquer de même le nombre 2 à toutes les puiſſances paires, & les nombres 10, 14, 18 &c. aux differentes puiſſances impaires.

La démonſtration de la Regle générale de

M. *de la Hire* dépend de la formation des puiſſances, & de quelques conſiderations ſur la nature des Nombres. Les proprietez des Nombres ſont un champ infini, ouvert à la curioſité, & aux recherches de l'Eſprit humain.

# GEOMETRIE.

## SUR LA RECTIFICATION DES COURBES.

* ON a déja vû dans l'Hiſt. de 1701. † que M. *Carré* avoit donné des Methodes générales pour la Rectification des Courbes. Il la conſideroit alors en elle-même, & ſans aucun rapport étranger, mais parce qu'il arrive quelquefois que la rectification d'une Courbe dépend de la quadrature d'une autre, il conſidere maintenant les rectifications comme liées aux quadratures.

Que l'on prenne pour les deux premiers termes d'une proportion la Soutangente de tel point qu'on voudra d'une Courbe quelconque, & ſa Tangente, & pour troiſiéme terme une ligne droite conſtante quelconque, il eſt viſible que comme la Soutangente & la Tangente va-

* Voyez les Memoires, p. 87. † p. 104.

varieront toûjours entr'elles, le quatriéme terme de la proportion variera toûjours auſſi, & variera dépendamment de la variation de la Soutangente & de la Tangente, & par conſéquent on en pourra former continuellement les Appliquées d'une ſeconde Courbe. Or cette ſeconde Courbe étant ainſi formée, M. *Carré* démontre que l'eſpace qu'elle comprendra ſera égal à un parallelogramme fait de la droite conſtante employée pour troiſiéme terme de la proportion, & d'une autre droite égale à la premiere Courbe, c'eſt-à-dire que la rectification de cette premiere & la quadrature de la ſeconde ne feront qu'un même Problême, & ne demanderont que la même ſolution.

Si ſur la Parabole on conſtruit de cette maniere une ſeconde Courbe, on voit naître auſſi-tôt l'Hyperbole, & par conſéquent la rectification de la Parabole tombe dans la même impoſſibilité que la quadrature de l'Hyperbole.

Si la premiere Courbe eſt la ſeconde Parabole cubique, il s'en forme la Parabole ordinaire, qui étant quarrable donne une ligne droite égale à la ſeconde parabole cubique. C'eſt une curioſité agréable en Géometrie, & même un progrès dans cette Science que de découvrir la ſource de la dépendance mutuelle où ſont les uns à l'égard des autres les Problêmes des quadratures & des rectifications. On ſait donc non ſeulement que toute Courbe rectifiable répond à quelque Courbe quarrable, & réciproquement, mais encore de quelle maniere il faut trouver l'une par l'autre.

*Sur les Lieux qui ſe forment par le concours des Tangentes de la Cycloïde, & des Sections Coniques.*

* SUr une Courbe une fois formée, on en peut toûjours conſtruire d'autres, & il n'y a qu'à imaginer les conditions que l'on preſcrira à cette nouvelle conſtruction. Ainſi étant donnée une Cycloïde ordinaire, dont la baſe eſt égale à la circonference du cercle générateur, les Tangentes que l'on tirera à deux de ſes points quelconques prolongées juſqu'à ce qu'elles concourent, feront toûjours un angle droit, pourvû qu'elles ſoient conditionnées d'une certaine maniere que M. *de la Hire* preſcrit. Tous les points que déterminent par leur concours hors de la Cycloïde toutes ces Tangentes ainſi priſes deux à deux, font une ſuite qui n'étant pas en ligne droite compoſe une nouvelle Courbe, ou un *Lieu*, car on appelle Lieu en Géometrie toute ligne ou tout eſpace qui ſe détermine par la variation de quelques grandeurs, toûjours reglée de la même maniere, & aſſujettie à une certaine Loi.

En cherchant quelle eſt la nouvelle Courbe produite par la Cycloïde, M. *de la Hire* trouve que c'eſt une autre Cycloïde, mais *accourcie*, c'eſt-à-dire dont la baſe eſt plus petite que la circonference de ſon cercle générateur.

Mais ſi les angles par leſquels ſe forme la ſeconde Courbe, au lieu d'être droits comme on les

* Voyez les Memoires, pag. 285.

les a ſuppoſez, étoient aigus ou obtus, & tous égaux entr'eux, comme ce ſeroit une autre génération, ce ſeroit auſſi une autre recherche. En ce cas-là, M. *de la Hire* démontre que la ſeconde Courbe ſeroit encore une Cycloïde accourcie. Il fait enſuite un grand nombre de remarques ſur les contours, les poſitions, enfin ſur les différentes particularitez de ces nouvelles Cycloïdes.

Il étend après cela toute cette Théorie aux Sections Coniques, & examine les Lieux qui naiſſent du concours de leurs Tangentes, ſous quelques angles qu'elles ſe rencontrent, pourvû ſeulement qu'ils ſoient égaux. Toutes les nouvelles Courbes qui naiſſent, ne ſont que des Sections coniques; mais tout le détail qui n'eſt que de pure Géometrie doit être renvoyé au Memoire de l'Auteur.

---

# SUR LES SPIRALES A L'INFINI.

* SI l'on vouloit faire un parallele des Géometres Anciens & Modernes, & comparer leur different merite, les Spirales dont nous allons parler, en fourniroient peut-être une occaſion plus heureuſe qu'aucune autre matiere.

*Ar-*

* Voyes les Memoires, pag 91.

*Archimede* a fait un Traité des Spirales, & tout le monde connoît leur génération. On ſuppoſe le rayon d'un cercle diviſé en autant de parties que ſa circonference, par exemple en 360. Le rayon ſe meut ſur la circonference, & la parcourt toute entiere. Pendant ce même temps, un point qui part du centre du cercle ſe meut ſur le rayon, & le parcourt tout entier, de ſorte que les parties qu'il parcourt à chaque inſtant ſur le rayon ſont proportionnelles à celles que le rayon parcourt dans le même inſtant ſur la circonference, c'eſt-à-dire, que tandis que le rayon parcourt, par exemple, un degré de la circonference, le point qui ſe meut ſur le rayon en parcourt la 360e partie. Il eſt évident que le mouvement de ce point eſt compoſé, & ſi l'on ſuppoſe qu'il laiſſe une trace, ce ſera une Courbe qu'*Archimede* a nommé *Spirale*, dont le *Centre* eſt le même que celui du Cercle, & dont les Ordonnées ou *Rayons* ſont les differentes longueurs du rayon du cercle, priſes depuis le centre, à l'extrémité deſquelles le point mobile s'eſt trouvé à chaque inſtant. Par conſéquent les Ordonnées de cette Courbe concourent toutes en un point, & elles ſont entr'elles comme les parties de la circonference du cercle correſpondantes, qui ont été parcourues par le rayon, & qu'on peut appeller *arcs de revolution*.

Quand le rayon du cercle a parcouru toute la circonference, & que par conſéquent le point mobile eſt arrivé à l'extrémité du rayon, on peut concevoir que ce rayon ſoit prolongé hors du cercle d'une quantité égale à celle dont il étoit, & qu'il commence une ſeconde revolution dans les mêmes conditions que la premiere,

miere, & de même à l'infini. Voila donc la Spirale infiniment prolongée. Le cercle de la premiere revolution eſt toûjours le même, mais dans la ſeconde revolution les arcs auſquels les Ordonnées de la Spirale doivent être proportionnelles, ſont la circonference du cercle de la premiere revolution, plus l'arc décrit de nouveau dans la ſeconde, & toûjours ainſi de ſuite. Si l'on conçoit à la fin de chaque revolution un nouveau cercle décrit, concentrique au premier, on les appelle *Cercles circonſcrits*, chacun à ſa revolution.

*Archimede*, inventeur de la Spirale eſt auſſi le premier qui l'a examinée. Il en a trouvé les Tangentes, ou, ce qui revient au même, les Soutangentes, & enſuite les Eſpaces. Il démontre qu'à la fin de la premiere revolution la Soutangente de la Spirale eſt égale à la circonference du cercle circonſcrit, qui eſt alors le même que celui ſur lequel on a pris les arcs de revolution, qu'à la fin de la ſeconde revolution la Soutangente eſt double de la circonference du cercle circonſcrit, triple à la fin de la troiſiéme revolution, & toûjours ainſi de ſuite. Quant aux Eſpaces, qui ſont toûjours compris entre le rayon qui termine une revolution, & l'arc ſpiral qui s'y termine auſſi, pris depuis le centre, *Archimede* a prouvé que l'eſpace ſpiral de la premiere revolution eſt à l'eſpace de ſon cercle circonſcrit comme 1 à 3, que l'eſpace de la ſeconde revolution eſt au cercle circonſcrit comme 7 à 12, celui de la troiſiéme, comme 19 à 27 &c. Ce ſont là les deux plus conſiderables découvertes du Traité d'*Archimede*.

Nous avons ſes propres démonſtrations. El-

les ſont ſi longues, & ſi difficiles à embraſſer, que, comme on l'a pû voir dans la Préface de l'*Analyſe des Infiniment petits*, M. *Bouillaud* a avoué qu'il ne les avoit jamais bien entendues, & que *Viete* les a injuſtement ſoupçonnées de paralogiſme, parce qu'il n'avoit pû non plus parvenir à les bien entendre. Mais toutes les preuves qu'on peut donner de leur difficulté & de leur obſcurité tournent à la gloire d'*Archimede*, car quelle vigueur d'eſprit, quelle quantité de vûës differentes, quelle opiniâtreté de travail n'a-t-il pas fallu pour lier & pour diſpoſer un raiſonnement que quelques-uns de nos plus grands Géometres ne peuvent ſuivre, tout lié & tout diſpoſé qu'il eſt?

L'eſprit de la Géometrie moderne eſt d'élever toûjours les veritez ſoit anciennes, ſoit nouvelles à la plus grande univerſalité qu'il ſe puiſſe. Dans la Spirale d'*Archimede* les Ordonnées ou rayons ſont comme les arcs de revolution; M. de *Fermat* rendit la génération de cette Courbe plus univerſelle, en ſuppoſant que les rayons y fuſſent comme telle puiſſance qu'on voudroit de ces arcs, c'eſt-à-dire, comme leurs quarrez, leurs cubes &c, ou même leurs racines quarrées, cubique &c. Car les Géometres ſavent que les racines ſont des puiſſances miſes en fraction.

La nature de la Parabole en général conſiſte en ce que ſes Abſciſſes ſont comme quelque puiſſance des Ordonnées, & c'eſt l'infinité de ces puiſſances poſſibles qui fait le nombre infini des differentes eſpeces de Paraboles. Sur cela, M. *Varignon* fit réflexion que prendre une puiſſance quelconque des arcs circulaires, à la maniere de M. de *Fermat*, ou les prendre comme

me les Ordonnées de quelque Parabole, c'étoit donc la même chose. Mais pourquoi ne les prendre que comme les Ordonnées de quelque Parabole? Pourquoi ne suivroient-ils pas la raison des Ordonnées de toute autre Courbe? Voilà donc la génération de la Spirale devenue plus universelle qu'elle ne l'étoit selon M. de *Fermat*, puisque ces arcs de revolution peuvent suivre telle raison qu'on voudra. D'un autre côté, rien n'assujettit les rayons de la Spirale à se regler sur les arcs de revolution, ni sur aucune de leurs puissances, & par conséquent la génération de la Spirale n'est plus renfermée dans aucunes bornes, puisque cette Courbe se peut former de telle raison qu'on voudra imaginer entre ses rayons, & de telle autre qu'on supposera entre ses arcs de revolution.

En concevant la formation de toute Spirale en général, ainsi que nous avons conçû celle de la Spirale d'*Archimede*, c'est-à-dire en concevant une ligne qui parcourt une circonference de cercle, & un point mobile sur cette ligne, il est bien clair que le mouvement de la ligne & celui du point sont absolument indépendants l'un de l'autre, & peuvent suivre, chacun en particulier, telle progression qu'on voudra. Delà vient l'universalité infinie de la génération de la Spirale, car c'est le mouvement de la ligne qui détermine les arcs de revolution, & celui du point qui détermine les rayons.

Quelques differentes raisons ou progressions qu'on établisse pour les deux mouvements, on peut toûjours imaginer une Courbe dont les Abscisses représenteront l'une, & les Ordonnées

l'autre, & par conſéquent il n'y a nulle Courbe qui ne puiſſe ſervir à former une Spirale, & qui, pour ainſi dire, n'ait ſa Spirale particuliere. Les Abſciſſes de la Courbe génératrice ſont les rayons de la Spirale, & les Ordonnées déterminent les arcs de revolution.

Afin que les Abſciſſes de la Courbe génératrice ſoient les rayons de ſa Spirale, ou, ce qui eſt la même choſe, ſoient égales à ces rayons, il faut que comme la Spirale a ſon origine au centre du cercle de revolution, la Courbe génératrice y ait auſſi la ſienne. Mais parce que cette poſition de la Courbe génératrice à l'égard du cercle de revolution n'eſt nullement neceſſaire, quoique la plus naturelle & la plus ſimple, & qu'on en peut ſuppoſer telle autre qu'on voudra, M. *Varignon* laiſſe cette poſition indifferente & indéterminée, ce qui donne encore une plus grande généralité à la formation des Spirales; car non ſeulement il peut y en avoir autant de differentes que de Courbes, mais encore autant que l'origine de chaque Courbe peut avoir de poſitions differentes par rapport au centre du cercle de revolution. Ainſi, ce qui auroit pû paroître un Paradoxe, il y a plus de genres de Spirales poſſibles, que d'autres Courbes, quoique les Spirales ne ſoient qu'une eſpece de Courbes.

Quand l'origine de la Courbe génératrice n'eſt pas au centre du cercle de revolution, ſes Abſciſſes ne laiſſent pas de regler toûjours les rayons de la Spirale. Seulement il faut ajoûter à ces Abſciſſes ou en retrancher une certaine quantité, qui eſt déterminée par l'éloignement de l'origine de la Courbe à l'égard du centre du cercle de revolution.

La

La position de la Courbe génératrice demeurant donc indéterminée, & par conséquent aussi le rapport de ses Abscisses aux rayons de la Spirale, il ne reste rien de constant que le rapport de ses Ordonnées aux arcs de revolution, qu'elles déterminent toûjours. Aussi est-ce uniquement sur ce rapport que M. *Varignon* fonde une Equation générale pour toutes les Spirales possibles à l'infini. Il ne faut pour amener cette Equation à quelque chose de particulier qu'y faire entrer l'expression des Ordonnées de quelque Courbe particuliere. Et comme l'expression des Ordonnées d'une Courbe enferme necessairement ses Abscisses, on trouvera par-là quels seront les rayons de la Spirale, selon la position qu'on aura donnée à la Courbe génératrice.

Par exemple, si la génératrice est une Parabole en général, dont les Ordonnées montent à telle puissance ou tel degré qu'on voudra, & si l'on suppose que son sommet soit au centre du cercle de revolution, on voit aussi-tôt la Spirale générale qui devient particuliere, ou plûtôt moins générale, puisqu'elle comprend encore une infinité d'especes, dont chacune répond à chaque espece de Parabole. M. *Varignon* trouve les Soutangentes de cette Spirale Parabolique générale, le rapport de ces Soutangentes, soit au cercle de revolution soit à leur cercle circonscrit, lorsqu'elles terminent une revolution, ou, lorsqu'elles sont dans le cours d'une revolution, leur rapport à la portion de cercle correspondante; tous les espaces spiraux, soit tout ce qu'il y en a de compris dans tel nombre de revolutions qu'on voudra, soit l'espace seul de quelque revolution

lution complete, ſoit ſeulement quelque partie de cet eſpace ; enfin les *déroulemens* de ces Spirales, c'eſt-à-dire les Courbes qui naîtroient, ſi les rayons ou Ordonnées qui concourent toutes en un point étoient toutes poſées ſur un axe parallelement entr'elles, ſelon l'ordre qu'elles avoient, & en conſervant la même grandeur.

Tout l'artifice de cette Spirale Parabolique générale ne conſiſte qu'en ce que le degré de la Parabole génératrice a été laiſſé indéterminé, & lorſqu'on le détermine, il vient enfin une Spirale particuliere, &, pour ainſi dire, individuelle, & qui ne peut deſcendre davantage. Les Géometres conviennent que le Triangle peut paſſer pour la premiere eſpece de Parabole, dans laquelle les Ordonnées ſont en même raiſon que les Abſciſſes; d'ailleurs dans la Spirale d'*Archimede* les arcs de revolution ſont comme les rayons, & par conſéquent elle peut être produite par le Triangle ou par la Parabole du premier. Auſſi quand on détermine le degré général de la Parabole à n'être que l'unité, toutes les proprietez qu'*Archimede* a découvertes dans ſa Spirale s'offrent auſſi-tôt, & accompagnées de pluſieurs autres qu'il n'a pas vûes.

C'eſt-là le grand avantage des Géometres modernes ſur les Anciens. Un nombre de veritez infiniment plus grand nous coûte infiniment moins, non que nous ayons un genie ſuperieur, mais parce que nous avons d'excellentes methodes. La gloire des Anciens eſt d'avoir pû faire ſans le ſecours de nôtre Art le peu qu'ils ont fait, & la gloire des Modernes eſt d'avoir trouvé un Art ſi merveilleux. Les Anciens

ciens reſſemblent aux Habitans du *Mexique* & du *Perou*, qui n'ayant ni Grues ni inſtruments pareils, & ne ſachant point échafauder, ne laiſſoient pas d'élever des bâtimens à force de bras, & les Modernes ſont les *Européens* qui bâtiſſent incomparablement mieux, mais avec des Machines.

On voit d'un ſeul coup d'œuil par la Formule générale de M. *Varignon*, que dans la Spirale d'*Archimede* engendrée par la Parabole du premier degré ou par le Triangle, les Soutangentes qui terminent chaque revolution ſont entre elles comme la ſuite des quarrez naturels, 1, 4, 9 &c. Que dans la Spirale engendrée par la Parabole du ſecond degré qui eſt la Parabole ordinaire, ces mêmes Soutangentes ſont entre elles comme les racines quarrées des Cubes des nombres naturels, c'eſt-à-dire, comme les racines quarrées de 1, de 8, de 27, de 64 &c. Que dans la Spirale engendrée par la Parabole du troiſiéme degré, ou cubique, elles ſont comme les racines cubiques des quatriémes puiſſances des nombres naturels, & enfin l'on trouve toûjours avec la même facilité la progreſſion qui regne entre ces Soutangentes dans quelque Spirale parabolique que ce ſoit, ce qui fourniroit encore de nouveaux Theorêmes fort univerſels, ſi l'on vouloit comparer ces differentes progreſſions en differentes Spirales. Rien ne plaît davantage à l'Eſprit en fait de Géometrie, que de voir naître d'une même grandeur differemment conditionnée, ces differens ordres infinis de progreſſions, également invariables dans toutes leurs parties, & qui ne ſe démentent jamais.

Les Soutangentes compriſes dans le cours de

de quelque révolution ſe tirent de la Formule générale avec la même facilité que celles qui terminent une révolution quelconque, ſeulement elles ne ſont pas exprimées par les nombres de ces progreſſions que nous venons de marquer, mais par des nombres moyens. Les Soutangentes trouvées, rien n'eſt plus facile que de déterminer en général leur rapport aux circonferences de leurs cercles circonſcrits, ou à celle du ſeul cercle de révolution.

Il en va de même des eſpaces de toutes les Spirales paraboliques, comparez à leurs cercles circonſcrits, ſoit qu'on les prenne par révolutions completes ou incompletes. M. *Varignon* les donne tous à la fois, & ce qu'on a rapporté ci-deſſus des eſpaces de la Spirale d'*Archimede*, eſt preſque étouffé & anéanti dans cette multitude.

La Theorie des déroulements n'eſt pas moins générale. Toute Spirale parabolique ſe déroule en une Parabole plus élevée d'un degré que ſa génératrice. Ainſi la Spirale d'*Archimede* déroulée devient la Parabole commune. Delà il ſuit fort naturellement qu'une Spirale Parabolique déroulée contient un eſpace parabolique double de l'eſpace ſpiral qu'elle contenoit.

La Spirale parabolique déroulée eſt de la même longueur dont elle étoit auparavant, & par conſéquent elle n'eſt rectifiable que quand la Parabole en laquelle elle ſe change l'eſt auſſi, car il n'y a que certaines eſpeces de Paraboles qui ſoient rectifiables. La Parabole commune ne l'étant pas, la Spirale d'*Archimede* ne l'eſt pas non plus.

Si au lieu de prendre la Parabole en général pour génératrice d'une Spirale, on prend de mê-

même en général l'Hyperbole entre ſes Aſymptotes, tout le reſte demeurant le même, les changements qu'il faut faire dans la formule des Spirales à l'infini, ſont bien-tôt faits, & la Spirale hyperbolique générale paroît avec toutes ſes proprietez envelopées dans ſon Equation, d'où le calcul algebrique les dévelope facilement.

L'origine de la Spirale hyperbolique eſt à une diſtance infinie du centre de ſon cercle de révolution, au lieu que l'origine de la Spirale parabolique eſt à ce même centre. La Spirale hyperbolique, quoiqu'elle parte d'un point infiniment éloigné de ce cercle, y arrive cependant après une ſeule révolution, & quand elle en a coupé la circonference, quoique de là au centre il n'y ait qu'une diſtance finie, elle n'y peut arriver qu'après une infinité de révolutions, ou, ce qui eſt la même choſe, elle n'y peut arriver.

Cet exemple peut ſuffire pour faire imaginer les varietez dont les Spirales ſont ſuſceptibles ſelon les differentes Courbes qui les produiſent. Une Courbe fort ſimple peut produire une Spirale aſſez biſarre. Ainſi celle qui reſulte du Cercle pris pour Courbe génératrice a un point de rebrouſſement tel que ſes deux concavitez ſont tournées du même côté, ce qui eſt l'eſpece la moins ordinaire de rebrouſſement. Après cela, on ne ſera pas ſurpris de trouver des Spirales avec des points d'inflexion. On en verra même qui ont des contours plus ſinguliers qu'aucune Courbe que l'on ait examinée juſqu'à preſent.

Les Methodes dont M. *Varignon* s'eſt ſervi pour trouver les Soutangentes, les longueurs, les

les eſpaces, les déroulemens &c, des Spirales paraboliques, ſe peuvent aiſément appliquer à toutes les autres eſpeces de Spirales. Il donne même des exemples de la maniere dont il faudroit conſiderer des Spirales produites par des Courbes qui ſeroient autrement poſées à l'égard du centre du cercle de révolution qu'on ne l'a ſuppoſé juſqu'ici.

Il ne nous reſteroit plus rien à dire pour donner une idée de la Théorie de M. *Varignon* ſur les Spirales, ſi ce n'étoit une Spirale aſſez fameuſe chez les nouveaux Géometres pour meriter d'être traitée en particulier, & qui le merite d'autant plus qu'elle a ſervi de modele à M. *Varignon* pour en former d'autres de ſon eſpece qui n'étoient point encore connues.

La Courbe qu'on appelle *Logarithmique* eſt telle que ſi l'on prend ſes Abſciſſes en progreſſion arithmetique, ſes Ordonnées ſeront en progreſſion géometrique, & delà vient ſon nom. Si ſes Ordonnées ſont croiſſantes vers une extrémité de l'axe, elles ſont neceſſairement décroiſſantes vers l'autre, & comme elles ſont en progreſſion géometrique, elles ne peuvent jamais décroître juſqu'à Zero, c'eſt-à-dire que la Courbe Logarithmique ne peut jamais venir à rencontrer ſon axe, quoiqu'elle s'en approche toûjours, & que par conſéquent cet axe eſt ſon Aſymptote.

Il y a long-temps que ſur l'idée de la Logarithmique on a imaginé une Spirale, qu'on a appellée *Spirale Logarithmique*, parce qu'elle eſt Logarithmique auſſi, car ſi ſur ſon cercle de révolution on prend les arcs en progreſſion arithmetique, les rayons de cette Spirale ſeront en progreſſion géometrique.

Pour

Pour la former, M. *Varignon* poſe la Logarithmique, de maniere que ſon Aſymptote ſoit perpendiculaire au rayon, où commencent & ſe terminent les révolutions completes. Mais s'étant aviſé de donner à la Logarithmique une poſition qui fît un effet contraire, il a vû naître une autre Spirale, & qui étoit Logarithmique auſſi, puiſque ſes Ordonnées étant priſes en progreſſion arithmetique décroiſſante, les arcs de révolution en ſuivoient une géometrique croiſſante. Cette nouvelle Spirale Logarithmique, qui a l'Aſymptote de la Logarithmique pour le commencement & la fin de ſes révolutions completes, a auſſi l'extrémité de cette Aſymptote pour ſon origine, & par conſéquent commence à une diſtance infinie de ſon cercle de révolution, ainſi que la Spirale hyperbolique, au lieu que l'ancienne Spirale Logarithmique ne commence qu'à une diſtance finie de ſon cercle. La nouvelle arrive au centre, & l'ancienne n'y peut arriver.

Les deux Spirales Logarithmiques épuiſent toutes les combinaiſons qu'on peut faire de la progreſſion arithmetique & de la géometrique entre les Ordonnées ou rayons, & les arcs de révolution, & ce ſont les ſeules Spirales que la Logarithmique puiſſe produire. Mais ſi l'on vouloit que les arcs d'une Spirale quelconque puſſent ſuivre la progreſſion ſoit arithmetique ſoit géometrique, tandis que les Ordonnées ou les arcs de révolution ſuivroient celle que les arcs de la Spirale ne ſuivroient point, il reſulteroit de ces deux progreſſions differemment diſtribuées à trois grandeurs ſix combinaiſons, & par conſéquent ſix Spirales Logarithmiques poſſibles, puiſque ce qui fait qu'une Spirale eſt

Lo-

Logarithmique, c'eſt que quelques-unes des grandeurs qui la compoſent ſuivent l'une des deux progreſſions, tandis que les autres grandeurs ſuivent l'autre. C'eſt-là la réflexion qui a conduit M. *Varignon* à découvrir cinq nouvelles Spirales Logarithmiques. Nous avons déja vû la formation de la premiere des cinq, qui appartient, ainſi que l'ancienne, à la Logarithmique. Quant aux quatre autres nouvelles, M. *Varignon* a trouvé les differentes Courbes dont elles devroient naître, & il a donné leur formation & leurs proprietez, toûjours par ſa methode générale.

Une Spirale quelconque étant donnée, on peut aiſément retrouver ſa génératrice. Or toute Courbe dont les Ordonnées coucourent en un point, peut être conſiderée comme une Spirale, & par conſéquent on peut ſuppoſer qu'elle a une génératrice, & la trouver. S'il eſt donc queſtion de décrire une Courbe quelconque dont les Ordonnées ſoient concourantes en un point, on peut la traiter de Spirale, remonter à ſa génératrice, & par le moyen de cette génératrice la décrire, ſelon la methode de M. *Varignon*. On peut donner à ſa Théorie cet uſage, ſi l'on ne veut pas qu'elle demeure ſimple Théorie.

ASTRO-

# ASTRONOMIE.

## SUR DEUX ECLIPSES DE LUNE.

* UNE Eclipſe du Lune de 23 Decembre 1703, dont on ne parla dans l'Academie qu'en 1704, ne put être obſervée à *Paris* à cauſe des nuages dont le Ciel fut couvert. On en a pû voir le détail dans la *Connoiſſance des Temps* de 1703, tel qu'il avoit été prédit par le calcul aſtronomique.

Mais l'Academie reçût les obſervations qui en avoient été faites à *Dunquerque* par M. de *Chazelles*, à *Montpellier* par Mrs de *Plantade* & *Clapiers*, à *Arles* par M. *Daviſard*, à *Avignon* par le P. *Bonfa* Jeſuite, & à *Marſeille* par le P. *Laval* Jeſuite, Profeſſeur en Hydrographie.

Il y eut dans ces differentes obſervations des particularitez remarquables. L'Eclipſe arriva le matin, elle devoit commencer à *Paris* à $4^h$ 40′, & la Lune devoit ſe coucher éclipſée. A *Montpellier* on la vit, après l'immerſion totale, vers les 6 heures, ſi ſombre & ſi obſcure qu'on avoit beaucoup de peine à y diſtinguer les taches, qui d'ordinaire ſont aiſées à reconnoître, quoique la Lune ſoit plongée dans l'ombre. Quelque temps après elle commença

à

* Voyez les Mémoires, pag. 17. 69. 272.

à rougir vers ſa circonference, & circulairement, le milieu du diſque demeurant plus obſcur, & vers les 6 heures $\frac{1}{4}$ ce milieu obſcur, & l'anneau rougeâtre qui l'enveloppoit partageoient aſſez également le diamêtre du diſque. Mais ce qui fut fort extraordinaire, c'eſt qu'à 6 heures $\frac{1}{2}$, la Lune diſparut dans le ciel, quoiqu'il fût très-ſerain, & très-net, qu'elle ne dût ſe coucher qu'à plus d'une heure de là, & que le crepuſcule ne fût point encore aſſez fort pour l'effacer, puiſqu'il laiſſoit voir des Etoiles, même du côté de l'Orient.

A *Arles*, la Lune parut toûjours d'un rouge obſcur & brun, après l'immerſion totale, & au contraire, d'un rouge fort clair à *Avignon*, & ſi clair qu'on l'eût crûe tranſparente, & éclairée du Soleil par derriere. A *Marſeille*, la Lune fut rougeâtre dans ſa partie qui étoit au Nord-oueſt, & fort obſcure dans la partie oppoſée. Elle diſparut auſſi vers les 7 heures, le ciel étant fort net.

Une autre Eclipſe de Lune du 17 Juin 1704. au ſoir, dont on n'auroit pû voir à *Paris* que la fin, qui n'y fut pas vûe à cauſe des nuages, fut obſervée de quelques autres endroits, dont on eut des relations, & fut remarquable principalement par une très-forte penombre qui parut à *Montpellier* à M^rs *Bon*, de *Plantade*, & de *Clapiers*.

On peut réduire à quelques cauſes générales les differents degrez d'ombre & de penombre, & les differentes couleurs qui paroiſſent dans les éclipſes de Lune. Il faut ſe ſouvenir d'abord de ce que c'eſt que la penombre expliquée dans l'Hiſt. de 1702 *. Elle n'a été alors con-

* Pag. 97.

conſiderée que comme formée par le globe ſeul de la Terre, & l'on a fait voir que la Lune pouvoit ne tomber que dans cette penombre, qui eſt un eſpace privé ſeulement des rayons d'une partie du Soleil, & non pas dans l'ombre qui eſt un eſpace où il n'entre abſolument aucuns rayons. Par la formation de la penombre, il eſt viſible qu'elle doit avoir differens degrez de clarté ou d'obſcurité, ſelon qu'elle s'éloigne ou s'approche davantage de l'ombre. Mais ſi outre le globe de la terre, on conſidere auſſi l'Atmoſphére dont il eſt environné, il eſt certain qu'il s'y doit rompre des rayons, qui en vertu de cette refraction ſe rapprochant de la perpendiculaire, & ſe rabatant par conſéquent vers l'axe de l'ombre de la terre, pourront aller ſe mêler dans la penombre, & la rendre plus claire qu'elle n'étoit pareillement, & peut-être iront-ils juſque dans l'ombre, qui en deviendra neceſſairement moins obſcure. Cela dépend de la grandeur de la refraction, c'eſt-à-dire de la denſité de la matiere qui l'aura cauſée. Cette matiere peut varier dans l'Atmoſphére, & par conſéquent l'ombre & la penombre priſes à la même diſtance du globe de la terre pourront en differens temps, & peut-être pendant la durée d'une même éclipſe, avoir differens degrez de clarté ou d'obſcurité.

Mrs les Aſtronomes de *Montpellier* ont eu ſur cela, à l'occaſion de cette ſorte de penombre de l'Eclipſe du 17 Juin, une penſée aſſez nouvelle, & qui merite d'être ſuivie. Ils ont cherché quelles étoient les parties de la ſurface de la terre compriſes pendant cette éclipſe, tant dans l'hemiſphére éclairé, que dans l'hemiſphére obſcur, car ſi l'on peut juger que l'air de l'he-

miſphére éclairé ſoit plus épais que celui de l'hemiſphére obſcur, les rayons qui paſſeront par refraction de l'hemiſphére éclairé dans l'obſcur, ſouffriront une moindre refraction, & étant moins rabatus vers l'axe de l'ombre de la terre, ne tomberont point dans la penombre, & au contraire. Ces Aſtronomes ont trouvé que la mer du Sud qui eſt très-vaſte, étoit dans l'hemiſphére éclairé, & tout le grand Continent de l'*Europe*, de l'*Aſie*, & de l'*Afrique* dans l'hemiſphére obſcur, de ſorte que les rayons rompus qui paſſoient de deſſus la mer du Sud, & d'un air chargé de vapeurs, dans un air plus leger & ſur des terres, ne devoient ſouffrir qu'une foible refraction, & c'eſt ce qui rendit ſi obſcure la penombre de cette éclipſe. Pour pouſſer cette recherche à ſa derniere préciſion il faut voir de plus quelle eſt la partie de la terre qui couvre de ſon ombre la partie éclipſée de la Lune, & comparer cet endroit de la terre à ceux d'où il y peut venir des rayons rompus, ou plûtôt, les differentes denſitez d'air. Si l'on peut s'aſſurer qu'il y ait dans ces denſitez quelque choſe d'égal & d'uniforme, & que l'air d'une grande mer ſoit toûjours plus épais que celui d'un Continent, ce qui paroit aſſez vraiſemblable, on pourra faire par avance quelques conjectures ſur le plus ou le moins d'obſcurité de la penombre ou de l'ombre des éclipſes de Lune, & joindre ces prédictions phyſiques à celles qui ſont purement aſtronomiques. Ce ſeroit un nouveau degré de connoiſſance qu'on auroit acquis, quoique l'on n'eût guere dû l'eſperer.

Quand la Lune vûe en même temps de differens endroits paroît avoir differens degrez d'obſ-

d'obſcurité, ou même differentes couleurs, ainſi qu'il eſt arrivé dans l'Eclipſe du 23. Decembre 1703. obſervée à *Arles* & à *Avignon*, cela ne ſe peut plus rapporter qu'aux differentes vapeurs particulieres de chaque lieu, & à leur differente quantité. Ce ſont des eſpeces de verres inégalement épais & diverſement teints, au travers deſquels le même objet eſt vû. Quoique le ciel paroiſſe fort net, ces vapeurs ne laiſſent pas d'y être répandues. Dans l'Eclipſe du 23 Decembre, une foible penombre devoit couvrir la Lune, l'air devoit être à *Arles* fort chargé de ces vapeurs inviſibles, & au contraire fort pur à *Avignon*.

On ne peut guere attribuer qu'à ces mêmes vapeurs, que la Lune éclipſée diſparoiſſe dans le ciel, ſans qu'il y ait d'ailleurs nul accident nouveau. Je ſuppoſe que la Lune a pris dans ſon éclipſe une certaine couleur peu differente de celle du ciel tel qu'il eſt alors, c'eſt-à-dire du fond ſur lequel on la voit. Si les vapeurs interpoſées deviennent telles qu'elles rendent la couleur de la Lune entierement ſemblable à celle du fond, la Planete doit diſparoître à nos yeux, & il eſt clair ſelon cette idée que ce Phenomene ſurprenant ne doit être poſſible que dans les éclipſes, parce qu'en tout temps la couleur de la Lune eſt trop differente de celle du fond qui la porte.

Nous ne comptons dans tout ceci que ſur l'Atmoſphére de la Terre, & ſur les vapeurs qui y ſont inégalement répandues. Il eſt vrai que la Lune ne paroît pas avoir d'Atmoſphére groſſiere & ſenſible, mais peut-être a-t-elle des vapeurs déliées, qui étant inviſibles pendant qu'elle eſt lumineuſe, contribuent à lui donner

une couleur & une teinture, pendant qu'elle eſt dans l'obſcurité. Quoiqu'il en ſoit, on peut croire que les Philoſophes après avoir découvert, preſque contre toute apparence de ſuccès, tout ce qu'il y a de géometrique dans les Eclipſes, viendront auſſi à découvrir les cauſes des accidens phyſiques qui s'y mêlent, mais ce qui eſt phyſique doit naturellement ſe manifeſter le dernier, parce qu'il eſt plus compliqué, & plus variable.

---

# SUR LE MOUVEMENT

## *D'un Aſtre en aſcenſion droite comparé à ſon Mouvement en longitude.*

* QUand un Aſtre parti du premier degré d'Aries eſt arrivé au premier degré de Cancer, il a fait par ſon mouvement en aſcenſion droite le quart de l'Equateur, & par ſon mouvement en longitude le quart de l'Ecliptique, & la diſtance où il ſe trouve de l'interſection, ou, ſi l'on veut, de l'origine de ces deux grands Cercles eſt également de 90 degrez par rapport à l'un & à l'autre. Mais de ce que le quart de l'Ecliptique répond préciſément au quart de l'Equateur, il ne s'enſuit pas que chaque autre partie égale de l'Ecliptique réponde à une partie égale de l'Equateur, & chaque degré de l'un à chaque degré de l'autre;

* Voyez les Memoires, pag. 185.

tre ; l'obliquité de l'Ecliptique par rapport à l'Equateur ne le permet pas, & l'Aſtre qui arrivé au premier degré de Cancer a parcouru deux parties égales ſur l'un & l'autre cercle, y avoit pendant tout ſon cours précedent, ou plûtôt pendant chaque inſtant de ce cours parcouru des parties inégales. Ayant fait un degré par rapport à l'Equateur, il avoit fait plus d'un degré ſur l'Ecliptique, ou réciproquement. Mais puiſque par un cours qui étant comparé à l'un & à l'autre cercle eſt inégal, il a fait à la fin ſur l'un & ſur l'autre un eſpace égal, il faut abſolument qu'un degré de l'Ecliptique ait été tantôt plus grand, tantôt plus petit qu'un degré de l'Equateur, & comme il eſt conſtant que cette variation a été continue & reglée, un degré de l'Ecliptique n'a pû, après avoir été plus grand qu'un degré de l'Equateur, devenir plus petit, ſans paſſer par lui être égal. M. *Parent* appelle mouvement *mediocre* d'un Aſtre celui qu'il a lorſque ces deux differens degrez ſont égaux, & il cherche à quel point de l'Ecliptique entre le premier degré d'Aries, & le premier degré de Cancer, doit être ce mouvement mediocre.

Pour rapporter les degrez de l'Ecliptique à ceux de l'Equateur, il faut concevoir l'Equateur diviſé de degré en degré par des Meridiens, qui coupent enſuite l'Ecliptique. Par-là, chaque partie égale de l'Equateur a une partie de l'Ecliptique qui lui répond compriſe entre les mêmes Meridiens, mais ces parties de l'Ecliptique ſont toûjours inégales, parce que l'eſpace qui eſt entre deux Meridiens diminuant & ſe ſerrant toûjours à meſure qu'ils approchent du Pole où ils doivent coucourir, la

portion de l'Ecliptique qu'ils comprennent eſt d'autant plus petite qu'elle eſt plus éloignée de l'Equateur. Ainſi les deux Meridiens qui comprennent le premier degré de l'Equateur, comprennent plus d'un degré de l'Ecliptique, enſuite une moindre portion de l'Ecliptique, mais toûjours plus grande qu'un degré de l'Equateur, juſqu'à ce qu'elle lui ſoit égale, après quoi elle eſt toûjours plus petite que ce degré, & enfin la plus petite qu'elle puiſſe être lorſqu'elle répond au 90e degré de l'Equateur.

Il faut donc conſiderer le point du mouvement mediocre comme partageant en deux le quart de l'Ecliptique. Du côté d'Aries ſont les parties de l'Ecliptique plus grandes chacune qu'un degré de l'Equateur, du côté de Cancer celles qui ſont plus petites. Le point du mouvement mediocre ſera au 45e degré de l'Ecliptique, ſi les 45 degrez de l'Ecliptique qui ſont vers Aries pris enſemble, l'emportent autant en grandeur ſur 45 degrez de l'Equateur, que les 45 degrez vers Cancer leur cedent, mais ſi cela n'eſt pas ainſi, ce point s'approchera d'Aries, en cas que pour faire la compenſation il faille un plus grand nombre de parties vers Cancer, ou, ce qui revient au même, ſi les parties de l'Ecliptique vers Aries l'emportent plus en grandeur ſur les degrez de l'Equateur, que des parties priſes à même diſtance de Cancer ne leur cedent, & ſi l'on ſuppoſe le contraire, le point du mediocre mouvement s'éloignera d'Aries. Or moins l'Ecliptique ſera ſuppoſée oblique, moins ſes parties vers Aries l'emporteront ſur les degrez de l'Equateur, & moins les parties vers Cancer leur cederont, & au contraire; de ſorte qu'il eſt

eſt viſible que c'eſt l'obliquité de l'Ecliptique qui doit ſeule regler la poſition ou la place du point du mediocre mouvement dans le quart de l'Ecliptique.

M. *Parent* trouve par une équation algebrique que ces trois grandeurs ſont continuement proportionnelles, le Rayon de la Sphere, la Tangente de l'arc qui eſt la diſtance de Cancer au point du mouvement mediocre, & le Sinus du complément de l'obliquité de l'Ecliptique. Delà il ſuit évidemment que moins l'Ecliptique eſt oblique, plus le point du mouvement mediocre eſt éloigné de Cancer, ou proche d'Aries.

Mais l'obliquité de l'Ecliptique étant réellement conſtante, & déterminée de 23° 29′, on trouve auſſi-tôt par la Formule de M. *Parent* que le point du mouvement mediocre eſt au 46° 14′ de l'Ecliptique, au lieu qu'il eſt placé dans pluſieurs Tables aſtronomiques vers les 44 ou 45°. Cela vient de ce que les Tables ne l'ont pas déterminé par une Formule algebrique, comme a fait M. *Parent*, mais par des calculs où il entre un peu de tâtonnement, & qui aſſez ſouvent ne ſont que des approximations. Les formules d'Algebre, quand on les peut employer, frapent droit au but.

# SUR LES PLANETES EN GENERAL, ET SUR SATURNE EN PARTICULIER.

* ON ne ſauroit mieux ni relever la gloire de l'Aſtronomie, ni excuſer ce qui lui reſte d'imperfection, qu'en montrant, comme a fait M. *Maraldi*, toutes les difficultez qu'elle a eues à combatre, & qu'elle a preſque entierement ſurmontées.

Toutes les Planetes *principales*, car il ne s'agit point ici de celles qui ne ſont que des Lunes ou des Satellites, tournent autour du Soleil, quelle que ſoit la ligne qu'elles décrivent autour de cet Aſtre, & leur mouvement s'y rapporte uniquement. Il faudroit donc pour obſerver & pour calculer le cours des Planetes le plus commodément & le plus avantageuſement qu'il fut poſſible, qu'il y eût des Aſtronomes placez dans le Soleil. Suppoſons qu'il y en ait effectivement.

Ils s'appercevroient d'abord que nulle Planete ne ſeroit dans tout ſon cours également éloignée du Soleil, & qu'il n'y en auroit aucune qui n'eût ſon *Aphelie* & ſon *Perihelie*, c'eſt-à-dire deux points diametralement oppoſez, dont l'un marqueroit le plus grand éloignement, l'autre le moindre, & entre leſquels

‡ Voyez les Memoires, pag. 411.

quels ſeroient de part & d'autre ceux des *moyennes diſtances*.

Quand le mouvement des Planetes ſeroit égal & uniforme en lui-même, il paroîtroit inégal parce que leur diſtance à l'égard du Soleil ſeroit toûjours inégale d'un moment à l'autre. On les verroit aller plus lentement vers leur Aphelie, & plus vîte vers le Perihelie. Or on ne ſauroit calculer le mouvement des Planetes qu'en le ſuppoſant toûjours égal, & par conſéquent *moyen* entre la plus grande vîteſſe & la plus grande lenteur, ſauf à reduire enſuite ce mouvement moyen & faux, au *vrai* & *apparent* par des Tables qui marquent combien à chaque point de l'Orbe de la Planete, il faut ajoûter à ſon mouvement moyen ou en retrancher. C'eſt ce qu'on appelle *Equation additive & ſouſtractive*. Il eſt clair que la conſtruction de ces Tables dépend d'une détermination préciſe de l'Aphelie & du Perihelie. Mais ce ne ſont pas deux points viſibles dans le cours d'une Planete, & on ne les peut avoir que par une aſſez longue ſuite d'obſervations comparées les unes aux autres. Si par l'erreur des obſervations ou par celle des comparaiſons que l'on en fait, on ſe trompe d'un degré, par exemple, ſur la poſition de l'Aphelie, il y aura un degré dans l'Orbe de la Planete, où la Table donnera le moyen mouvement plus grand que le vrai, quoiqu'il ſoit réellement plus petit, & un autre degré où le contraire arrivera, & ſur tous les autres degrez ou points de l'Orbe ſans exception, l'équation ſera plus grande ou plus petite qu'elle n'eût été, ſi l'Aphelie & le Perihelie euſſent été bien poſez.

Leur poſition ne détermine que les degrez

de l'Orbe où l'équation doit être additive ou ſouſtractive, & plus ou moins additive ou ſouſtractive, en un mot, la diſtribution de l'équation dans l'Orbe, mais la grandeur totale de cette équation dépend de la grandeur de *l'excentricité* de l'Orbe au Soleil conſideré comme centre. Cette excentricité n'eſt point un objet viſible, non plus que l'Aphelie & le Perihelie, il la faut conclurre avec peine d'un grand nombre d'obſervations, & pour peu qu'on ſe trompe ſur ſa grandeur, toute l'équation ſera neceſſairement fauſſe en toutes ſes parties. De plus pour la diſtribuer dans l'Orbe, il faut ſavoir quelle eſt la Courbe de l'Excentrique, car une Ellipſe, par exemple, ſe partagera en parties égales autrement qu'un Cercle, & une certaine Ellipſe autrement qu'une autre, or pour déterminer la Courbe d'une Orbe par les obſervations ſeules, il en faudroit un nombre preſque infini, & l'on ne peut guere ſe paſſer de faire une hypothêſe qui concilie le plus grand nombre d'obſervations qu'il ſera poſſible, mais qui ſera toûjours incertaine en elle-même.

Les Planetes ſe meuvent toutes dans des plans differens, quoiqu'à la verité peu inclinez les uns aux autres, mais d'autant plus difficiles à diſtinguer. Les Aſtronomes placez dans le Soleil ſeroient obligez à en choiſir arbitrairement quelqu'un par rapport auquel ils meſureroient l'inclinaiſon des autres, je ſuppoſe qu'ils choiſiſſent le plan qui paſſe par le centre du Soleil & de la Terre, & que nous appellons le plan de l'Ecliptique. Une Planete, par exemple, Jupiter ne pourroit être parfaitement en conjonction ou en oppoſition avec la Terre

à

à moins que d'être dans le même plan, c'eſt-à-dire, puiſque les plans de l'Orbe de Jupiter & de celui de la Terre ſont differents, mais inclinez, à moins que d'être dans l'un des deux points ou *Nœuds* diametralement oppoſez, qui ſont l'interſection des Orbes de Jupiter & de la Terre. Plus l'angle que feroit l'Orbe de Jupiter avec celui de la Terre, ou avec le plan de l'Ecliptique ſeroit grand, plus Jupiter hors de ſes nœuds ſeroit éloigné d'être en conjonction ou en oppoſition parfaite ou centrale avec la Terre. On voit donc que le calcul des conjonctions & des oppoſitions des Planetes demanderoit la connoiſſance préciſe des inclinaiſons de leurs Orbes au plan de l'Ecliptique, & de la poſition de leurs nœuds, mais cette recherche n'eſt pas facile. Un nœud ne ſe voit point ; il faut faire pluſieurs obſervations de la Planete aux environs du nœud, avant qu'elle y paſſe, & après qu'elle y a paſſé, & par ſes differentes diſtances de l'Ecliptique de côté & d'autre, juger à quel point ſa diſtance a été nulle, ce qui eſt la même choſe que déterminer ſon nœud. Mais parce que les Orbes ſont peu inclinez, une Planete s'approche ou s'éloigne beaucoup de ſon nœud, ou avance beaucoup en *longitude* ſans s'approcher ou s'éloigner beaucoup du plan de l'Ecliptique, ou ſans diminuer ou augmenter beaucoup ſa *latitude*, & par conſéquent ſon mouvement par rapport au plan de l'Ecliptique, ou en latitude étant inſenſible dans une aſſez grande étendue, la poſition du nœud eſt incertaine & douteuſe dans une étendue égale.

Il y a encore plus. Ni l'Aphelie & le Perihe-

lie, ni les Nœuds ne ſont des points fixes dans les Orbes des Planetes, ils changent continuellement, mais avec une lenteur qui rend leur variation beaucoup plus difficile à déterminer.

Toutes ces difficultez étant applanies, autant qu'il eſt poſſible à l'Art, quand on veut faire des Tables aſtronomiques pour une Planete, & donner les principes de calcul ou *Elements* qui doivent ſervir à trouver à l'avenir ſon vrai lieu dans le Ciel pour tel moment qu'on voudra, il faut lui fixer une *Epoque*, c'eſt-à-dire un moment pour lequel ce vrai lieu ſoit bien connu, & d'où l'on comptera tout le reſte. Si cette Epoque eſt fauſſe, tout s'en reſſent, & toutes les difficultez que nous avons rapportées concourent à en rendre la détermination fort penible, & peu ſûre.

Juſqu'ici nous avons ſuppoſé des Aſtronomes placez dans le Soleil, au centre de tous les mouvements; mais que ſera-ce quand ils ſeront placez ſur la Terre, qui voit comme inégal & irregulier tout ce qui auroit été vû égal & regulier de dedans le Soleil, & qui par ſa ſituation ajoûte à tout ce qui ſeroit inégal & irregulier en ſoi-même une fauſſe inégalité & une fauſſe irrégularité fort difficile à démêler d'avec la vraie?

En fait de Planetes, ce qui ſe rapporte au Soleil, & n'eſt pas vû de dedans le Soleil, ne peut être que faux, & demande à être rectifié. Le veritable angle d'inclinaiſon des Orbes des Planetes ſur le plan de l'Ecliptique, eſt celui qui ſeroit vû du Soleil, & non cet angle plus ou moins grand qui eſt vû de la Terre. La poſition des nœuds d'une Planete dans le Zodiaque n'eſt point celle qui eſt vûe de la Terre, à moins

moins que la ligne tirée du centre du Soleil par laquelle ils ſont déterminez ne paſſe auſſi par le centre de la Terre, ce qui eſt une rencontre fort rare. Enfin de la Terre au Soleil il y a toûjours une *parallaxe* ou difference optique, dont il faut tenir compte dans les déterminations tirées de nos obſervations. C'eſt un travail dont nôtre ſituation nous impoſe la neceſſité, & qui rend tous les calculs aſtronomiques plus compliquez & par conſéquent plus ſujets à erreur.

La grandeur de cette parallaxe dépend de la diſtance de la Terre, & de celle de la Planete au Soleil, ou, ce qui revient au même, du rapport de ces deux diſtances. Il eſt évident que ſi la diſtance de la Terre au Soleil par rapport à celle de la Planete obſervée au Soleil étoit aſſez petite pour ne devoir pas être comptée, ou du moins pour pouvoir être negligée ſans une erreur ſenſible, la *parallaxe* ceſſeroit, & par conſéquent elle eſt d'autant plus grande que la diſtance de la Terre au Soleil eſt plus grande par rapport à celle de la Planete au Soleil. Mais les meſures de ces ſortes de diſtances, qui paroiſſent au commun des hommes des entrepriſes impraticables, ſont du moins très-penibles pour les plus habiles Aſtronomes, & ne peuvent être d'une grande ſûreté.

Les Orbes des Planetes ne ſe rapportent qu'au Soleil, on ne peut pas dire proprement qu'ils ſoient excentriques à la Terre, à laquelle ils ne ſe rapportent point. Les uns envelopent l'Orbe de la Terre, les autres en ſont enveloppez, & par cette diſpoſition les Planetes étant dans leur *Perigée* en ſont très-proches par rapport à la grande diſtance où elles en ſont dans

leur *Apogée*. Mais & cet *Apogée* & ce *Perigée* ne ſont que des rencontres, pour ainſi dire, fortuites, qui naiſſent de la combinaiſon du mouvement des Planetes & de celui de la Terre ou du Soleil, il n'y a que l'Aphelie & le Perihelie qui ſoient des points déterminez par eux-mêmes, le Perigée d'une Planete peut arriver dans ſon Aphelie, & ſon Apogée dans le Perihelie, & comme ce ſont l'Aphelie & le Perihelie ſeuls qui ont un mouvement par lequel ſe regle la diſtribution de l'excentricité ou de l'équation dans l'Orbe, il faut les démêler d'avec l'Apogée & le Perigée, ce qui eſt d'autant plus mal-aiſé que les uns nous ſont viſibles, & les autres inviſibles. De même, l'excentricité des Planetes au Soleil eſt celle dont nous avons beſoin, mais nous ne la voyons pas, & il faut la conclure avec beaucoup de peine de leurs inégales diſtances à la Terre. On appelle *prémiere inégalité* des Planetes celle qui vient de leur excentricité au Soleil, & qui eſt réellement dans leur cours par rapport à cet Aſtre, & *ſeconde inégalité* celle qui vient de ce qu'elles ſont vûes de la Terre, & non du Soleil.

A raſſembler toutes les déterminations que nous avons rapportées, neceſſaires au calcul des Planetes, le nombre eſt ſi grand, & ſouvent elles ſont ſi délicates & ſi ſubtiles, ou demandent des obſervations faites en des circonſtances ſi rares, que M. *Maraldi* ne croit pas que les obſervations ſeules puiſſent aiſément ſuffire, & que l'on ne ſoit pas reduit à emprunter le ſecours de quelques hypotheſes, c'eſt-à-dire, à ſuppoſer pour Orbe d'une Planete quelque ligne Courbe, dont la nature par-

particuliere donnera la meſure de ſes differens arcs, quand on en aura quelques uns par obſervation. Quoi-qu'il en ſoit, les difficultez de l'Aſtronomie ſont aſſez bien prouvées, ne fût-ce que par la difference qui ſe trouve aſſez ſouvent entre le Ciel & les Tables des plus grands Aſtronomes.

M. *Maraldi* en donne pour exemple les Tables de *Kepler* ſur Saturne. Des obſervations de cette Planete faites à l'Obſervatoire depuis plus de 33 ou 34 ans, ont fait que Saturne étoit moins avancé dans le Zodiaque tantôt de 10 à 12, que ne le donnoient les Tables de *Kepler*, fondées ſur les obſervations de *Tycho Brahé*. Cette difference d'un tiers ou d'une ſixiéme partie de dégré n'auroit pas été comptée autrefois, & paroît maintenant fort conſiderable. M. *Maraldi* s'eſt donné beaucoup de peine pour en découvrir la ſource. *Kepler* pouvoit s'être mépris ou dans l'Epoque d'où il avoit commencé ſes Tables de Saturne, ou dans ſa plus grande équation qu'il lui avoit donnée. Si l'erreur étoit dans l'Epoque, Saturne avoit donc été d'abord poſé par *Kepler* plus avancé dans le Zodiaque d'une certaine quantité qu'il ne l'étoit réellement, & cette quantité devoit être toûjours la même, or par les obſervations elle varioit. Si l'erreur étoit dans la plus grande Equation, on devoit trop ajoûter au mouvement moyen de Saturne dans une moitié de ſon Orbe & par conſéquent le trouver trop avancé, mais auſſi dans l'autre moitié de l'Orbe on devoit ôter trop, & le trouver trop peu avancé, or il l'étoit toûjours trop, mais inégalement. Delà M. *Maraldi* tira cette conſéquence aſſez ſubtile que l'erreur apparpar-

partenoit & à l'Epoque puiſque Saturne étoit toûjours trop avancé ſelon *Kepler*, & à la plus grande Equation, puiſqu'il l'étoit inégalement. Il corrigea l'une & l'autre ſelon qu'il étoit neceſſaire pour les concilier avec les obſervations.

Il ſe pouvoit auſſi que *Kepler* ſe fût trompé dans le mouvement moyen en le faiſant trop grand, mais après beaucoup de raiſonnements & de calculs, on trouva que l'erreur, du moins pour la plus grande partie, devoit venir de l'Equation & de l'Epoque.

M. *Maraldi* a examiné de la même maniere l'Aphelie, les Nœuds, & la plus grande Latitude de Saturne ou l'inclinaiſon de ſon Orbe, déterminez par *Kepler*, il les a corrigez lorſqu'il a été neceſſaire pour accorder un grand nombre d'obſervations, & il faut dire à la gloire des Tables de M. *Bouillaud* ſur Saturne, que ſouvent ces corrections ſe ſont trouvées conformes à ces Tables.

On pourra juger par le travail de M. *Maraldi* ſur Saturne ce que coûte la détermination des mouvements d'une Planete, quel amas d'obſervations anciennes & modernes il faut avoir devant ſoi, avec quel art il faut les comparer, combien de differentes methodes il faut avoir en main, & combien de réflexions, quelquefois fort fines, & fort délicates, ſont neceſſaires pour ſe conduire dans un pareil labyrinthe.

SUR

# SUR LE CALENDRIER.

* LA revolution apparente du Soleil autour de la terre a été diviſée arbitrairement en 24 parties qui ſont les Heures, premier fondement de toute la meſure du temps. L'uſage civil ne connoît que les Heures, ou plûtôt des multiples d'Heures, comme des Jours, des Années, mais ni le mouvement annuel du Soleil, ni celui des autres corps celeſtes, ne peuvent être meſurez exactement & ſans reſte par des heures ni par leurs multiples; celui du Soleil, par exemple, eſt de 365 jours, 5 heures, 49′ à peu près, celui de la Lune eſt de 29 jours, 12 heures, 44′, & delà vient que pour abſorber ces fractions dans des nombres entiers, & même dans des nombres qui n'expriment que des jours ou des années, il faut imaginer des Cycles qui embraſſant pluſieurs revolutions d'un même Aſtre le remettent après un certain nombre d'années aux mêmes points du Ciel d'où il étoit parti d'abord, ou, ce qui eſt la même choſe, aux mêmes temps du Calendrier établi pour l'uſage civil.

Tel a été le fameux Cycle de 19 années, inventé autrefois pour remettre les Nouvelles Lunes aux mêmes jours, de ſorte que le cours de la Lune comparé à celui du Soleil ſe doit toû-

* Voyez les Memoires, pag. 201.

toûjours retrouver le même dans chaque periode de 19 années. Mais ce Cycle qui remet les nouvelles Lunes aux mêmes jours ne les remet pas aux mêmes heures, il s'en faut à peu près une heure & demie, les heures s'accumulent, & deviennent des jours, & enfin en 625 ans les nouvelles Lunes arrivent deux jours entiers plûtôt qu'elles ne devroient arriver par le Cycle.

Cette difference entre le Ciel & le Cycle de 19 ans a été inconnue à l'antiquité, & l'erreur qu'elle avoit produite dans le Calendrier depuis le quatriéme Siécle de l'Egliſe, qui fut celui du Concile de *Nicée*, juſqu'au ſeiziéme fut une des cauſes de la Reforme du Calendrier par le Pape *Gregoire XIII*, ainſi qu'on l'a vû dans l'Hiſt. de 1701. *

Ceux qui travaillerent à cette reforme ſous les ordres du Pape, découvrirent l'équation de 2 jours, neceſſaire au bout de 625 ans, pour remettre le Cycle de 19 ans parfaitement d'accord avec le Ciel. Cette équation eſt heureuſe en ce qu'elle eſt de 2 jours entiers ſans aucune fraction ni d'heures, ni de minutes, car s'il y en avoit eu quelqu'une, il auroit falu une autre équation plus grande que celle de 2 jours pour un nombre d'années beaucoup plus grand que 625, & d'autant plus grand que la fraction eût été telle, qu'il eût été impoſſible d'en compoſer des jours qui n'euſſent eu encore quelque fraction. Cette équation de 2 jours précis pour 625 ans, partagée proportionnellement à une periode de 125 ans eſt de 9 heures 36′ préciſes, & partagée de même à une periode

* pag. 135. & ſuiv.

de de 25 ans, elle eſt d'1 heure, 55′ 12″ ſans tierces; or on ſait de quelle commodité il eſt dans le calcul & dans la pratique d'avoir peu de fractions.

Il y a plus; cette équation ſi heureuſe & ſi facile eſt en même temps très-juſte, & M. *Caſſini* prouve qu'elle donne les mouvements ou les lieux de la Lune avec la même exactitude que les meilleures Tables. A peine eût-on oſé eſperer qu'un Cycle, deſtiné ſeulement pour l'uſage Civil ou Eccleſiaſtique, & auquel on ne demande pas une rigoureuſe préciſion, pût en avoir autant que les Tables Aſtronomiques, ſont faites pour ſuivre pas à pas les mouvemens celeſtes, & pour n'en laiſſer rien échaper.

M. *Caſſini* fait voir en comparant enſemble les Tables les plus célébres que nous ayons pour la Lune, que l'équation *Gregorienne* tient le milieu entr'elles, & par conſéquent elle n'a pas ſeulement toute la perfection qu'on peut deſirer par rapport à l'uſage Eccleſiaſtique, mais encore, que dans l'uſage aſtronomique, ſi exact & ſi ſcrupuleux, elle peut & doit être préferée aux Tables même, puiſqu'elles ne ſont pas plus juſtes, & demandent des calculs beaucoup plus longs & plus penibles. C'eſt-là certainement ce qu'on peut jamais dire de plus glorieux pour les Auteurs du Calendrier *Gregorien*, du moins quant à cette partie.

---

NOus renvoyons entierement aux Memoires, * ſelon le plan que nous nous ſommes

* Voyez les Memoires, pag. 11. 13. 14. 53. 58. 181. 183. 431.

mes fait, differentes Obſervations de Taches dans le Soleil faites par les Aſtronomes de l'Academie, ou des comparaiſons de leurs obſervations avec celles de leurs Correſpondants.

* Des obſervations de Venus, & de Jupiter cachez par la Lune.

† Et les obſervations de l'Eclipſe de Lune du 10 Decembre.

---

M. *Clapiers* Profeſſeur de Mathematique à *Montpellier*, Correſpondant de M. *Caſſini*, lui a envoyé une Table qu'il a calculée des Déclinaiſons du Soleil, pour tous les Degrez & Minutes de l'Ecliptique, en ſuppoſant que ſa plus grande déclinaiſon ſoit de 23° 29′.

Le même M. *Clapiers* a envoyé à M. *Caſſini* & par lui à l'Academie une Table qu'il a calculée, fort utile pour faciliter la deſcription des Cadrans Verticaux Declinants à la hauteur du Pole de *Paris*. Il ne ſuppoſe dans cette Table que la déclinaiſon du plan vers l'Orient ou vers l'Occident connue, & enſuite vis-à-vis de chaque degré de déclinaiſon, il met en differentes Colonnes l'angle de la Meridienne avec la Souſtilaire, l'angle de l'axe avec la Souſtilaire, les angles des lignes Horaires avec la Meridienne au centre du Cadran, calculez de demi-heure en demi-heure, c'eſt-à-dire que par cette Table tous les Cadrans de cette eſpece ſe trouvent tout faits.

M.

* Voyez les Memoires, pag. 271. 316. 334. 334.
† Voyez les Memoires, pag. 470. & 475.

* M. *Caſſini* a rendu compte à la Compagnie d'un Livre fait au ſujet du Calendrier par M *Bianchini*, dont nous avons déja parlé dans l'Hiſt. de 1701 †. Cet habile Homme y eſt d'accord avec M. *Caſſini* ſur les vûes qu'il avoit propoſées à la Congregation, & ſur les concluſions qu'il tiroit. Du reſte, M. *Bianchini* fait paroître dans cet Ouvrage une grande connoiſſance de l'Aſtronomie.

Les R. R. P. P. Jeſuites de *Lyon* s'étant fait chez eux un Obſervatoire bien entendu, & fourni de tous les Inſtruments neceſſaires, ils ont communiqué leurs principales obſervations à M. *Caſſini*, qui en a tiré tout le fruit qui s'en pouvoit tirer en les comparant aux ſiennes.

De même M. *Caſſini* le fils a comparé ſes obſervations à celles que le P. *Fueillée*, ‡ Minime, & bon Aſtronome, a faites en *Amerique*.

* Voyez les Memoires, pag. 197. † pag. 134.
‡ Voyez les Memoires, pag. 452.

# HYDROGRAPHIE.

* M. de *Lagni* a repliqué à la Réponſe que M. *Chazelles* lui avoit faite ſur les Cartes Réduites, & dont il a été parlé dans l'Hiſt. de 1702 †. Mais comme cette Replique ne demande aucun éclairciſſement, nous n'en dirons rien ici.

DIOP-

* Voyez les Memoires, p. 273. † p. 113. & ſuiv.

# DIOPTRIQUE.

## DES FOYERS EN GENERAL.

* IL ſeroit inutile de répeter ici ce que nous avons dit dans l'Hiſt. de 1703 † ſur les Foyers ou ſur les Cauſtiques. Ces idées ſuppoſées, il s'agit maintenant de déterminer ſur l'axe d'un Verre de figure quelconque quel eſt le point où cet axe touche la Cauſtique par refraction, ou, ce qui revient au même, quel eſt au delà du Verre le point où les rayons d'un point lumineux qui ont paſſé au travers du Verre, & qui en ſe rompant ont pris de nouvelles directions, ſe réuniſſent en plus grande quantité que par tout ailleurs.

On ne peut imaginer que quatre choſes qui entrent dans la Refraction, & dans toutes les modifications differentes qu'elle peut recevoir, 1°. La difference de denſité des deux Milieux par où paſſent les rayons, par exemple, celle de l'air & du verre. 2°. La figure du ſecond Milieu qui rompt les rayons, par exemple, la courbure du Verre. 3°. La direction qu'avoient entr'eux les rayons partis d'un ſeul point, lorſqu'ils ont rencontré le ſecond milieu, c'eſt-à-dire leur divergence, leur parallelisme, ou leur convergence. 4°. L'angle ſous

* Voyez les Memoires, p. 31. † p. 84. & ſuiv.

ſous lequel chacun d'eux rencontre la ſurface du ſecond Milieu.

A l'égard du premier point, on a reconnu que la differente denſité des Milieux donne au Sinus de l'angle d'incidence d'un rayon, & au Sinus de ſon angle rompu une certaine proportion qui eſt toûjours la même dans les mêmes Milieux pour tous les differents angles d'incidence poſſibles, ce qui renferme, ou rend inutile la conſideration du 4e point que nous venons de poſer. Tout le monde ſait que de l'air au verre le rapport des Sinus, ou de la refraction eſt de 3 à 2.

La figure de la ſurface du ſecond Milieu a une grande part à la refraction, car il eſt viſible que l'angle d'incidence, qui par le rapport conſtant des Sinus donne l'angle rompu, dépend de la maniere dont la ſurface du ſecond Milieu ſe préſente au rayon qui la doit pénétrer. Si cette ſurface eſt plane, & ſi tous les rayons ont entr'eux la même direction, c'eſt-à-dire, s'ils ſont paralleles, comme ils ont tous le même angle d'incidence, ils ont tous auſſi le même angle rompu, & ſont tous paralleles après la refraction ainſi qu'ils l'étoient auparavant. Mais ſi la ſurface eſt courbe, les rayons incidents, quoique paralleles entr'eux, tombent tous ſous des angles differents, & par conſéquent après la refraction ne ſont plus paralleles, mais divergens, ou convergens. Plus une ſurface eſt courbe, plus elle fait un effet contraire à celui de la ſurface plane, & par conſéquent, puiſque la ſurface plane renvoye paralleles les rayons qu'elle a reçus paralleles, une ſurface courbe renvoye d'autant plus divergens ou convergens les rayons qu'elle a reçûs

çûs paralleles, qu'elle eſt plus courbe. Il faut donc pour connoître le degré de la divergence ou de la convergence des rayons qui ont été rompus par une ſurface courbe, connoître le degré de ſa courbure; or pour avoir cette connoiſſance en général il faut aller à la Theorie des Dévelopées, & voici pourquoi. Nous allons ſuppoſer dans cette explication ce qui a été dit des Dévelopées dans l'Hiſt. de 1701. *

Un petit cercle eſt plus courbe qu'un grand, & plus courbe en même raiſon que ſon rayon eſt plus petit. Chaque portion infiniment petite d'un Courbe formée par le dévelopement d'une autre, étant conſiderée comme un arc de cercle infiniment petit décrit ſur le rayon de la Dévelopée tel qu'il eſt en cet inſtant, il s'enſuit que cette portion de Courbe eſt d'autant plus ou moins courbe que le rayon de la dévelopée correſpondant eſt plus court ou plus long, & par conſéquent le rayon de la Dévelopée d'une Courbe détermine par la variation où il eſt toûjours, hormis dans un cas, celle de la courbure de la Courbe dans toutes ſes portions, ou dans tous ſes arcs infiniment petits. Si le rayon de la Dévelopée ne change point, ce qui n'arrive que dans le Cercle, la courbure eſt uniforme, & toûjours la même. Si ce rayon eſt infini, la courbure devient la moindre qu'il ſoit poſſible, c'eſt-à-dire, une ligne droite, s'il eſt nul ou Zero, la courbure devient infiniment grande, c'eſt-à-dire, plus grande que celle d'aucun cercle fini, quelque petit qu'il ſoit.

Il arrive dans une infinité de Courbes, par exemple, dans les Sections Coniques, que quand

* Pag. 101.

quand on cherche quel eſt le rayon de la Développée à leur ſommet, on le trouve d'une certaine longueur déterminée, c'eſt-à-dire, qu'entre le ſommet de ces Courbes & celui de leurs Développées, il y a une diſtance de cette même longueur. Ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe toûjours développer la Développée en commençant à ſon ſommet, auquel cas il n'y a nulle diſtance entre ce ſommet, & celui de la Courbe qui naît du développement, & le rayon de la Développée étant nul, on voit naître une Courbe dont la courbure à ſon ſommet eſt infiniment grande. Mais la courbure d'une Section Conique à ſon ſommet n'étant pas infiniment grande, ſi l'on veut que la même Développée produiſe une Section Conique, il faut neceſſairement que le rayon de la Développée au ſommet de cette Section ait une certaine longueur, telle qu'elle doit être pour la courbure déterminée du ſommet, autrement la même Développée produiroit une autre Courbe qu'une Section Conique. Delà vient qu'en développant une Courbe déterminée, ſi on en veut faire naître une certaine autre Courbe déterminée, il faut ſouvent concevoir qu'à l'origine du développement la Ligne qui envelope excede d'une certaine longueur la Courbe envelopée.

La courbure n'entre pas ſeulement dans les refractions par le degré dont elle eſt, mais encore par la maniere dont elle eſt tournée à l'égard des rayons incidents, c'eſt-à-dire, qu'elle fait differens effets ſelon qu'elle eſt concave ou convexe de leur côté. Si une courbure convexe rend convergens des rayons paralleles, la même courbure concave les rend divergens. La convexité ou la concavité ſe déterminent encore par les rayons de la dévelo-

pée, car ils ſont toûjours du côté de la concavité puiſque ce ſont toûjours des rayons d'arcs de cercle ; & par conſéquent ſi l'on a ſuppoſé une Courbe convexe du côté de l'objet lumineux, les rayons de ſa Developée ſeront de l'autre côté de cette Courbe, & ſi dans cette ſuppoſition on a affecté ces rayons du ſigne *plus*, ou, ce qui eſt la même choſe, ſi on les a rendus poſitifs, on n'a, ſelon l'uſage établi en Géometrie, qu'à les affecter du ſigne *moins*, ou qu'à les rendre negatifs, pour faire que la même Courbe ſoit concave du côté de l'objet lumineux. Si l'on veut que la Courbe devienne une ligne droite, il n'y a qu'à rendre les rayons de la Developée infinis, car alors ils deviennent rayons d'un cercle infini, dont la circonference infiniment peu courbe, ne peut être qu'une ligne droite.

Il reſte le 3^e^ point qui entre dans la refraction, c'eſt-à-dire, le paralleliſme, la divergence, ou la convergence que les rayons d'un même point ont entr'eux, lorſqu'ils tombent ſur la ſurface qui les rompt. Naturellement tous les rayons d'un même point ſont divergens, & ils le ſont d'autant plus que le point lumineux eſt plus proche. Par conſéquent leur divergence décroît d'autant plus, & approche d'autant plus du paralleliſme que le point lumineux eſt plus éloigné, & il doit l'être infiniment afin que les rayons ſoient paralleles, ou du moins il doit être à une ſi grande diſtance que l'angle aigu des rayons puiſſe ſans une erreur ſenſible être compté pour rien. Jamais des rayons d'un même point ne peuvent tomber convergens ſur une ſurface que par accident, c'eſt-à-dire, à moins qu'ils n'ayent été déja rompus par une autre ſurface, qui ait changé leur

leur divergence naturelle en convergence.

Les rayons directs, qui tombent donc toûjours divergens ſur une ſurface du côté qu'elle regarde le point lumineux, auroient été convergens par rapport à ce même côté de la ſurface, ſi le point lumineux avoit paſſé de l'autre côté. Par conſéquent ſi lorſque les rayons tombent divergens la diſtance du point lumineux à la ſurface eſt une grandeur poſitive, on n'aura qu'à la rendre negative pour faire que les rayons tombent convergens ſur ce même côté de la ſurface; & pour les rendre paralleles il n'y a qu'à rendre infinie cette même diſtance du point lumineux. J'ai ſuppoſé ici que l'on ſût qu'en Géometrie les grandeurs poſitives & les negatives ſont toûjours contrairement poſées par rapport à quelque terme commun d'où l'on commence à les conſiderer, ou à les compter.

La Formule que M. de l'*Hôpital* a donnée dans ſon *Analyſe des Infiniment petits* pour trouver le point où un rayon rompu ſur un point quelconque de telle Courbe qu'on voudra, touche la Cauſtique par refraction, ne devoit donc comprendre, & elle ne comprend en effet que le rapport conſtant des deux Sinus, ou de la refraction, le rayon de la Développée, ou quelques grandeurs qui en dépendent, & la diſtance du point lumineux, les trois ſeuls principes qui entrent dans toutes les refractions, & les modifient differemment par leurs combinaiſons differentes. Mais M. de l'*Hôpital* n'a conſideré que la premiere ſurface qui rompt les rayons; or dans la pratique un Verre ou une Lentille qu'on employe à cet uſage a neceſſairement deux ſurfaces, & la ſeconde augmente, ou affoiblit, ou détruit, ou change

la modification que les rayons ont reçûe de la premiere, car alors ils paſſent du verre dans l'air, ſecond paſſage d'un Milieu dans un Milieu different. C'eſt-là ce que M. *Guiſnée* a entrepris de rechercher d'une maniere infiniment générale, & par conſéquent, car cette conſéquence eſt preſque abſolument neceſſaire, il employe la Methode des Infiniment petits.

Il ſuppoſe une Lentille convexe des deux côtez, formée de deux ſurfaces courbes quelconques, tellement poſées que l'axe de la Lentille ſoit auſſi leur axe commun. Le point lumineux eſt ſur l'axe à une diſtance finie quelconque, & par conſéquent ſes rayons tombent divergens ſur la lentille. M. *Guiſnée* a par la Formule de M. de l'*Hôpital* le point de l'axe où la premiere ſurface fait concourir deux rayons rompus infiniment proches, enſuite il cherche dans quel autre point de l'axe la ſeconde ſurface les fait concourir, il appelle Foyer de la Lentille ce nouveau point, & ſa diſtance à la ſeconde ſurface eſt une grandeur qui lui vient dans une Formule générale, où il n'entre que les rayons des Dévelopées des deux ſurfaces, les deux autres grandeurs qui ſont auſſi les principes de toutes les refractions, & de plus, l'épaiſſeur de la lentille, 4^e^ grandeur qui ne pouvoit avoir lieu dans la recherche de M. de l'*Hôpital*. Suppoſé que la ſeconde ſurface rapproche le Foyer cauſé par la premiere, il eſt viſible que plus la lentille eſt épaiſſe, plus les rayons rompus infiniment proches conſervent longtemps le peu de convergence ou de diſpoſition à s'unir, que leur avoit donnée la premiere ſurface, & par conſéquent la ſeconde agiſſant plus tard ſur eux rapproche d'autant moins le

Foyer

Foyer ſur l'axe. Au contraire ſi l'épaiſſeur de la lentille eſt ſi petite, qu'elle puiſſe n'être comptée pour rien, la ſeconde ſurface ne laiſſe les rayons qu'un ſeul inſtant avec le peu de convergence qu'ils avoient reçûe, & leur donne auſſi-tôt une convergence plus forte, & par conſéquent fait avancer le Foyer ſur l'axe, autant qu'il eſt poſſible. Delà vient que M. *Guiſnée* propoſe une double Formule, l'une où l'épaiſſeur de la lentille eſt comptée, l'autre où elle ne l'eſt pas. Dans la pratique ordinaire, elle ne merite pas de l'être.

Il eſt très-facile de juger par ce qui a été dit que quoique les Formules de M. *Guiſnée* ne ſoient que pour le cas où des rayons divergens tombent ſur une lentille convexe des deux côtez, elles ne laiſſent pas de s'étendre à tous les autres où les rayons ſont paralleles, ou même convergens, & où la Lentille eſt ou concave ou même plane ſoit d'un côté ſoit de tous les deux, & où elle n'eſt convexe que d'un côté, & concave ou plane de l'autre. Un leger changement de *plus* en *moins*, appliqué aux grandeurs qui doivent le porter, ou la ſuppoſition d'une grandeur infinie, donne tous ces differens cas, & toutes les combinaiſons qui en peuvent reſulter. Nous pouvons ici en ébaucher une idée ſans aucun calcul algebrique.

Une ſurface courbe a d'autant plus de *force* pour changer la direction des rayons qu'elle eſt plus courbe, & comme la lentille a deux ſurfaces, il faut ſavoir, 1°. Si elles conſpirent toutes deux au même effet, c'eſt-à-dire à rendre les rayons paralleles, divergens, ou convergens, ou ſi l'une détruit en tout ou en partie l'effet de l'autre. 2°. Quelle eſt la force de cha-

cune. D'ailleurs il eſt d'autant plus difficile à une ſurface de donner une certaine direction aux rayons, qu'elle les a reçûs ſous une direction plus oppoſée. Ainſi une ſurface convexe, qui naturellement rend les rayons convergens, les rend d'autant moins convergens, ou, ce qui revient au même, les réunit d'autant plus loin, qu'elle les a reçûs plus divergens, ou d'un point lumineux plus proche, & même elle peut les avoir reçûs ſi divergens, & avoir ſi peu de force par rapport à cette grande divergence, qu'elle ne fera que les rendre moins divergens. En ce cas-là les rayons ne ſe réuniront donc jamais, au contraire ils s'écarteront toûjours, mais comme ils ſont devenus moins divergens qu'ils n'étoient en partant du point lumineux, ils ont pris la même direction que s'ils étoient partis d'un point lumineux plus éloigné de la ſurface convexe. Ce nouveau point auquel ils ſe rapportent comme s'ils en étoient venus, n'eſt point un Foyer *réel* pareil à celui où des rayons ſe réuniroient après avoir été rompus, mais c'eſt une autre eſpece de Foyer que quelques-uns appellent *virtuel*. Si l'on a établi dans le calcul algebrique que le Foyer réel ſoit poſitif, le virtuel ſera negatif, parce qu'ils ſont toûjours poſez l'un d'un côté de la ſurface qui fait la refraction, l'autre de l'autre.

Si dans la ſuppoſition que nous venons de faire, tout le reſte demeurant le même, la ſurface convexe avoit eu un peu plus de force juſqu'à un certain point, elle auroit abſolument ôté aux rayons leur divergence, & l'auroit changée en paralleliſme. Ce ſeroit la même choſe, ſi la ſurface demeurant la même, le point lumineux s'éloignoit juſqu'à un certain point, car

car une moindre divergence des rayons ſe ſeroit changée en paralleliſme. En ce cas les rayons devenus paralleles peuvent être cenſez ſe réunir à une diſtance infinie, c'eſt-à-dire que le Foyer réel eſt infiniment éloigné, ou, ſi l'on veut, ce même Foyer infiniment éloigné eſt virtuel, puiſque les rayons devenus paralleles ont la même direction que s'ils étoient partis d'un point lumineux infiniment éloigné. Cette confuſion du Foyer réel & du virtuel en ce cas, s'accorde avec le calcul algebrique qui donne l'Infini pour un terme commun du poſitif & du negatif.

Il eſt aiſé de joindre à ces conſiderations celle d'une ſeconde ſurface qui fortifiera, ou diminuera ou détruira l'effet de la premiere. Il peut donc arriver que les rayons en ſortant de la lentille reprennent ou la même eſpece de direction ou préciſément la même direction qu'ils avoient perdue en y entrant.

Une lentille étant convexe des deux côtez, ſa premiere ſurface peut être ſi forte, ou la divergence des rayons ſi petite, & en même temps l'épaiſſeur de la lentille ſi grande, que le Foyer de la premiere ſurface ſe fera dans cette épaiſſeur, après quoi les rayons partant de ce Foyer tomberont neceſſairement divergens ſur la ſeconde ſurface, & fort divergens à cauſe de la proximité du Foyer ou point lumineux; & cette ſeconde ſurface pourra bien n'avoir la force que de diminuer cette grande divergence, de ſorte qu'une lentille convexe des deux côtez qui naturellement rend convergens & réunit dans un Foyer réel les rayons qu'elle a reçûs divergens les rendra tels qu'elle les aura reçûs, ce qui auroit pû paſſer pour

une eſpece de paradoxe. Il eſt clair que dans la ſuppoſition préſente, l'épaiſſeur de la lentille peut être diminuée de façon que le Foyer de la premiere ſurface tombera ſur la ſeconde, auquel cas la diſtance de ce Foyer à la ſeconde ſurface eſt nulle, ce qui joint aux cas où cette diſtance eſt poſitive, ou negative, ou infinie, la repréſente de toutes les manieres dont elle peut être conçûe.

Mais il faut avouer que tous les cas où l'épaiſſeur de la lentille eſt conſiderée ne ſont que pour la curioſité, & pour l'honneur de l'univerſalité de la Formule. Cette épaiſſeur étant ſupprimée, ou plûtôt negligée dans le calcul, il ne reſte point d'autres cas où la diſtance du foyer ſoit nulle, que ceux où le rayon de la Dévelopée de l'une ou de l'autre ſurface, ou de toutes les deux, eſt nul. En effet quand le rayon de la Dévelopée de la premiere ſurface eſt nul, ſa courbure, & parconſéquent ſa force eſt auſſi grande qu'il ſoit poſſible, & elle rompt un rayon infiniment proche de l'axe, de maniere qu'elle le fait dans le même inſtant concourir avec celui qui eſt dans l'axe; d'où il ſuit neceſſairement que la réunion de ces rayons ne ſe fait point au delà de la Lentille. Il en va de même, ſi c'eſt le rayon de la Dévelopée de la ſeconde ſurface qui ſoit nul.

Mais il faut convenir encore que ces cas-là ne ſont point pour la pratique. On n'employe que des Lentilles dont les deux ſurfaces ſont ſpheriques, ou tout au plus l'une des deux plane, or dans un cercle le rayon de la Dévelopée eſt toûjours le rayon même du cercle, & ſi l'on veut que le cercle devienne une ligne droite, il faut concevoir ſon rayon infini, & com-

comme d'ailleurs l'épaiſſeur de la lentille n'eſt comptée pour rien, on ne trouve jamais dans la pratique que la diſtance du Foyer à la ſeconde ſurface ſoit nulle.

Les rayons des Dévelopées étant donc changez dans la Formule de M. *Guiſnée* en rayons de cercles tels qu'on voudra, on a une Formule particuliere qui n'eſt que pour les Verres ſpheriques, & qui cependant donne encore beaucoup plus de combinaiſons que l'uſage n'en demande, mais il eſt bon d'avoir devant ſoi une plus grande étendue de Théorie qu'il n'eſt neceſſaire, & on voit avec plaiſir que l'on n'a qu'à retrancher, & à ſe réduire.

Tout dépendra maintenant de la diſtance du point lumineux, & de la courbure ſpherique des deux ſurfaces. Si le verre eſt convexe des deux côtez & que les rayons tombent divergens, plus le point lumineux eſt éloigné, plus le Foyer ſera proche, à cauſe du peu de divergence des rayons, & du peu de difficulté de les réunir; plus les demi-diamêtres des ſurfaces ſeront grands, plus le Foyer ſera éloigné à cauſe de la foibleſſe des ſurfaces; ainſi la grandeur de la diſtance du point lumineux & la grandeur des demi-diamêtres des ſurfaces ſont deux eſpeces de Forces oppoſées qui font des effets contraires, & il faut pour conſpirer au même effet une grande diſtance du point lumineux & de petits demi-diamêtres des ſurfaces, ou au contraire. L'effet d'un verre convexe eſt d'autant plus grand que le Foyer eſt plus proche, ſi le Foyer eſt infiniment éloigné, cet effet eſt moindre, & moindre encore ſi le Foyer n'eſt que virtuel.

On trouve par la Formule que quand les

deux Forces oppoſées ſont en telle proportion que deux fois le produit des deux demi-diamêtres l'un par l'autre, eſt égal au produit des deux demi-diamêtres par la diſtance du point lumineux, la diſtance du Foyer eſt infinie, que quand la diſtance du point lumineux eſt plus grande, celle du Foyer eſt moindre, & finie, & que quand la diſtance du point lumineux eſt moindre, celle du Foyer eſt plus qu'infinie, c'eſt-à-dire, negative, ou, ce qui eſt la même choſe, que le Foyer n'eſt que virtuel. Le verre demeurant le même, on voit ſon effet qui diminue toûjours ſelon que le point lumineux eſt plus proche.

Si le point lumineux eſt placé à une diſtance du verre égale à l'un des deux demi-diamêtres, tout dépendra de leur rapport de grandeur, qui fait la force des ſurfaces. Lorſque les deux demi-diamêtres ſont égaux, la diſtance du Foyer eſt infinie, ſi celui qui eſt égal à la diſtance du point lumineux eſt plus grand que l'autre, la diſtance du Foyer eſt finie & l'effet du verre plus grand, parce que le point lumineux eſt plus éloigné. Si c'eſt le contraire, la diſtance du Foyer eſt plus qu'infinie.

Quand on fait des verres pour de grandes Lunettes, les rayons venus d'un point du Soleil ſont cenſez venir d'un point infiniment éloigné. Cette diſtance étant donc ſuppoſée infinie, & le verre convexe des deux côtez, c'eſt la courbure des deux ſurfaces qui fait tout, le Foyer ne peut plus être que réel, il ne ſauroit être infini, & il eſt d'autant plus éloigné que les deux demi-diamêtres ſont plus grands. S'ils ſont égaux, le Foyer eſt à la diſtance d'un demi-diamêtre, & quand on dit dans l'uſage commun

mun qu'un verre convexe à tant de pieds de Foyer, ce nombre de pieds eſt auſſi la longueur du demi-diamêtre des deux ſphéres dont il a été formé, quand elles ſont égales.

Si l'on veut que les rayons tombent convergens ſur le verre convexe, on voit que le Foyer ne peut être que réel & fini, ce qui eſt clair de ſoi-même.

Si l'on prend au lieu d'un verre convexe un verre concave des deux côtez, on voit que le Foyer ne peut être que virtuel, tant que les rayons tombent divergens ou paralleles, mais que s'ils tombent convergens, il peut être réel ou virtuel ou infini, ce qu'on a déja vû en général.

On ſait en Dioptrique que le point lumineux & le Foyer ſont deux points reciproques, c'eſt-à dire que le Foyer que donne un certain verre aux rayons d'un point lumineux étant connu, ſi l'on mettoit le point lumineux à la place du Foyer, il auroit ſon nouveau Foyer au même point où étoit ſa premiere poſition, & que par conſéquent les rayons repaſſeroient par le même chemin. Cette réciprocation ſuit de la Formule de M. *Guiſnée* auſſi évidemment que tout le reſte.

On en tire encore ſans aucune peine le nouveau Foyer qui reſulteroit d'une ſeconde Lentille placée ſur le même axe que la premiere, ainſi qu'il ſe pratique dans les Lunetes. Car quel ſera l'effet de cette ſeconde Lentille? Elle recevra les rayons tels que la premiere les lui envoyera, convergens, par exemple, & le degré de leur convergence ſera plus ou moins grand ſelon que le Foyer de la premiere lentille en ſera plus ou moins proche. La ſecon-

de ſera donc dans le même cas que ſi elle recevoit des rayons convergens d'un point lumineux placé où eſt le Foyer de la premiere lentille. Or on a vû que ce cas eſt un de ceux qui ſont compris dans la ſuppoſition d'une ſeule Lentille, & par conſéquent le Foyer de la ſeconde lentille, tel que le donnera la Formule générale, ſera celui que produiront les deux lentilles enſemble. Il eſt viſible qu'un plus grand nombre de Lentilles ne ſeroit pas plus embarraſſant.

Toutes les Propoſitions que cette Theorie embraſſe ont leurs *inverſes*, qui ne doivent pas non plus être difficiles à trouver. Au lieu que l'on a toûjours cherché les Foyers, tous les principes qui entrent dans la refraction étant connus, on pourroit ſuppoſer les Foyers connus, avec tous les principes de la refraction, horſmis un ſeul que l'on chercheroit, & il eſt clair qu'on le découvriroit très-aiſément. Enfin il ne paroît pas que ſur toute cette matiere des Foyers on puiſſe rien deſirer que la Théorie de M. *Guiſnée* ne donne dans l'inſtant.

# ACOUSTIQUE.

M. CARRE' a lû dans quelques Aſſemblées la Théorie générale du ſon qui doit préceder ſa Deſcription des Inſtrumens de Muſique, & qui avoit été annoncée dans l'Hiſt. de 1702*. Il y a prouvé que le Son n'eſt pas immé-

* Pag. 179.

médiatement produit par les vibrations totales & ſenſibles du Corps Sonore, par exemple, d'une Corde à boyau, mais par les tremblemens inſenſibles des petites parties, toûjours aidez, & quelquefois cauſez par les vibrations totales. Mais comme ces tremblements ſont en même raiſon pour le nombre & pour la frequence que les vibrations totales, on peut toûjours prendre ces vibrations pour la meſure de tous les Accords. Enſuite M. *Carré* eſt entré dans un ample détail de tous les Accords de Muſique ſoit conſonans ſoit diſſonans, & comme des rapports de nombres, qui font la nature & l'eſſence de tous les Accords, ne fourniroient pas toûjours des raiſons aſſez plauſibles de leur agrément ou de leur deſagrément, il a été obligé de mêler ſouvent la Metaphyſique à la Mathematique, & de remonter juſqu'aux principes que nous avions établis dans l'Hiſt. de 1701*. Le Traité des Accords a conduit M. *Carré* à un Traité du Monochorde, dont les differentes diviſions donnent tous les Accords poſſibles, & là, il a décrit un nouveau Monochorde de ſon invention. La Théorie de la Muſique eſt auſſi ſublime, que la Pratique en eſt délicieuſe, & l'une eſt auſſi charmante pour l'Eſprit que l'autre l'eſt pour les Sens & pour l'imagination.

* Pag. 155. & ſuiv.

# MECHANIQUE.

## SUR LE CENTRE D'OSCILLATION.

UN des plus grands caracteres de la Verité, c'eſt d'être féconde. * La Théorie générale du centre d'Oſcillation, trouvée par M. *Bernoulli* de *Bâle*, & rapportée dans l'Hiſt. de 1703 †, a produit comme par ſurcroît, la déciſion de deux autres queſtions importantes en cette matiere.

I. M. *Huygens* qui a auſſi donné une Formule pour le centre d'Oſcillation, n'avoit pû y parvenir qu'en ſuppoſant que ſi pluſieurs poids attachez comme l'on voudra à un Pendule, ſe détachoient & ſe ſeparoient les uns des autres au moment que le Pendule ceſſeroit de deſcendre, chacun d'eux en vertu de la vîteſſe acquiſe pendant ſa chute remonteroit à telle hauteur que leur centre de gravité commun ſe trouveroit remonté à la même hauteur d'où il étoit deſcendu. Pour ſe faire plus aiſément une image, il faut concevoir deux poids dont chacun eſt attaché à l'extrémité d'une ligne qui traverſe la verge, l'un d'un côté, l'autre de l'autre, ces lignes étant inégalement diſtantes du point de ſuſpenſion, & même inégales entre elles. Lorſ-

* Voyez les Memoires, pag. 188. † Pag. 140.

Lorſque la verge eſt devenue par ſa chute une ligne verticale, on ſuppoſe qu'elle s'arrête-là; les deux poids ont acquis chacun differentes vîteſſes, & ſi avec ces vîteſſes acquiſes on les rapporte à la verge, ils y auront un centre de gravité commun, tel que ces poids multipliez chacun par ſa diſtance de ce centre, & par ſa vîteſſe feroient de part & d'autre des produits égaux. On peut concevoir que ce même centre étoit auſſi ſur la verge, avant qu'elle commençât à tomber & lorſqu'elle étoit horiſontale. Si l'on ſuppoſe donc maintenant que la verge étant devenue verticale, les poids s'en détachent, ſe ſeparent l'un de l'autre, & remontent perpendiculairement chacun avec ſa vîteſſe acquiſe, & par conſéquent à la hauteur que preſcrira cette vîteſſe, ſi de plus la verge que l'on peut ſuppoſer qui étoit devenue d'horiſontale verticale remonte auſſi, & redevient horiſontale, M. *Huygens* a prétendu, mais ſans le prouver, que les differentes hauteurs auſquelles remontoient les deux poids détachez étoient telles que leur centre de gravité commun ſe retrouvoit encore ſur la verge redevenue horiſontale, ainſi qu'il y étoit d'abord, & par conſéquent qu'il étoit remonté auſſi haut qu'il étoit deſcendu. On entend aſſez que ſi le centre de gravité ſe retrouve encore ſur la verge, cela veut dire que les differentes vîteſſes des deux poids rapportées à cette verge, & multipliées ainſi qu'il le faut pour les centres de gravité, feroient des produits égaux, qu'elles ne feroient pas étant rapportées à toute autre ligne tirée du point de ſuſpenſion.

Cette ſuppoſition de M. *Huygens* fut attaquée par un habile Géometre, qui en conteſta la verité.

rité. D'autres en la jugeant vraie, la trouverent trop hardie pour être reçûe dans une Science qui démontre tout. Enfin la diſpoſition la plus générale fut d'en deſirer & d'en attendre la preuve, & juſque-là de demeurer en ſuſpens.

M. *Bernoulli* juſtifie préſentement M. *Huygens*, & démontre en rigueur géometrique ce que l'autre n'avoit conjecturé que par genie, & par un certain goût de verité. Il eſt inconteſtable que le Pendule ſimple, ou, ce qui eſt la même choſe, la verge délivrée des poids qui y étoient attachez, à l'exception de celui qu'elle porte à ſon extrémité, remontera à la même hauteur d'où elle étoit deſcendue, & redeviendra horiſontale, ſi elle l'étoit d'abord. Par-là M. *Bernoulli* trouve la hauteur à laquelle remonteront les poids détachez, car cette hauteur pour chacun de ces poids, eſt à celle du Pendule ſimple comme les quarrez des vîteſſes, ou des diſtances de chaque poids au point de ſuſpenſion. La hauteur de chacun des poids détachez étant trouvée, elle le met à une certaine diſtance de la verge redevenue horiſontale, M. *Bernoulli* prend cette diſtance pour la vîteſſe que ce poids a par rapport à la verge, & détermine l'expreſſion algebrique de ces nouvelles vîteſſes, differentes pour chacun des deux poids. Le Pendule ſimple entre dans cette expreſſion, mais marqué par une ſeule lettre, & ſi à cette lettre on ſubſtitue la valeur générale que M. *Bernoulli* a trouvée du Pendule ſimple, on voit auſſi-tôt que les deux vîteſſes des poids détachez multipliées par ces poids donnent des produits égaux, & comme ces vîteſſes n'ont été priſes que par rapport à la verge redevenue horiſontale, ſur laquelle étoit d'abord le centre

tre de gravité de ces poids, il s'enſuit que ce centre y eſt encore, puiſque ce n'eſt que l'égalité de ces produits qui le détermine. M. *Huygens* pour démontrer ſa Formule d'Oſcillation avoit eu beſoin de ſuppoſer que le centre de gravité des poids détachez remontoit à la même hauteur d'où il étoit deſcendu lorſqu'ils étoient liez enſemble, & M. *Bernoulli* prouve par ſa Formule du centre d'Oſcillation toute differente de l'autre, que cette ſuppoſition de M. *Huygens* étoit vraie.

II. On avoit encore ſur cette même matiere une très-forte conjecture que l'on n'avoit pu pouſſer juſqu'à la démonſtration. Je ſuppoſe ici que l'on ſache ce que c'eſt que les Centres de percuſſion, ſi amplement expliquez dans l'Hiſt. de 1702 *. Quand par la Formule générale de M. *Huygens*, ou par tel autre qu'on pût avoir, on avoit trouvé le centre d'oſcillation de quelque figure particuliere, & qu'enſuite on venoit à chercher le centre de percuſſion de cette même Figure, on les trouvoit toûjours au même point. Il y avoit donc une grande apparence que ces deux centres étoient le même, & en toute autre Science que la Géometrie on n'en auroit pas douté, mais il manquoit pour une entiere certitude d'avoir une Formule générale du centre de percuſſion qui fût la même que celle du centre d'oſcillation. Ce ſcrupule géometrique ſi délicat eſt levé par M. *Bernoulli*, & il fait voir qu'en cherchant le centre de percuſſion qui eſt le point autour duquel les produits des poids par leurs diſtances à ce point, & par leurs vîteſſes, ſont égaux, on

* Pag. 145. & ſuiv.

on arrive à la même. Formule que celle de ſon centre d'oſcillation. Ce qui rend viſible cette conformité, ou plûtôt cette *identité* auparavant cachée, c'eſt qu'il a réduit les centres d'oſcillation aux principes du levier, auſquels on ne ſavoit rapporter que les centres de percuſſion. Ainſi deux Formules qui ne devoient être que la même, tirées de differens principes, ne ſe reſſembloient point, & quoique dans l'appiication on leur trouvât toûjours les mêmes effets, on ne les a pû reconnoître ſûrement pour la même, juſqu'à ce que M. *Bernoulli* ait eu l'art de les faire naître de la même ſource, & de les montrer ſous la même Forme. Si l'on veut ſe rappeller ici ce qui a été dit ſur les Centres d'oſcillation de M. *Bernoulli* dans l'Hiſt. de 1703, on verra que toutes les conſiderations qui y entrent ne ſont que celles qui doivent entrer dans les centres de percuſſion, & ce ſera-là une eſpece de démonſtration metaphyſique auſſi évidente que les géometriques.

---

# SUR LA FIGURE DE L'EXTRADOS

## *D'une Voute Circulaire, dont tous les Vouſſoirs ſont en équilibre entre eux.*

UNe Voute ou un Arc demi-circulaire étant poſé ſur ſes deux *piédroits*, & toutes les pierres ou *Vouſſoirs*, qui compoſent cet Arc, étant taillez & poſez entre eux de maniere que leurs

leurs *joints* prolongez ſe rencontrent tous au centre de l'arc, il eſt évident que tous les Vouſſoirs ont une figure de Coin, plus large par haut que par bas, en vertu de laquelle ils s'appuyent & ſe ſoûtiennent les uns les autres, & réſiſtent réciproquement à l'effort de leur peſanteur qui les porteroit à tomber. Le Vouſſoir du milieu de l'arc, qui eſt perpendiculaire à l'horiſon, & qu'on appelle *Clef de voute* eſt ſoutenu de part & d'autre par les deux Vouſſoirs voiſins, préciſément comme par deux plans inclinez, & par conſéquent l'effort qu'il fait pour tomber n'eſt pas égal à ſa peſanteur, mais en eſt une certaine partie d'autant plus grande que les plans inclinez qui le ſoutiennent ſont moins inclinez, de ſorte que s'ils étoient infiniment peu inclinez, c'eſt-à-dire, perpendiculaires à l'horiſon auſſi-bien que la Clef de voute, elle tendroit à tomber par toute ſa peſanteur, ne ſeroit plus du tout ſoutenue, & tomberoit effectivement, ſi le ciment, que l'on ne conſidere pas ici, ne l'en empêchoit. Le ſecond Vouſſoir qui eſt à droite ou à gauche de la Clef de voute, eſt ſoutenu par un troiſiéme Vouſſoir, qui en vertu de la figure de la voute eſt neceſſairement plus incliné à l'égard du ſecond, que le ſecond ne l'eſt à l'égard du premier, & par conſéquent le ſecond Vouſſoir dans l'effort qu'il fait pour tomber exerce une moindre partie de ſa peſanteur que le premier. Par la même raiſon, tous les Vouſſoirs à compter depuis la Clef de voute, vont toûjours en exerçant une moindre partie de leur peſanteur totale, & enfin le dernier qui eſt poſé ſur une ſurface horiſontale du piédroit, n'exerce aucune partie de ſa peſanteur, ou, ce qui eſt la mê-

même choſe, ne fait nul effort pour tomber, puiſqu'il eſt entierement ſoutenu par le piédroit.

Si l'on veut que tous les Vouſſoirs faſſent un effort égal pour tomber, ou ſoient en équilibre, il eſt viſible que chacun depuis la Clef de voute juſqu'au piédroit exerçant toûjours une moindre partie de ſa peſanteur totale, le premier, par exemple, n'en exerçant que la moitié, le ſecond un tiers, le troiſiéme un quart &c, il n'y a pas d'autre moyen d'égaler ces differentes parties, qu'en augmentant à proportion les touts dont elles ſont parties, c'eſt-à-dire qu'il faut que le ſecond Vouſſoir ſoit plus peſant que le premier, le troiſiéme plus que le ſecond, & ainſi de ſuite juſqu'au dernier, qui doit être infiniment peſant, parce qu'il ne fait nul effort pour tomber, & qu'une partie nulle de ſa peſanteur ne peut être égale aux efforts finis des autres Vouſſoirs, à moins que cette peſanteur ne ſoit infiniment grande. Pour prendre cette même idée d'une maniere plus ſenſible, & moins metaphyſique, il n'y a qu'à faire reflexion que tous les Vouſſoirs, horſmis le dernier, ne pourroient laiſſer tomber un autre Vouſſoir quelconque ſans s'élever, qu'ils reſiſtent à cette élevation juſqu'à un certain point déterminé par la grandeur de leur poids, & par la partie qu'ils en exercent, qu'il n'y a que le dernier Vouſſoir qui puiſſe en laiſſer tomber un autre, ſans s'élever en aucune ſorte, & ſeulement en gliſſant horiſontalement, que les poids, tant qu'ils ſont finis, n'apportent aucune réſiſtance au mouvement horiſontal, & qu'ils ne commencent à y en apporter une finie que quand on les conçoit infinis.

M.

M. *de la Hire*, dans ſon *Traité de Mechanique* imprimé en 1695, a démontré quelle étoit la proportion ſelon laquelle il falloit augmenter la peſanteur des Vouſſoirs d'un Arc demi-circulaire, afin qu'ils fuſſent tous en équilibre, ce qui eſt la diſpoſition la plus ſûre que l'on puiſſe donner à une voute, pour la rendre durable. Juſque-là les Architectes n'avoient eu aucune regle préciſe, & ne s'étoient conduits qu'en tâtonnant. Si l'on compte les degrez d'un quart de cercle depuis le milieu de la Clef de voute, juſqu'à un piédroit, l'extrémité de chaque Vouſſoir appartiendra à un arc d'autant plus grand, qu'elle ſera plus éloignée de la Clef, & il faut par la regle de M. *de la Hire* augmenter la peſanteur d'un Vouſſoir par deſſus celle de la Clef, autant que la tangente de l'arc de ce Vouſſoir l'emporte ſur la tangente de l'arc de la moitié de la Clef. La tangente du dernier Vouſſoir devient neceſſairement infinie, & par conſéquent auſſi ſa peſanteur, mais comme l'infini ne ſe trouve pas dans la pratique, cela ſe réduit à charger autant qu'il eſt poſſible les derniers Vouſſoirs, afin qu'ils reſiſtent à l'effort que fait la voute pour les écarter, qui eſt ce qu'on appelle ſa *pouſſée*.

M. *Parent* a cherché quelle ſeroit la courbure exterieure ou l'*Extrados* d'une voute dont l'*Intrados* ſeroit circulaire, & tous les Vouſſoirs en équilibre par leur peſanteur, ſelon la regle de M. *de la Hire*, car il eſt clair que tous ces Vouſſoirs inégaux dans une certaine proportion feroient en dehors une certaine courbure reguliere. Il ne l'a trouvée que par points, mais d'une maniere fort ſimple, de ſorte que par ſa methode on pourroit aſſez facilement conſtruire

une

une voute, dont on ſeroit ſûr que tous les Vouſſoirs ſeroient en équilibre.

Un fruit conſiderable de la recherche de M. *Parent*, c'eſt qu'il a découvert en même temps la meſure de la pouſſée de la voute, ou quel rapport a cette pouſſée au poids de la voute entiere. On ſavoit ſeulement que cet effort étoit très-grand, & on y oppoſoit de groſſes maſſes de pierres, ou *culées*, plûtôt trop fortes, que trop foibles, mais on ne ſavoit point préciſément où il s'en falloit tenir. On pourra le ſavoir préſentement, les Arts ſe ſentent toûjours du progrès de la Géometrie.

---

## SUR LES FROTEMENS.

JUſqu'ici la Théorie de la Mechanique n'avoit point conſideré les Frotements, faute d'en connoître préciſément la valeur. On calculoit l'avantage qu'une Force mouvante pouvoit tirer d'une Machine, ou par ſa diſtance à l'égard du point fixe, ou par la direction ſelon laquelle elle agiſſoit, on ſuppoſoit toûjours dans ces démonſtrations que les corps dont les ſurfaces devoient ſe mouvoir les unes ſur les autres étoient parfaitement polis, & l'on s'attendoit bien que dans la pratique leurs Frotements feroient perdre aux Forces mouvantes une partie de leur avantage, mais il n'y avoit que cette pratique même qui pût découvrir où

* Voyez les Memoires, p. 235. 281.

où devoit aller le déchet, & l'on risquoit en quelque sorte une Machine dont une bonne partie étoit inconnue.

M. *Amontons* ayant le premier trouvé par experience la valeur précise des Frotemens * que M. *Parent* trouva ensuite par raisonnement & par Géometrie †, le même M. *Parent* donne ici la maniere de faire entrer cette nouvelle consideration dans toute la Théorie de la Mechanique, de sorte qu'on n'aura plus besoin d'attendre l'execution pour savoir au juste l'effet d'une Machine.

Si l'on ne considere pas les Frotements, un corps pesant posé sur un plan incliné ne peut s'y soutenir, & il faut necessairement ou qu'il glisse, ou qu'il roule & glisse en même temps. Il glissera simplement, si la ligne de direction par laquelle il tend au centre de la terre, tombe sur sa base, parce qu'alors son centre de gravité peut descendre par rapport à l'horison, mais non pas par rapport au plan incliné; il glissera & roulera si sa ligne de direction ne tombe pas sur sa base, parce qu'alors son centre de gravité peut descendre & par rapport à l'horison, & par rapport au plan incliné.

Mais si l'on tient compte des Frotements, ce même corps pesant peut se soûtenir sur un plan incliné dont la surface rude & inégale l'accrochera en quelque maniere. Il est visible que ce corps ne se soûtiendra pas ainsi sur tous les plans inclinez possibles, & qu'il y en aura qui seront trop peu inclinez pour cet effet, ou, ce qui est la même chose, trop élevez. M. *Parent* cher-

* Voyez l'Hist. de 1699. pag. 128. & suiv.

† Voyez l'Hist. de 1700. pag. 185. & suiv.

cherche quelle eſt l'inclinaiſon neceſſaire, & audeſſus de laquelle un certain corps déterminé ne ſe puiſſe plus ſoûtenir par l'adhérence que cauſe le Frotement.

Il ſuppoſe que le Frotement n'eſt point proportionné aux ſurfaces, mais ſeulement à la preſſion, dont il eſt le tiers. Il tire la ligne de direction par laquelle le corps tend au centre de la terre, & cette ligne perpendiculaire à un plan horiſontal eſt neceſſairement oblique au plan incliné. L'action de la peſanteur du corps ſur ce plan lui eſt donc oblique, & par conſéquent, ſelon la Théorie des Mouvements compoſez, elle peut être conſiderée comme reſultant de deux autres actions dont l'une ſoit perpendiculaire à ce même plan, & l'autre parallele. La perpendiculaire eſt la preſſion du corps ſur le plan en vertu de ſa peſanteur, la parallele eſt la direction ſelon laquelle il tend à tombet, & par conſéquent elle repréſente une Force qui tireroit le corps en embas & tendroit à ſurmonter le Frotement. Or cette Force doit être égale au tiers de la preſſion. Donc ſi ces deux lignes dans leſquelles on reſout, & on décompoſe, pour ainſi dire, la direction oblique du corps peſant, ſont telles que la parallele ſoit le tiers de la perpendiculaire, elles ont préciſément le rapport qui eſt neceſſaire afin que le Frotement du corps puiſſe être ſurmonté, ou, ce qui eſt la même choſe, afin qu'il puiſſe tomber. Or le rapport de ces deux lignes entr'elles eſt toûjours different ſelon l'obliquité differente de la direction du corps, & cette obliquité eſt differente ſelon l'inclinaiſon du plan, donc afin que le corps puiſſe tomber & qu'il ne puiſſe tomber ſur tout autre

tre plan moins élévé, il faut que l'inclinaiſon du plan ſoit telle que ces deux lignes qui compoſent la direction du corps ayent entr'elles ce rapport précis.

Maintenant ſi une Force mouvante tiroit non parallelement à ce plan pour faire monter ce corps, il eſt clair qu'il faudroit qu'elle ſurmontât non ſeulement le Frotement cauſé par la preſſion du corps ſur le plan, mais celui qu'elle y cauſe elle-même en le preſſant par la traction, ſuppoſé qu'elle applique encore le corps ſur le plan, ce qui arrive dans toutes les tractions non paralleles au plan, & qui en ſont plus proches qu'une parallele. On ſait déja quelle eſt la quantité du Frotement cauſé par la peſanteur du corps ſur le plan incliné, il reſte à ſavoir quel eſt le Frotement cauſé par la traction de la Force mouvante, & on le découvrira par la même voie. Cette traction étant oblique au plan par la ſuppoſition, il la faut decompoſer & diviſer en deux dont l'une ſoit perpendiculaire & l'autre parallele, la premiere eſt la quantité dont la Force mouvante applique & preſſe le corps contre le plan en le tirant. On calcule par la Mechanique ordinaire de quelle quantité doit être la Force ſelon la direction par laquelle elle agit, ſelon la grandeur du poids, & l'inclinaiſon du plan, mais ce n'eſt pas aſſez, il la faut augmenter encore à proportion des deux preſſions qu'elle a à vaincre, c'eſt-à-dire l'augmenter du tiers de ces preſſions priſes enſemble.

M. *Parent* en détermine la valeur par Géometrie & par Algebre, & la joignant avec ce que donne la Mechanique ordinaire, il compoſe une Formule générale qui exprime la For-

ce accompagnée de toutes les circonſtances, ou revêtue de toutes les modifications qu'on peut conſiderer dans le cas propoſé, & dont les differentes combinaiſons peuvent le faire varier à l'infini. Si l'on fait évanouïr de la Formule générale les Frotements, on retrouve toutes les concluſions de la Mechanique ordinaire.

Cette Théorie générale étant établie pour le Plan incliné, M. *Parent* paſſe ſans peine, ou au Coin qui en eſt une eſpèce, ou à la Poulie, deux Machines où il entre beaucoup de Frotement. Les mêmes principes regnent par tout, & le ſecret conſiſte toûjours à trouver les preſſions ſoit du poids, ſoit de la Force par la décompoſition de leurs directions. Des cas plus compliquez ne ſont que plus longs à reſoudre, & non pas plus difficiles. Il paroît par les découvertes les plus générales & les plus fécondes où l'on ſoit arrivé juſqu'à préſent dans la Mechanique, qu'elle n'eſt que la Science des Mouvements compoſez.

---

## SUR UN NIVEAU D'UNE NOUVELLE CONSTRUCTION.

* TOute la Science du Nivellement n'a pour objet que de déterminer deux ou pluſieurs points également éloignez du centre de la Terre.

La Terre étant ſpherique, du moins ſenſible-

* Voyez les Memoires, pag. 338.

blement, tous les points qui ſont *de niveau* ou également éloignez de ſon centre, ſont des points de ſa circonference, ou d'un cercle concentrique, & par conſéquent deux points d'une Tangente à la circonference de la Terre, pris du même côté du point d'attouchement, ne ſauroient être de niveau dans la rigueur mathematique. Mais comme la terre eſt fort grande, & que dans une certaine étendue ſa courbure ne differe nullement d'une ligne droite, on peut prendre ſans aucune erreur pour points de niveau ceux qui ſont dans cette étendue. Ainſi les Anciens qui ne nivelloient à la fois qu'une diſtance de 20 pieds, n'étoient point à cet égard en danger de ſe tromper, quoiqu'ils en priſſent les deux extrémitez en ligne droite.

Si on nivelloit des diſtances beaucoup plus grandes, les deux extrémitez priſes en ligne droite ne pourroient plus appartenir à la circonference de la terre, mais à une Tangente de cette circonference, de ſorte que l'extrémité où ſe feroit l'operation étant le point d'attouchement de cette tangente & de la circonference, l'autre extrémité ſeroit auſſi celle d'une Secante tirée du centre de la terre, & le point qu'elle détermineroit ſeroit élevé au deſſus de la circonference, & par conſéquent au deſſus du *vrai* niveau, de toute la quantité dont cette Secante ſurpaſſeroit le demi-diametre de la terre. Cette extrémité d'une Secante eſt dite être dans le Niveau *apparent*, parce que c'eſt celui que la vûe donne, & il eſt bien aiſé de le reduire au vrai, puiſqu'on ſait par la Trigonometrie de combien chaque Secante ſurpaſſe le Rayon, & que l'on a découvert par la Meſure de la Terre que l'Academie a faite

quelle eſt la valeur préciſe de ſon Rayon.

Faute d'avoir cette valeur du Rayon de la Terre, les Anciens n'euſſent pû faire la reduction du niveau apparent au vrai, ou s'ils l'euſſent entrepriſe ils ſeroient tombez dans de grandes erreurs. Auſſi ne nivelloient-ils que des diſtances de 20 pieds où cette reduction n'étoit aucunement neceſſaire. On trouve par les Tables qui en ont été faites qu'à une diſtance de 50 toiſes le niveau apparent n'eſt élevé au deſſus du vrai que de $\frac{1}{3}$ de ligne, & par conſéquent les Anciens avoient ſur ce point beaucoup plus de ſûreté qu'il ne leur en falloit.

La meſure de la Terre ayant été trouvée, la commodité de réduire le niveau apparent au vrai, invita les Géometres de l'Academie à niveller d'un ſeul *coup* de grandes diſtances, comme de 1000 toiſes. L'avantage de ces grands coups de niveau, eſt que l'on fait ici, par exemple, en une ſeule operation, ce que les Anciens ne faiſoient qu'en trois cens, & outre le temps que l'on gagne, il eſt viſible que trois cens operations ſont naturellement ſujettes à un nombre d'erreurs incomparablement plus grand qu'une ſeule. C'étoit auſſi par cette raiſon que les Anciens qui regloient ſur leurs nivellemens les grandes conduites d'eaux qu'ils faiſoient, prenoient toûjours plus de pente qu'il n'étoit néceſſaire, ainſi qu'il a été dit dans l'Hiſt. de 1699 *. Ils ſe défioient avec juſtice du ſuccès de tant d'operations. Il paroît qu'ils mettoient à ces ſortes d'Ouvrages beaucoup de travail & peu d'art, & nous, nous voulons préſentement que l'art nous épargne le travail.

Pour

* Pag. 140.

Pour niveller tout d'un coup de grandes diſtances, il faut avoir des Inſtruments qui donnent bien ſûrement une ligne horizontale, puiſque c'eſt celle dont l'extrémité ſera le niveau apparent, mais ce n'eſt pas une mediocre difficulté que de la déterminer dans la pratique.

Premierement il faut être bien ſûr que cette ligne ſoit une ligne, c'eſt-à-dire conduite d'un ſeul point à un autre point, car autrement on prendroit à une grande diſtance pour le même point pluſieurs points differents d'un même plan vertical, & aſſez éloignez l'un de l'autre, & il s'agit d'une grande préciſion dans la pratique du nivellement. Autrefois on ſe contentoit de deux Pinnules percées chacune d'un trou le plus petit qu'il étoit poſſible, & l'on ſuppoſoit que l'objet vû par ces deux trous n'étoit qu'un point, mais il s'en falloit beaucoup que ce n'en fût un, quelque petits que fuſſent les trous, & il s'en falloit d'autant plus que l'objet étoit plus éloigné. D'ailleurs pour peu que l'œuil changeât de place & eût de mouvement dans le temps de l'obſervation, c'étoit un autre point que l'on voyoit. Pour remedier à cet inconvenient, l'on a imaginé dans l'Academie, il y a déja du temps, d'employer au lieu de Pinnules une Lunette avec un fil de Ver à ſoye très-délié poſé au foyer du verre objectif, ou plûtôt avec deux fils qui ſe croiſent. Leur interſection arrête tous les rayons partis d'un ſeul point de l'objet que l'on ſuppoſe éloigné, puiſqu'elle ſe fait à l'endroit où ils ſe réuniſſent tous, & comme on voit les deux fils ſur la peinture de l'objet qui ſe fait au Foyer, on eſt ſûr que l'endroit où on les voit

ſe couper n'eſt qu'un point de l'objet, ou du moins une partie auſſi petite que l'épaiſſeur des fils. L'œuil a beau changer de place, ce ſont toûjours les rayons du même point qui ſont arrêtez par l'interſection des fils, & l'on *pointe* toûjours au même point. Cet ingenieux expedient a été mis en pratique avec beaucoup de ſuccès, depuis qu'il a été trouvé, mais M. *de la Hire* a jugé à propos d'y faire encore une reforme qui le perfectionne *, & il ſubſtitue aux filets de Ver à ſoye des traits auſſi déliez, & plus inalterables, tracez ſur une petite glace.

En ſecond lieu, il faut que la ligne du niveau apparent ſoit parfaitement horiſontale. D'abord on ſonge naturellement aux ſurfaces des liqueurs qui ſe mettent toûjours de niveau. Auſſi le Niveau des Anciens n'étoit qu'une piece de bois, longue de 20 pieds, égale à toute la diſtance qu'ils nivelloient d'un ſeul coup, & au milieu de laquelle étoit un petit tuyau plein d'eau. Il ne leur devoit pas être fort difficile de conduire un rayon viſuel à une ſi petite diſtance le long de cette ſurface d'eau, mais pour de plus grandes diſtances, M. *de la Hire* a imaginé de mettre au deſſus de l'eau une Lunette avec ſes fils au Foyer, dans une poſition exactement parallele à la ſurface de l'eau. Ce paralleliſme fait la plus grande difficulté de l'execution. C'eſt-là le même niveau dont il a été parlé dans l'Hiſt. de 1699. * à l'occaſion de ce que M. *Couplet* y avoit ajoûté pour le rendre plus commode.

Une ligne ſera horiſontale, pourvû qu'elle ſoit perpendiculaire à une ligne verticale, ainſi il

* Voyez l'Hiſt. de 1701. pag. 117. * p. 139. & 140.

il ſuffira encore pour fonder la conſtruction d'un Niveau de déterminer une ligne qui ſoit bien certainement verticale. C'eſt ce qu'on a fait par le moyen des poids ſuſpendus. Leur point de ſuſpenſion ou d'appui eſt certainement dans la même ligne verticale que leur centre de gravité, & pourvû que le fil qui les tient ſuſpendus ſoit très-délié, il eſt lui-même cette ligne. Reſte à poſer une Lunette dont l'axe lui ſoit bien perpendiculaire, car dans tous les Niveaux modernes on ſe ſert toûjours d'une Lunette, à cauſe de l'avantage qu'elle donne de ne pointer qu'à un ſeul point de l'objet, & de plus, parce qu'elle eſt auſſi propre aux vûes les plus courtes qu'aux autres. On peut faire auſſi que la Lunette elle-même tienne lieu de poids, & qu'étant ſuſpendue horiſontalement elle donne pour ligne verticale celle qui joint ſon point de ſuſpenſion & ſon centre de gravité. C'eſt ſur ces ſuſpenſions que ſont fondez les Niveaux de M^rs *Huygens* & *Roemer*. Mais M. *de la Hire* les croit ſujettes dans la pratique à pluſieurs inconveniens expliquez dans ſon Memoire.

Il a voulu trouver un Niveau qui n'y fût point expoſé. C'eſt une Lunette, non pas ſuſpendue par un point plus élevé que ſon centre de gravité, mais appuyée ſur un point qui ſoit plus bas, & par conſéquent toûjours prête à tomber de côté ou d'autre à moins que d'être en équilibre. L'état de ſon équilibre détermine la ligne verticale, & enſuite l'horiſontale qui la coupe à angles droits. Le détail de la conſtruction eſt reſervé au Memoire de l'Auteur. M. *de la Hire* aſſûre qu'il s'en eſt ſervi à niveller d'un ſeul coup 1000 toiſes de diſtance ſans erreur ſenſible.

Il ne ſera peut-être pas inutile d'avertir ici que les hauteurs apparentes des objets, même de ceux qui ſont peu éloignez de la ſurface de la terre, ſont alterées par les refractions, & d'autant plus alterées que ces objets ſont ou plus élevez par rapport à l'Obſervateur, ou à une plus grande diſtance. D'ailleurs la grandeur de ces refractions dépend auſſi & de l'heure du jour, & de la conſtitution de l'air, ſans aucune proportion qui ſoit encore bien connue. On ſait en général qu'il peut y avoir de l'erreur ſur les hauteurs apparentes, & en quelques occaſions particulieres on ſait à peu près où elle peut aller. Les plus grands coups de niveau ſont à cet égard les plus dangereux, mais c'eſt un inconvenient commun à tous les Niveaux modernes, & qui étant preſque ſuffiſamment connu, n'a pas empêché que l'on n'ait fait de très-grands nivellements avec une juſteſſe étonnante. Les Anciens qui ne connoiſſoient point les refractions ſe ſeroient ſouvent fort écartez du but, s'ils euſſent fait de grands nivellements d'un ſeul coup, leur peu d'art en cette matiere étoit préciſément le remede dont ils avoient beſoin.

SUR

# SUR LES VITESSES DES CORPS MUS SUIVANT DES COURBES.

* IL ne ſuffit pas de découvrir une Verité, il faut encore ſavoir ce qui la produit, & d'où elle vient, car ſi on ſe trompe ſur cette eſpece de cauſe, on peut croire qu'elle a lieu lorſqu'elle n'en a point, ou au contraire, & l'on donne à la Verité que l'on a découverte plus ou moins d'étendue qu'elle n'en doit avoir. Ceci ne s'entend que des matieres délicates, & l'on peut aſſûrer que quand il en eſt queſtion, une démonſtration géometrique eſt capable de jetter dans l'erreur par les applications qu'on en fera, à moins qu'elle n'ait remonté juſqu'à la ſource de la Verité, & ne l'ait expoſée dans ſes premiers principes.

*Galilée* ayant trouvé ce beau Syſtême de la chute des Corps peſants, reçû aujourd'hui de tous les Philoſophes, par lequel les vîteſſes d'un corps qui tombe verticalement ſont à chaque moment de ſa chute, comme les racines des hauteurs d'où il eſt tombé à compter depuis le commencement de la chute, trouva enſuite que ſi un corps tomboit ſur un plan incliné, les vîteſſes qu'il avoit en differents moments de ſa chute ſeroient encore dans la même proportion, & en effet puiſque ce corps tient de ſa

* Voyez les Memoires, pag. 384.

ſa chute toute ſa vîteſſe, & qu'il ne tombe qu'autant qu'il y a de hauteur perpendiculaire dans le plan incliné, il paroît neceſſaire que ſa vîteſſe ſe meſure & ſe regle toûjours par cette hauteur, de même que ſi la chute étoit verticale. La propoſition de *Galilée* eſt vraie & inconteſtable.

Elle le conduiſit à croire que ſi un corps tomboit par deux plans inclinez contigus, & qui fiſſent un angle entre eux, à peu près comme un bâton briſé, la vîteſſe ſe regleroit encore de la même maniere ſur la hauteur verticale des deux plans pris enſemble, car enfin ce n'eſt encore que ſelon cette hauteur que ſe fait la chute, & delà vient toute la vîteſſe. Cependant M. *Varignon* démontra en 1693. que cette propoſition de *Galilée*, admiſe juſque-là par tous les Géometres, étoit fauſſe.

Sur ce fondement, il ſemble que les vîteſſes d'un corps qui tombe en ſuivant la concavité d'une Courbe, d'une Cycloïde par exemple, ne doivent point être comme les racines des hauteurs. Une Courbe n'eſt que la ſuite d'une infinité de plans infiniment petits, contigus, & inclinez les uns aux autres, & par conſéquent la propoſition de *Galilée*, ne doit pas non plus être vraie dans ce cas-là. Cependant elle l'eſt, quoiqu'avec une certaine reſtriction.

Tout ce mêlange de veritez & d'erreurs qui ſe reſſemblent tant, & qu'il eſt ſi aiſé de prendre les unes pour les autres, montre aſſez que l'on n'avoit point encore ſaiſi les premiers principes. Quand on y eſt une fois parvenu, on voit une diſtance infinie entre la Verité & l'Erreur, & leur fauſſe reſſemblance diſparoît abſolument.

M.

M. *Varignon* a entrepris de démêler tout ce qui regarde les vîteſſes des corps qui tombent, & de mettre cette matiere dans un jour où elle n'avoit point encore été. Il ſuppoſe toûjours ſelon le Syſtême de *Galilée*, que les vîteſſes d'un corps qui tombe par une ligne verticale ſont dans les differents moments de ſa chute comme les racines des hauteurs correſpondantes.

Le grand principe que M. *Varignon* employe, c'eſt celui des Mouvements compoſez, ſur lequel il a autrefois fondé toute ſa Mechanique. Quand un corps eſt mû en même temps par deux forces, qui ont des directions differentes, quelque angle que ces directions faſſent entre elles, il prend une direction *compoſée* qui eſt la diagonale du parallelogramme que feroient entre elles les deux directions *ſimples*, & il décrit cette diagonale dans le même temps qu'il auroit décrit l'un ou l'autre des deux côtez du parallelogramme, de ſorte que la vîteſſe que lui auroit imprimée l'une ou l'autre des deux Forces eſt à celle qu'elles lui impriment toutes deux enſemble comme le côté correſpondant du parallelogramme eſt à la diagonale. Tout eſt donc connu dès que l'on a le rapport des deux Forces.

Un mouvement perpendiculaire ou parallele à un plan ne peut être conçû comme compoſé par rapport à ce plan, mais ſeulement quand il lui eſt oblique, & alors on le conçoit comme compoſé de deux autres mouvements l'un perpendiculaire & l'autre parallele, dont les differents rapports, variables à l'infini, déterminent les differentes obliquitez dont le mouvement compoſé eſt capable.

Un corps qui ſe meut obliquement à l'horiſon, ne fût-il pouſſé que par une ſeule Force, peut donc être conçû comme pouſſé par deux, dont l'une auroit eu une direction horiſontale, & l'autre, une verticale, & ſa vîteſſe ne ſeroit ni celle que lui auroit donnée la Force horiſontale, ni celle que lui auroit donnée la verticale, mais celle qui reſulteroit des deux, & qui ſeroit exprimée par la diagonale du parallelogramme qu'elles formeroient. Par conſéquent, puiſque la Force verticale ſeule, ou, pour parler plus préciſément, la peſanteur, auroit imprimé à ce corps une vîteſſe, qui auroit été dans tous les moments de la chute comme les racines des hauteurs correſpondantes, il faut qu'il ait une autre vîteſſe lorſqu'il ſe meut obliquement.

Si ce corps tombe par ſa ſeule peſanteur le long d'un plan incliné, il tombe encore obliquement à l'horiſon, & cependant il n'eſt pas dans le même cas que nous venons d'expliquer, & c'eſt-là une choſe qui avoit beſoin d'être démêlée par M. *Varignon*. Ce corps qui tombe ſur un plan incliné ne tombe que par l'action de ſa peſanteur qui eſt verticale, & cette action eſt neceſſairement oblique au plan incliné. Elle peut donc être conçûe comme compoſée de deux autres dont l'une ſoit perpendiculaire au plan incliné, l'autre parallele. Celle qui ſeroit perpendiculaire eſt entierement arrêtée par le plan, & toute la vîteſſe que le corps auroit eue ſelon cette direction eſt anéantie & perdue. Il ne reſte que la Force parallele, qui eſt effectivement celle dont le corps ſuit la direction, & dont il conſerve toute la vîteſſe. Or il ſe trouve que les vîteſſes qu'il tire de cette Force paral-

rallele & unique dans les differents moments de ſa chute, ſont dans la même raiſon que celles qu'il tireroit de la Force verticale ſeule, ou de la peſanteur agiſſant librement, & par conſéquent comme les racines des hauteurs.

Toute la difference des deux cas vient de ce que dans le premier le mouvement du corps eſt compoſé par rapport à l'horiſon, & compoſé de deux Forces qui toutes deux ſubſiſtent, & dans le ſecond cas il eſt compoſé par rapport au plan incliné, & compoſé de deux Forces dont l'une eſt entierement détruite par l'oppoſition de ce plan. Dans le premier cas, le corps n'eſt point ſoutenu, il l'eſt dans le ſecond.

Maintenant ſi un corps tombe le long de deux plans inclinez, contigus, & qui faſſent entre eux un angle obtus, & une eſpece de concavité, M. *Varignon* a démontré, toûjours par la compoſition des mouvements, que ce corps à la rencontre du ſecond plan perd quelque choſe de ſa vîteſſe, que par conſéquent elle n'eſt pas la même à la fin de ſa chute, ou à tel point qu'on voudra de ſa chute par le ſecond plan, que s'il n'étoit tombé que par le premier plan prolongé, & que la proportion des racines des hauteurs n'a donc plus de lieu, quoique *Galilée* l'ait crû. La raiſon de cette perte de vîteſſe eſt que le mouvement qui étoit parallele au premier plan devient oblique au ſecond, puiſqu'ils font un angle entre eux, ce mouvement oblique au ſecond plan étant conçû comme compoſé, ce qu'il a de perpendiculaire à ce plan eſt détruit à ſa rencontre & par ſon oppoſition, & une partie de la vîteſſe perit auſſi.

Plus ce que le mouvement oblique & composé a de perpendiculaire au second plan est petit, ou, ce qui est la même chose, moins les deux plans sont éloignez de n'en être qu'un, ou enfin plus leur angle obtus est grand, & l'aigu qui en est le complément, petit, moins le corps perd de sa vîtesse, & au contraire. M. *Varignon* détermine géometriquement quelle est sur toute la hauteur de la chute entiere la portion de vîtesse qui se perd à la rencontre du second plan. Elle est toûjours d'autant plus petite que l'angle aigu complément de l'obtus que font les deux plans est plus petit.

Les plans infiniment petits, contigus, & inclinez les uns aux autres, dont une Courbe est composée, faisant tous entre eux des angles obtus dont le complément est infiniment petit, il s'ensuit que si un corps tombe par sa pesanteur le long de la concavité d'une Courbe, la perte de vîtesse qu'il fait à chaque instant est infiniment petite. Mais une portion finie de Courbe, quelque petite qu'elle soit, étant composée d'une infinité de plans infiniment petits, le corps qui l'a parcourue dans un temps fini, quelque petit qu'il soit, a perdu une infinité de parties infiniment petites de la vîtesse, & une infinité d'infiniment petits font un infini de l'ordre *superieur*, c'est-à-dire qu'une infinité d'infiniment petits font une grandeur finie, s'ils sont du premier ordre ou genre, & un infiniment petit du premier, s'ils sont du second, & ainsi de suite à l'infini. Donc si les pertes de vîtesse que fait un corps tombant le long d'une Courbe sont des infiniment petits du premier genre, elles feront une grandeur finie, lorsqu'il aura parcouru quelque portion finie de

de cette Courbe que ce ſoit, & par conſéquent elles devront être comptées par rapport à la vîteſſe dont il ſe meut, qui eſt toûjours finie, & les differentes vîteſſes en differents temps de la chute ne ſeront point comme les racines des hauteurs. Mais ſi les pertes n'étoient que des infiniment petits du ſecond genre, elles ne feroient toutes enſemble dans un temps fini, qu'un infiniment petit du premier, qui retranché d'une vîteſſe finie ne la rendroit pas moindre, & laiſſeroit ſubſiſter la proportion des racines des hauteurs. Or M. *Varignon* démontre que les pertes de vîteſſe ſont des infiniment petits du ſecond genre, d'où il ſuit que les chutes par des Courbes conſervent la proportion des racines des hauteurs, quoique celles qui ſe font par differents plans inclinez contigus ne la conſervent pas. Il ne ſeroit pas poſſible que ſans la Géometrie des infiniment petits on vît auſſi clair dans cette matiere, & l'on y peut remarquer combien ces differents ordres d'Infinis que l'on ſoupçonne d'abord d'être feints à plaiſir, ſont réels & ſolides.

Un corps qui tombe par un ſeul plan incliné, ou par une Courbe eſt donc dans le même cas à l'égard de la proportion des vîteſſes, & comme dans la chute par le plan incliné cette proportion ne ſuit celle des racines des hauteurs que parce que le corps eſt ſoutenu par ce plan, & que tout ce qu'il a de mouvement perpendiculaire à ce plan eſt arrêté & détruit ſans qu'il perde rien du mouvement parallele, de même il faut dans la chute par la Courbe que le corps ſoit ſoûtenu par cette Courbe, & coule en quelque ſorte le long de ſa concavité comme dans une eſpece de canal,

qui

qui à chaque point de ſa courbure laiſſe auſſi à ce corps tout ce qu'il a de mouvement parallele à la Tangente de ce point. Ce ſera la même choſe ſi un corps ſuſpendu décrit cette courbe en vertu de ſa ſuſpenſion, car la ſuſpenſion le ſoutiendra de la même maniere qu'auroit fait la concavité de la Courbe. En un mot, afin que les vîteſſes d'un corps qui tombe par un ſeul plan incliné, ou par une Courbe, ſuivent les racines des hauteurs, il faut que le corps ſoit ſoutenu, qu'il perde tout ſon mouvement perpendiculaire au plan ou à la Courbe, conſerve tout le mouvement parallele, & ne ſe meuve que par ſa ſeule peſanteur.

Mais comme les vîteſſes ne ſuivent point les racines des hauteurs dans la chute d'un corps qui tombe obliquement à l'horiſon, ſans être ſoutenu par un plan, ou, ce qui revient au même, d'un corps pouſſé obliquement à l'horiſon par deux Forces differentes, de même la proportion des vîteſſes ne ſera plus celle des racines des hauteurs dans une chute par une Courbe que feront décrire au corps deux impulſions differentes, mêlées & combinées enſemble ainſi qu'il faudra pour la génération de cette Courbe, mais la vîteſſe ſera à chaque moment celle qui naîtra du concours des deux Forces, & quand même la peſanteur ſeroit l'une des deux, la proportion des racines des hauteurs ſeroit alterée par l'autre, qui ſelon la ſuppoſition agiroit.

Il ne faut donc pas calculer de la même maniere la vîteſſe de tous les corps qui tombent par des Courbes, & l'on doit admettre cette diſtinction nouvelle & ſubtile de M. *Varignon* entre les corps tombants par des Courbes qui

les

les portent & les ſoutiennent, ou ſuſpendus équivalemment, & ceux qui tombent en décrivant ces Courbes par le mêlange de deux Forces qui les meuvent. Faute de cette attention, qu'il étoit facile de ne pas avoir, de grands Géometres auroient pû ſe méprendre.

Lorſqu'une Courbe eſt décrite par le mêlange ou le concours de deux Forces connues, M. *Varignon* détermine aiſément la vîteſſe qui en reſulte à chaque inſtant. Toute Courbe étant conçûe comme un Polygone infini, chaque côté infiniment petit eſt une diagonale, ou, ce qui eſt la même choſe, l'hypotenuſe d'un triangle rectangle dont les deux autres côtez ſont la difference de deux Ordonnées infiniment proches, & la portion infiniment petite de l'axe compriſe entre ces deux Ordonnées. Un corps à qui deux Forces differentes font décrire une Courbe, ne décrivant à chaque inſtant qu'une de ces hypotenuſes ou diagonales, elles repréſentent la vîteſſe compoſée qu'il a dans cet inſtant, & les deux autres côtez du triangle repréſentent les vîteſſes ſimples que chaque Force tendoit à lui imprimer ſeparément. On a donc toûjours cette proportion; comme la difference de deux Ordonnées de la Courbe infiniment proches, ou la portion de l'axe compriſe entre ces Ordonnées, eſt à l'hypotenuſe ou côté infiniment petit correſpondant, ainſi l'une ou l'autre des vîteſſes que tendent à imprimer les deux Forces ſeparément, eſt à la vîteſſe compoſée qui reſulte de leur concours.

Il n'y a nulle Courbe poſſible dont la nature ne ſoit ſuffiſamment déterminée par le rapport des differences des Ordonnées aux portions de l'axe

l'axe correſpondantes, & l'on peut concevoir l'eſſence des Courbes en général comme conſiſtant dans ce rapport, variable en une infinité de manieres. Or ce même rapport ſera toûjours auſſi celui des deux vîteſſes ſimples dont le concours fera décrire une Courbe quelconque à un corps, & par conſéquent l'eſſence de toutes les Courbes en général eſt la même choſe que le concours ou la combinaiſon, variable à l'infini, de toutes les Forces qui priſes deux à deux peuvent mouvoir un même corps, & voilà une Equation très-ſimple & très-générale de toutes les Courbes & de toutes les vîteſſes poſſibles.

Par le moyen de cette équation, dès que les deux vîteſſes ſimples d'un corps ſont connues, M. *Varignon* détermine auſſi-tôt la Courbe qui en doit naître. Quelque variées que ſoient ces vîteſſes, pourvû qu'elles ſuivent quelque progreſſion reglée, ce qui eſt toûjours abſolument neceſſaire, elles ne font qu'introduire la même progreſſion dans les differences, ou dans les portions de l'axe qui leur répondent.

Si l'on veut qu'une des deux vîteſſes ſimples ſoit uniforme & toûjours égale, par exemple, la vîteſſe horiſontale d'un boulet de canon, on verra les differences ou les portions de l'axe qui répondront à cette vîteſſe, devenir égales, & comme dans le cas du boulet de canon ou de tout autre corps peſant la ſeconde Force ſimple dont il ſera pouſſé ſera ſa peſanteur, qui lui imprimera toûjours une vîteſſe variée ſuivant les racines des hauteurs de la chute, on verra naître de cette combinaiſon une Parabole que le corps décrira. Dans cette Courbe les

por-

portions de l'axe qui ſont entre des Ordonnées infiniment proches, étant priſes dans la proportion des racines des hauteurs de la chute du corps peſant, les differences des Ordonnées ſont toutes égales.

Il eſt à remarquer que par l'équation générale de M. *Varignon* la vîteſſe uniforme & la vîteſſe variée ſuivant les racines des hauteurs produiſent la Parabole, indépendamment de l'angle que font entre elles les deux Forces ou projections qui impriment ces vîteſſes, & que par conſéquent un boulet de canon tiré ſoit horiſontalement, ſoit obliquement à l'horiſon décrit toûjours une Parabole, parce que dans ces deux cas la vîteſſe qu'il tient de cette projection eſt toûjours uniforme. D'habiles Géometres ont eu bien de la peine à prouver que les projections obliques formoient des Paraboles auſſi bien que les horiſontales, & cela vient tout d'un coup & de ſoi-même par la methode de M. *Varignon*.

En voici la raiſon eſſentielle & metaphyſique. La Courbe n'eſt que le mélange qui reſulte de deux Forces qui ont entre elles un certain rapport de grandeur ou de quantité, la Parabole, par exemple, eſt le mélange qui reſulte d'une vîteſſe uniforme & d'une vîteſſe variée qui ſuit les racines des hauteurs, & ce mélange eſt neceſſairement déterminé à être ce qu'il eſt par le rapport des deux vîteſſes ſimples qui le forment. Si ces vîteſſes ſimples ſans changer de nature devenoient ou plus grandes ou plus petites, il eſt clair que le mélange qui en reſulte ne changeroit pas de nature, mais ſeulement de grandeur. Ainſi qu'un boulet de canon tiré horiſontalement ſoit tiré avec une moin-

moindre charge de poudre, & même, ſi l'on veut, qu'il tombe moins vîte, l'une des deux vîteſſes ſimples ne laiſſera pas d'être toûjours uniforme, & l'autre variée de la même maniere, & par conſéquent le boulet décrira toûjours une Parabole, mais une Parabole plus petite. Maintenant que le boulet ſoit tiré ſelon une ligne oblique à l'horiſon, & plus élevée que l'horiſontale, cette ligne oblique à l'horiſon ſera compoſée d'une parallele ou horiſontale, & d'une verticale. Entant qu'elle eſt horiſontale, elle imprimera toûjours une vîteſſe uniforme, entant qu'elle eſt verticale & plus élevée qu'une parallele à l'horiſon, elle agira contre la peſanteur du boulet, & en affoiblira l'action, mais ſans en changer la nature, & par conſéquent il ſe trouve toûjours un mélange d'une vîteſſe uniforme & d'une vîteſſe qui ſuit les racines des hauteurs, ou, ce qui eſt la même choſe, une Parabole, quoique differente. Si la ligne de projection du boulet étoit au deſſous d'une parallele à l'horiſon, l'action de la peſanteur ſeroit fortifiée, mais non pas changée. Donc quelque angle que faſſent entre elles la ligne de projection du boulet, & l'action verticale de ſa peſanteur, ou, ce qui revient au même, les deux Forces ſimples dont il eſt pouſſé, l'eſpece de la Courbe ne change point, mais ſeulement ſa grandeur. Le même raiſonnement ſe peut appliquer à toutes les autres Courbes reſultantes du mélange de deux Forces, & l'angle ou la poſition de ces Forces entre elles eſt indifferente, quant à l'eſpece de la Courbe.

Un mélange de deux Forces déterminées ne peut donner qu'une certaine Courbe, mais une

une Courbe étant donnée on peut imaginer une infinité de Forces differentes, priſes deux à deux, dont le mélange aura pû la produire. C'eſt ainſi que dans les Nombres le produit de 2 & de 30, par exemple, ne peut donner que 60, mais 60 peut être formé par la multiplication de pluſieurs autres nombres entiers que 2, & 30, & par celle d'une infinité de nombres rompus. Et comme on peut prendre tel nombre qu'on voudra pour l'un des deux dont le produit doit former 60, après quoi le ſecond, ſoit entier, ſoit rompu, viendra neceſſairement, & ſera déterminé, de même une Courbe étant donnée on peut ſuppoſer telle viteſſe qu'on voudra pour l'une des deux dont le concours l'aura produite, mais enſuite l'autre viteſſe ſimple ſera neceſſairement déterminée en conſéquence de la ſuppoſition arbitraire. Si l'on veut qu'un boulet de canon tiré horiſontalement ou obliquement à l'horiſon ait décrit une Hyperbole, cette ſuppoſition enfermant une viteſſe uniforme, on trouvera quelle aura dû être celle que la peſanteur aura cauſé, & certainement on ne la trouvera pas dans la proportion des racines des hauteurs. On ſaura donc quelle devra être l'action de la peſanteur pour faire décrire aux corps jettez des Hyperboles, ou en général telles autres Courbes qu'on voudra.

Une Courbe étant donnée, ou, ce qui eſt la même choſe, le rapport des portions de l'axe infiniment petites aux differences correſpondantes, on peut ſans changer la nature de cette Courbe établir telle progreſſion qu'on voudra ſoit entre les portions de l'axe comparées ſeulement entr'elles, ſoit entre les differences priſes

ſes de la même maniere, mais quand on a une fois reglé une progreſſion pour les unes ou pour les autres de ces grandeurs, la ſeconde n'eſt plus libre, & elle ſuit neceſſairement du rapport qui doit être entre les unes & les autres comparées enſemble. C'eſt-là la raiſon eſſentielle qui fait que l'on peut imaginer une infinité de vîteſſes differentes, priſes deux à deux également propres à former une certaine Courbe, & que l'une des deux vîteſſes étant déterminée arbitrairement, l'autre devient neceſſaire.

Des Géometres fameux avoient déja ſongé à la génération des Courbes par les mouvemens compoſez, mais ceux qui n'ont pas connu ou admis la Géometrie des Infiniment petits ont dû être aſſez embarraſſez ou du moins fort bornez dans cette recherche. Ce n'eſt qu'en conſiderant les Courbes comme des Polygones infinis que l'on trouve que chaque côté infiniment petit eſt la diagonale que produit un mouvement compoſé, & cette idée ſi naturelle donne auſſi-tôt le dénouëment de tout.

De plus, il faut ſavoir qu'il y a deux eſpeces de Courbes, les *Géometriques*, & les *Mechaniques*. Les Courbes géometriques ſont celles dont on peut exprimer & déterminer la nature par le rapport des Ordonnées aux Abſciſſes, qui ſont les unes & les autres des grandeurs finies; les Mechaniques ſont celles dont on ne peut exprimer ainſi la nature, parce que les Ordonnées & les Abſciſſes n'ont point de rapport reglé. Les Sections Coniques ſont géometriques, la Cycloïde, la Ciſſoïde, la Conchoïde &c. ſont mechaniques. Dans la Géometrie des infiniment petits la nature de tou-

toutes les Courbes ſoit géometriques, ſoit mechaniques peut également s'exprimer par le rapport des portions de l'axe infiniment petites aux differences correſpondantes, ou premieres ou ſecondes ou troiſiémes &c. à l'infini. Toute la difference entre les Courbes géometriques & mechaniques, eſt que les mechaniques ne peuvent s'exprimer que par ce rapport, au lieu que les géometriques peuvent auſſi s'exprimer par le rapport des Ordonnées aux Abſciſſes, c'eſt-à-dire que les mechaniques conduiſent plus neceſſairement que les autres à la conſideration de l'infini. Delà il ſuit & que la Géometrie des infiniment petits a une égale facilité dans les recherches qu'elle fait ſur ces deux eſpeces oppoſées de Courbes, & que toute autre methode doit en avoir beaucoup moins, ſur tout à l'égard des mechaniques. Il eſt viſible que la Théorie de M. *Varignon* fondée ſur les infiniment petits tant pour les Vîteſſes que pour la génération des Courbes s'étend ſi naturellement tant aux Courbes géometriques qu'aux mechaniques, que l'on ne s'aperçoit pas en la ſuivant qu'il y ait aucune difference de nature entre ces Courbes. Cependant il y a tout lieu de croire que l'on s'en appercevroit bien par d'autres voies.

SUR

# SUR LA PLUS GRANDE PERFECTION

*possible des Machines, dont un Fluide est la Force mouvante.*

* JUsqu'ici l'on n'a sû calculer les Machines, que pour l'état de l'équilibre. Une Machine étant construite ou imaginée, on voit par les bras de levier, par les distances des points fixes aux directions des Forces, en un mot par les chemins que doivent parcourir en même temps le Poids d'un côté, & de l'autre la Puissance, quel doit être le rapport de la Puissance au Poids afin que la Machine soit en équilibre, ou réciproquement par le rapport de la Puissance qu'on doit employer au Poids qu'il faut mouvoir, on trouve quels doivent être pour cet équilibre de la Machine les chemins qu'ils parcourront l'un & l'autre, ou plûtôt qu'ils seront disposez à parcourir. Cet état d'équilibre trouvé, il est bien sûr que la Machine sera mise en mouvement & executera l'effet qu'on lui demande, pour peu que l'on diminue le poids ou sa vîtesse. On ne considere point ici les Frotements, & on ne les considerera point dans la suite de ce discours.

Quand pour mettre la Machine en mouvement, on augmente ou l'on diminue quelqu'une des quantitez qui formoient l'équilibre, on ne

* Voyez les Memoires, pag. 432.

ne fait qu'au hasard cette augmentation ou cette diminution, c'est-à-dire qu'on croit que la plus grande sera toûjours meilleure, & que la Machine en ira d'autant mieux, ce qui est en effet une pensée fort naturelle. Mais plus elle l'est, plus on doit tenir compte à M. *Parent* d'en avoir reconnu l'erreur, il a découvert ce que personne n'avoit encore soupçonné, que pour mettre les Machines dans la plus grande perfection où elles pûssent être, il falloit, après avoir trouvé leur état d'équilibre, faire une certaine augmentation ou diminution préciſe soit sur les forces, soit sur les vîtesses, & que toute autre augmentation ou diminution rendroit les Machines moins parfaites. Il est aisé de voir que cette nouvelle Theorie est en même temps une Regle par laquelle M. *Parent* peut déterminer si une Machine quelconque donnée est dans la plus grande perfection où elle puisse être, de combien de degrez elle en est éloignée, & quels changements il faudroit faire pour l'y amener.

Il ne propose encore sa découverte que sur les Machines dont la Force mouvante est un fluide, telles que sont les Moulins à vent ou les Moulins à eau. Il les suppose construites comme elles le sont, & comme elles doivent l'être, c'est-à-dire, de maniere que le poids qu'il faut mouvoir soit appliqué à certains bras de levier, tandis que la Puissance est appliquée à d'autres, ou plus généralement que le poids ait en vertu de la disposition de la Machine une certaine vîtesse, & la puissance une autre, toûjours plus grande dans la pratique que celle du poids, puisque ce n'est que par-là qu'on peut tirer avantage d'une Machine. Après cela, voi-

ci par quelle ſuite de reflexions & de raiſonnements M. *Parent* arrive à ſon but.

Le plus grand effet que puiſſe jamais produire un Fluide qui coule avec une certaine vîteſſe, c'eſt d'emporter avec cette même vîteſſe entiere un certain poids, qu'on peut concevoir comme poſé dans une gondole. M. *Parent* appelle cet effet *naturel*, parce qu'il n'y entre aucune Machine. Il eſt viſible que c'eſt le produit de ce poids qui peut être emporté, & de la vîteſſe du Fluide, & comme cet effet, outre qu'il eſt naturel, eſt conſtant & invariable, on peut le prendre pour une meſure fixe à laquelle on rapportera tous ceux qui ſe feront par des Machines, & qui varieront avec elles.

Dans toute Machine, dont un Fluide eſt la Force mouvante, il faut qu'il faſſe ſon effort ou ſon impreſſion ſur quelque ſurface, telle qu'une aile de Moulin, ou vanne, ou palette &c. La grandeur de cet effort ou impreſſion dépend de la peſanteur & de la vîteſſe du Fluide, & le Fluide étant toûjours ſuppoſé le même, de ſa vîteſſe ſeule. Si la vîteſſe augmente, l'effort ou impreſſion augmente ſelon les quarrez de la vîteſſe, parce que quand un Fluide a 2 fois, 3 fois &c. plus de vîteſſe, non ſeulement il frape une ſurface avec 2 fois, 3 fois plus de force, mais il la frape avec 2 fois, 3 fois plus de parties en même temps, puiſqu'elles ſe meuvent plus vîte, & par conſéquent l'impreſſion du Fluide croît ſelon la raiſon doublée ou ſelon les quarrez de la vîteſſe. Si une ſurface frapée par un Fluide qui tend à la mouvoir ſelon ſon cours, eſt arrêtée par un poids qui ne ſoit préciſément que tel qu'il faut pour l'arrêter, il eſt clair que ce poids eſt égal

à

à l'impreſſion ou effort du Fluide contre la ſurface; ſi la vîteſſe du Fluide devenoit 2 fois, 3 fois &c. plus grande, il faudroit que le poids fût 4 fois, 9 fois plus grand, ou ce qui eſt la même choſe, l'effort du Fluide ſeroit 4 fois, 9 fois plus grand. Juſque-là, il n'y a encore nul effet de Machine.

Mais ſi l'on en faiſoit une, quelle qu'elle pût être, où l'effort du Fluide agît par certains bras de levier, & un poids qu'il faudroit vaincre fût appliqué à d'autres bras, il eſt conſtant que dans l'état d'équilibre il y auroit égalité entre l'effort du Fluide, ou le poids qui lui eſt égal, multiplié par les bras de levier où il eſt appliqué, & le poids à élever multiplié par les ſiens. Le produit de ce poids à vaincre, & des bras de levier par leſquels il agit, ou, ce qui eſt la même choſe, le produit de ce poids par ſa vîteſſe eſt tout l'effet de la Machine, ou, pour parler plus préciſément, du fluide agiſſant par une Machine.

Mais cet effet n'eſt celui de la Machine que dans l'état d'équilibre, & il déviendra neceſſairement moindre dès qu'on la voudra mettre en mouvement, parce qu'il faudra pour cela diminuer le poids, ou faire quelque choſe d'équivalent. Suppoſons que l'on s'en tienne à diminuer le poids, & laiſſons cette diminution indéterminée.

Une autre cauſe rend encore moindre l'effet de la Machine miſe en mouvement. Dans l'état d'équilibre, le Fluide employe toute ſa Force contre l'aile ou vanne qu'il frape, parce qu'elle eſt alors immobile, mais quand la Machine ſe meut, cette aile pouſſée par le Fluide fuit devant lui, pour ainſi dire, & en reçoit d'autant moins d'impreſſion qu'elle fuit plus vîte, de

ſorte que ſi elle avoit pris du Fluide toute la vîteſſe qu'il a, c'eſt-à-dire qu'elle ſe mût d'une vîteſſe égale à la ſienne, elle ne recevroit plus de lui aucune impreſſion, & ne ſeroit frapée avec aucun effort. Mais la vanne ne prend jamais une vîteſſe égale à celle du Fluide, parce qu'elle eſt toûjours retardée & appeſantie par le poids qui doit être élevé, & auquel elle donne tout le mouvement qu'il a. Elle eſt d'autant plus retardée que ce poids eſt plus grand, & moins diminué par rapport à celui que la Machine eût ſoutenu dans l'état d'équilibre. Quand la vanne a pris du Fluide la plus grande vîteſſe qu'elle puiſſe prendre, chargée de ce poids comme elle l'eſt, elle la conſerve toûjours, & par conſéquent ſe meut d'une vîteſſe uniforme. L'excès de la vîteſſe du Fluide par deſſus cette vîteſſe uniforme de la vanne eſt tout l'effort dont il frape, & cet effort qui eſt le principe du mouvement de toute la Machine eſt beaucoup plus foible que celui ſur lequel on comptoit dans l'état d'équilibre.

La vîteſſe de la vanne dépend donc & de la vîteſſe du Fluide, & de la grandeur du *poids diminué* par rapport au *poids d'équilibre*, & M. *Parent* trouve une expreſſion algebrique de cette vîteſſe de la vanne, où il n'entre que ces grandeurs. Il n'y a dans cette expreſſion rien d'inconnu ou d'indéterminé que la grandeur du poids diminué.

Voilà quelle eſt la vîteſſe de la vanne indépendamment de la conſtruction de la Machine & de la diſpoſition de ſes parties, mais comme la vanne eſt en même temps une partie de la Machine, à laquelle eſt appliquée la Force mouvante, ou le Fluide, ſa vîteſſe comparée

à

à celle du poids qui doit être élevé, y a le même rapport qu'ont entre eux les differens bras de levier par leſquels agiſſent la Force mouvante & le poids, & ces bras étant ſuppoſez connus par la conſtruction de la Machine, voilà encore une expreſſion ſoit de la vîteſſe de la vanne comparée à celle du poids, ſoit de la vîteſſe du poids, dans laquelle tout eſt connu & déterminé, horſmis la grandeur du poids diminué.

Dès que l'on a l'expreſſion de la vîteſſe du poids diminué, il eſt viſible que le produit de ce poids par ſa vîteſſe eſt tout l'effet que la Machine peut produire.

Il n'entre dans l'expreſſion algebrique de cet effet de la Machine, que le poids diminué qu'on a laiſſé indéterminé & inconnu, le poids d'équilibre, la vîteſſe du Fluide, & les bras de levier oppoſez, toutes grandeurs que l'on ſuppoſe déterminées & connues. Par conſéquent l'effet de la Machine variera à l'infini, & ſera plus grand ou plus petit, ſelon que l'on ſuppoſera le poids diminué plus ou moins grand, tout le le reſte demeurant le même. Or quand une grandeur eſt variable à l'infini, elle peut avoir un certain point d'accroiſſement qu'elle ne paſſera point, & après quoi elle ne fera que décroître. Telles ſont les Ordonnées d'un Cercle, d'une Ellipſe &c. Quand on a l'expreſſion algebrique de la grandeur variable, on reconnoît très-facilement par la Géometrie des Infiniment petits, ſi elle a *un plus grand*, & en même temps on le trouve & on le détermine. M. *Parent* employant cette methode a vû que l'effet général & variable d'une Machine mue par un Fluide étoit capable *d'un plus grand*, & que *ce*

*plus grand* arrivoit lorſque le poids diminué étoit les $\frac{4}{9}$ du poids d'équilibre. Cette grande diminution vient de ce que le Fluide n'a de force pour mouvoir la Machine que l'excès de ſa vîteſſe ſur celle de la vanne.

Lorſqu'un Fluide éleve par le moyen d'une Machine les $\frac{4}{9}$ du poids qu'il eût ſoûtenu dans l'équilibre de la Machine, il fait donc le plus grand effet qu'il puiſſe jamais faire avec le ſecours d'une Machine, & cet effet comparé à celui que M. *Parent* appelle naturel, & qui conſiſte dans le produit de la vîteſſe du Fluide par un poids qui en pourroit être emporté avec toute cette vîteſſe, n'en eſt que les $\frac{4}{27}$.

Cela une fois trouvé, il eſt très-facile d'en conclure que dans une Machine qui feroit les $\frac{4}{27}$ de l'effet naturel du Fluide, c'eſt-à-dire dans une Machine parfaite, la vîteſſe uniforme de la vanne ſeroit $\frac{1}{3}$ de celle du Fluide, & comme il y a entre cette vîteſſe & celle du poids qui s'éleve un rapport reglé, que nous avons marqué ici, on détermine auſſi-tôt quelle eſt cette vîteſſe du poids dans l'état de perfection.

Toutes les conſéquences de cette nouvelle Théorie de M. *Parent* ſe préſentent d'elles-mêmes. On ſaura donc préſentement que quelque Machine qu'on faſſe, qui doive être mue par un Fluide, on n'en peut eſperer un plus grand effet, que les $\frac{4}{27}$ de l'effet naturel du Fluide. On jugera ſûrement du degré de perfection de toute Machine donnée, il ne faudra que comparer ſon effet aux $\frac{4}{27}$ de l'effet naturel du Fluide, & voir combien il s'en éloigne. Quand on aura à conſtruire une Machine, il la faudra conſtruire de ſorte que ſon effet aille juſqu'à ces $\frac{4}{27}$, ou, ce qui eſt la même choſe, qu'elle éleve un poids qui

qui ſoit les $\frac{4}{9}$ du poids d'équilibre, ou que la vîteſſe de la vanne ſoit $\frac{1}{3}$ de celle du Fluide, & après cela on ſera ſûr d'avoir rendu la Machine parfaite, quelle que ſoit d'ailleurs ſa conſtruction, qui peut avec ces conditions varier encore en une infinité de manieres. Si l'on eſt aſſujetti à élever un certain poids, il faut conſtruire une Machine de ſorte que ſon poids d'équilibre ſoit à celui qu'on doit élever comme 9 à 4, & elle ſera la plus parfaite qu'il ſoit poſſible par rapport à l'élevation du poids donné. Si l'on eſt aſſujetti à ſe ſervir d'une certaine Machine, il faut lui donner à élever les $\frac{4}{9}$ de ſon poids d'équilibre, & elle fait le plus grand effet qu'elle puiſſe faire, elle eſt même la plus parfaite qu'elle puiſſe être, ſi ſa conſtruction eſt telle qu'elle faſſe ſoûtenir au Fluide le plus grand poids qu'il puiſſe ſoûtenir avec une Machine, ou, ce qui revient au même, ſi les $\frac{4}{9}$ de ſon poids d'équilibre multipliez par la vîteſſe qu'elle leur fait prendre ſont les $\frac{4}{27}$ de l'effet naturel du Fluide; ſi cela n'eſt pas, on voit de combien la Machine eſt éloignée de la perfection.

Juſqu'ici, pour ne pas compliquer trop d'idées differentes, nous avons appellé effet naturel du Fluide, le produit de ſa vîteſſe par un poids qu'il pourroit emporter avec toute cette vîteſſe. Ce poids n'eſt que le Fluide même, qui ſelon la methode de M. *de la Hire* expliquée dans l'Hiſt. de 1702 *, eſt conſideré comme un Solide dont la hauteur eſt déterminée par la vîteſſe du Fluide, dont la baſe eſt la vanne ou aile que le Fluide frape, & dont on trouve le poids total par la peſanteur connue du Fluide, après qu'on.



* pag. 166. & ſuiv.

qu'on a ainſi trouvé ſa grandeur ou ſes dimenſions. Il eſt viſible que ce Solide formé de cette maniere comprend & le poids & la vîteſſe du Fluide, & par conſéquent repréſente ſon effet naturel. La grandeur de la vanne y entre neceſſairement, & ſi dans l'expreſſion algebrique que M. *Parent* donne de l'effet général d'une Machine mue par un Fluide, on y ſubſtitue ce Solide à l'effet naturel, la grandeur de la vanne s'y trouve avec toutes les autres grandeurs qui y étoient déja, & cette expreſſion ou équation comprend tout ce qu'il eſt poſſible qu'elle comprenne, la vîteſſe du Fluide, ſa peſanteur, la grandeur du poids que la Machine éleve, la vîteſſe qu'il prend, les bras de levier par leſquels agit la Force mouvante, ceux par leſquels agit le poids, & la grandeur de la vanne. Il eſt neceſſaire de ſuppoſer la vîteſſe & la peſanteur du Fluide connues & déterminées, mais on peut laiſſer inconnues & indéterminées les 5 autres grandeurs qui appartiennent à la Machine, ou qui en dépendent, & après cela 4 de ces 5 grandeurs étant déterminées telles qu'on voudra, la 5^e^ ſe détermine neceſſairement en vertu de l'équation, ce qui donne une extrême facilité pour le calcul de toutes ces Machines.

---

M. *des Billettes* continuant l'Art de l'impreſſion, a fait une Deſcription de la Preſſe, & enſuite de l'impreſſion particuliere des Livres d'Egliſe, Ecriteaux, Sentences &c.

Delà il a paſſé à l'Art de graver en Taille-douce.

M. *Jaugeon* a commencé la Deſcription des Arts & Métiers qui concernent la Soye.

MA-

# MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCIV.

## I.

UNe Machine roulante inventée par le Sieur *Deſtan*, dont l'axe porte ſur chacune de ſes 4 faces une rangée de Mouſquets qu'un homme ſeul peut tirer à la fois. Elle peut être utile en quelques occaſions. On en avoit déja propoſé une ſemblable à l'Academie.

## II.

Un Fuſil briſé qui ſe charge par la culaſſe, inventé par M. *de la Chaumette*, executé d'une maniere particuliere, & fort ingenieuſe, & qui peut être d'un bon uſage entre les mains de perſonnes fort attentives.

## III.

Un Deſſein d'une Digue avec ſes Portes, & toutes les autres choſes neceſſaires pour rendre la Riviere de *la Ruë* près de *Condat* en *Auvergne*, capable de floter des Mats de navire, le tout inventé par M. *Bourgeois* de *Lyon*. On y a trouvé beaucoup de nouveauté, d'eſprit, & de ſolidité, & l'Academie n'a crû y pouvoir ajoûter que quelques avis, dont il a paru que l'Inventeur vouloit bien profiter.

IV.

Un Niveau de M. *Verjus*, qui peut ſervir après avoir été rectifié, mais qui eſt difficile à rectifier à cauſe de ſa compoſition.

---

# ELOGE
# DE M. LE MARQUIS DE L'HOPITAL.

GUILLAUME FRANÇOIS DE L'HÔPITAL, Chevalier, Marquis de *Sainte Meſme*, Comte d'*Entremont*, Seigneur d'*Ouques*, *la Chaiſe*, *le Bréau*, & autres Lieux, nâquit en 1661. d'*Anne de l'Hôpital* Lieutenant Général des Armées du Roi, premier Ecuyer de feu S. A. R. Monſieur *Gaſton* Duc d'*Orleans*, & d'*Eliſabeth Gobelin* fille de *Claude Gobelin* Intendant des Armées du Roi, & Conſeiller d'Etat Ordinaire.

La Maiſon de l'*Hôpital* a eu deux Branches, l'aînée dont étoit M. le Marquis de l'*Hôpital* a joint au nom de l'*Hôpital* celui de *Sainte Meſme*, & la cadette qui eſt préſentement éteinte a produit deux Maréchaux de *France*, & les Ducs de *Vitri*. Toutes deux avoient pour tige commune *Adrien de l'Hôpital*, Chambellan du Roi *Charles VIII*, Capitaine de Cent hommes d'armes, & Lieutenant Général en *Bretagne*, qui commanda l'avant-garde de l'Armée Royale à la Bataille de *S. Aubin* en 1488.

M.

M. le Marquis de l'*Hôpital*, que l'Academie des Sciences a perdu, étant encore enfant, eut un Précepteur, qui voulut apprendre les Mathematiques dans les heures de loiſir que ſon emploi lui laiſſoit. Le jeune Ecolier qui avoit peu de goût, & même, à ce qu'il paroiſſoit, peu de diſpoſition pour le *Latin*, eut à peine apperçu dans des Elemens de Géometrie des Cercles & des Triangles, que l'inclination naturelle, qui annonce preſque toûjours les grands talents, ſe déclara; il ſe mit à étudier avec paſſion ce qui auroit épouvanté tout autre que lui à la premiere vûe. Il eut enſuite un autre Précepteur, qui fut obligé par ſon exemple à ſe mettre dans la Géometrie, mais quoiqu'il fût homme d'eſprit & appliqué, ſon Eleve le laiſſoit toûjours bien loin derriere lui. Ce que l'on n'obtient que par le travail n'égale point les faveurs gratuites de la nature.

Un jour M. le Marquis de l'*Hôpital* n'ayant encore que 15 ans, ſe trouva chez M. le Duc de *Roannez*, où d'habiles Géometres, & entre autres M. *Arnaud*, parlerent d'un Problême de M. *Paſchal* ſur la Roulette, qui paroiſſoit fort difficile. Le jeune Mathematicien dît qu'il ne deſeſperoit pas de le pouvoir reſoudre. A peine trouva-t-on que cette préſomption & cette temerité puſſent être pardonnées à ſon âge. Cependant peu de jours après il leur envoya le Problême reſolu.

Il entra dans le ſervice, mais ſans renoncer à ſa plus chere paſſion. Il étudioit la Géometrie juſque dans ſa Tente, & ce n'étoit pas ſeulement pour étudier qu'il s'y retiroit, c'étoit auſſi pour cacher ſon application à l'étude. Car il faut avouer que la Nation *Françoiſe* auſſi po-

lie qu'aucune autre Nation, eſt encore dans cette eſpece de barbarie, qu'elle doute ſi les Sciences pouſſées à une certaine perfection ne dérogent point, & s'il n'eſt point plus noble de ne rien ſavoir. Il eut ſi bien l'art de renfermer ſes talents, & d'être ignorant par bienſéance, que tant qu'il fut dans le métier de la guerre, les gens les plus pénétrants ſur les défauts d'autrui ne le ſoupçonnerent jamais d'être un grand Géometre, & j'ai vû moi-même quelques-uns de ceux qui avoient ſervi en même temps, fort étonnez de ce qu'un homme qui avoit vêcu comme eux, & avec eux, ſe trouvoit être un des premiers Mathematiciens de l'*Europe*.

Il fut Capitaine de Cavalerie dans le Regiment Colonel général, mais la foibleſſe de ſa vûe qui étoit ſi courte qu'il ne voyoit pas à dix pas, lui cauſant dans le ſervice des inconveniens perpetuels, qu'il avoit long-temps, & inutilement tâché de ſurmonter, il fut enfin obligé de ſe rendre, & de quitter un métier où il pouvoit eſperer d'égaler ſes Ancêtres.

Dès que la guerre ne le partagea plus, les Mathematiques en profiterent. Il jugea par le Livre *de la Recherche de la Verité* que ſon Auteur devoit être un excellent Guide dans les Sciences, il prit ſes conſeils, s'en ſervit utilement, & ſe lia avec lui d'une amitié qui a duré juſqu'à la mort. Bien-tôt ſon ſavoir vint au point de ne pouvoir plus être caché; il n'avoit que 32 ans, lorſque des Problêmes, tirez de la plus ſublime Géometrie, choiſis avec grand ſoin pour leur difficulté, & propoſez à tous les Géometres dans les *Actes de*

*Leip-*

*Leipſic*, lui arracherent ſon ſecret, & le forcerent d'avouer au Public qu'il étoit capable de les reſoudre.

Le premier fut celui-ci propoſé en 1693. par M. *Bernoulli* Profeſſeur en Mathematique à *Groningue*. *Trouver une Courbe telle que toutes ſes Tangentes terminées à l'Axe, ſoient toûjours en raiſon donnée avec les parties de l'axe interceptées entre la Courbe & ces Tangentes.* Il ne fut reſolu que par M. *Leibnits* en *Allemagne*, par M. *Bernoulli* en *Suiſſe*, frere de celui qui l'avoit propoſé, par M. *Huygens* en *Hollande*, & par M. de l'*Hôpital* en *France*.

M. *Huygens* avoue dans les *Actes de Leipſic* que la difficulté du Problême l'avoit fait d'abord reſoudre à n'y point penſer, mais qu'une Queſtion ſi nouvelle avoit troublé ſon repos malgré lui, l'avoit perſecuté ſans relâche, & qu'enfin il n'avoit pû y réſiſter. On jugera aiſément de quel genre pouvoit être en matiere de Géometrie, ce qui paroiſſoit ſi difficile à M. *Huygens*.

Tous ceux qui ſavent au moins les Nouvelles des Sciences, ont entendu parler du célébre Problême de *la plus vîte Deſcente*. M. *Bernoulli* de *Groningue* avoit demandé dans les *Actes de Leipſic*, *ſuppoſé qu'un corps peſant tombât obliquement à l'Horiſon, quelle étoit la ligne Courbe qu'il devoit décrire pour tomber le plus vîte qu'il fût poſſible*? Car, comme il a été dit dans l'Hiſtoire de l'Academie des Sciences de 1699 *, ce Paradoxe aſſez étonnant étoit démontré, Que la ligne droite quoique la plus courte de toutes les lignes qui pouvoient être tirées entre

* Pag. 84.

tre les deux points donnez, n'étoit point le chemin que le Corps devoit tenir pour tomber en moins de temps. Il étoit certain d'ailleurs que la Courbe en queſtion n'étoit point un Cercle, comme *Galilée* l'avoit crû, & la mépriſe d'un ſi grand homme peut ſervir à faire ſentir la difficulté du Problême. M. *Bernoulli* propoſa cette Enigme au mois de Juin 1696, & donna à tous les Mathematiciens de l'*Europe* le reſte de l'année pour y penſer. Il vit que ces ſix mois n'étoient pas ſuffiſans, il accorda encore les quatre premiers de 1697, & dans ces dix mois, il ne parut que quatre Solutions. Elles étoient de M. *Newton*, de M. *Leibnits*, de M. *Bernoulli* de *Bâle*, & de M. le M. de l'*Hôpital*. L'*Angleterre*, l'*Allemagne*, la *Suiſſe*, & la *France* fournirent chacune un Géometre pour ce Problême.

On retrouve ces mêmes noms à la tête de quelques ſolutions ſemblables dans les *Actes de Leipſic*, & ils y ſemblent être en poſſeſſion des connoiſſances les plus rares, & les plus élevées.

On a même rapporté dans l'Hiſt. de 1700.* un Problême propoſé, comme preſque tous les autres, par M. *Bernoulli* de *Groningue*, & qui n'a été reſolu que par M. de l'*Hôpital*. Il s'agiſſoit de *Trouver dans un plan vertical une Courbe telle qu'un Corps qui la décriroit, deſcendant librement, & par ſon propre poids, la preſſât toûjours dans chacun de ſes points avec une force égale à ſa peſanteur abſolue*. On a tâché de faire ſentir alors les differens embarras de ce Problême, c'eſt-à-dire ſa beauté. Les Géometres d'au-

* Pag. 109.

d'aujourd'hui ne ſont pas aiſez à contenter ſur les difficultez, & ce qui a fait ſortir *Archimede* du Bain pour crier par les rues de *Syracuſe*, *Je l'ai trouvé*, ne ſeroit pas pour eux une découverte bien glorieuſe.

L'Hiſt. de l'Academie de 1699* a parlé encore d'une Solution de M. le Marquis de l'*Hôpital*, où peu d'autres auroient pû atteindre: M. *Newton* dans ſon excellent Livre des *Principes Mathematiques de la Philoſophie naturelle* a donné la *figure du Solide qui fendroit l'eau, ou tout autre liquide avec le moins de difficulté qu'il fut poſſible.* Mais il n'a point laiſſé voir par quel art ni par quelle route il eſt arrivé à déterminer cette figure. Son ſecret lui a paru digne d'être caché au Public. M. *Fatio*, Géometre fameux, ſe piqua de le découvrir, & il en envoya à M. de l'*Hôpital* une Analyſe imprimée. Elle contenoit 5 grandes pages in 4° preſque toutes de calcul. M. de l'*Hôpital* effrayé de la longueur & pareſſeux d'une maniere nouvelle, crut qu'il auroit plûtôt fait de chercher lui-même cette ſolution. Il l'eut effectivement trouvée au bout de deux jours, & elle étoit ſimple & naturelle. C'étoit-là un de ſes grands talens. Il n'alloit pas ſeulement à la Verité, quelque cachée qu'elle fût, il y alloit par le chemin le plus court. Une eſpece de fatalité veut qu'en tout genre les methodes où les idées les plus naturelles, ne ſoient pas celles qui ſe préſentent le plus naturellement. On ſe met preſque toûjours en trop grands frais pour les recherches qu'on a entrepriſes, & il y a peu de genies, heureuſement avares, qui n'y

* Pag. 117.

n'y faſſent que la dépenſe abſolument neceſſaire. Ce n'eſt pas qu'il ne faille de la richeſſe & de l'abondance pour fournir aux dépenſes inutiles, mais il y a plus d'art à les éviter, & même plus de veritable richeſſe.

Il ſeroit trop long de rapporter ici tous les Chef-d'œuvres de Géometrie dont M. de l'*Hôpital*, & le petit nombre de ſes pareils ont embelli les Journaux ou d'*Allemagne*, ou de *France*. On ſoupçonnera ſans doute que pour entrer dans ces Queſtions qui leur étoient reſervées, ils devoient avoir, outre leur genie naturel, quelque Clé particuliere, qui ne fût qu'entre leurs mains. Ils en avoient une en effet, & c'étoit la Géometrie des Infiniment petits, ou du Calcul Differentiel, inventée par M. *Leibnits*, & en même temps auſſi par M. *Newton*, & toûjours enſuite perfectionnée & par eux, & par M^rs *Bernoulli*, & par M. de l'*Hôpital*.

L'illuſtre M. *Huygens* qui n'étoit point l'inventeur du Calcul differentiel, comme M. *Leibnits*, qui ne l'avoit point employé dans toutes ſes études géometriques, comme M. de l'*Hôpital*, & M^rs *Bernoulli*, qui étoit parvenu ſans ce ſecours à des Théories très-élevées, & s'étoit fait une réputation des plus brillantes, qui pouvoit, à la maniere des autres hommes, & peut-être plus legitimement, mépriſer ce qu'il ne connoiſſoit point, & traiter d'inutile ce qui ne lui avoit pas été neceſſaire pour ſes grands Ouvrages, avoit jugé cependant & par le merite de ceux qui employoient cette Methode, & par les miracles qu'il en voyoit ſortir, qu'elle étoit digne qu'il l'étudiât; il avoit été aſſez grand homme pour avouer

qu'il

qu'il pouvoit encore apprendre quelque choſe en Géometrie, il s'étoit adreſſé à M. de l'*Hôpital* qui avoit preſque la moitié moins d'âge que lui, pour s'inſtruire du Calcul differentiel, & ſans doute ce trait de la Vie de M. de l'*Hôpital* eſt encore plus glorieux à M. *Huygens* qu'à lui.

Ce n'eſt pas que M. *Huygens* ne connût déja par lui-même le Pays de l'Infini, où l'on eſt conduit à chaque moment par le Calcul differentiel, il avoit été obligé de pénétrer juſque-là dans quelques unes de ſes plus ſubtiles recherches, ſur tout dans celles qu'il avoit faites pour l'invention immortelle de la Pendule; car la fine Géometrie ne peut aller loin ſans percer dans l'Infini. Mais il y a bien de la difference entre ſavoir en général la Carte d'un Pays, ou en connoître en particulier toutes les routes, & juſqu'à ces petits ſentiers, qui épargnent tant de peine aux Voyageurs.

M. *Huygens* étoit alors en *Hollande*, où il s'étoit retiré après avoir quitté *Paris*, & l'Academie des Sciences, dont il étoit un des principaux ornemens. Il paroît par beaucoup de Lettres de lui qu'on a trouvées dans les papiers de M. de l'*Hôpital*, & ſur tout par celles qui ſont des années 1692 & 1693, qu'il conſultoit à M. de l'*Hôpital* ſes difficultez ſur le Calcul differentiel, que quand quelque choſe l'arrêtoit, il ne s'en prenoit pas à la Methode, mais à ce qu'il ne la poſſedoit pas aſſez, *qu'il voyoit avec ſurpriſe & avec admiration l'étendue & la fecondité de cet Art, que de quelque côté qu'il tournât ſa vûe, il en découvroit de nouveaux uſa-*

*uſages, qu'enfin*, ce ſont ſes termes, *il y concevoit un progrès & une ſpeculation infinie.* Il a même déclaré publiquement dans les *Actes de Leipſic*, que ſans une *Equation differentielle* il ne ſeroit pas venu à bout de trouver la Courbe dont les Tangentes, & les parties de l'axe ſont toûjours en raiſon donnée. *Et même*, ajoûte-t-il dans les mêmes Actes, *il faut remarquer dans ce Problême une Analyſe nouvelle & ſinguliere qui ouvre le chemin à quantité de choſes ſur la Theorie des Tangentes, comme l'a très-bien obſervé l'illuſtre inventeur d'un Calcul, ſans lequel nous aurions bien de la peine à être admis dans une ſi profonde Géometrie.* Il écrivit en même temps à M. de l'*Hôpital* qu'il devoit à ſes *enſeignemens* cette Equation differentielle qui lui avoit donné le dénouement du Problême.

Juſque-là, la Géometrie des Infiniment petits n'étoit encore qu'une eſpece de Myſtere, &, pour ainſi dire, une Science Cabaliſtique renfermée entre cinq, ou ſix perſonnes. Souvent on donnoit dans les Journaux les Solutions ſans laiſſer paroître la Methode qui les avoit produites, & lors même qu'on la découvroit, ce n'étoient que quelques foibles rayons de cette Science qui s'échapoient, & les nuages ſe refermoient auſſi-tôt. Le Public, ou, pour mieux dire, le petit nombre de ceux qui aſpiroient à la haute Géometrie, étoient frapez d'une admiration inutile qui ne les éclairoit point, & l'on trouvoit moyen de s'attirer leurs applaudiſſemens, en retenant l'inſtruction dont on auroit dû les payer.

M. de l'*Hôpital* reſolut de communiquer ſans re-

reſerve les treſors cachez de la nouvelle Géometrie, & il le fit dans le fameux Livre de l'*Analyſe des Infiniment petits*, qu'il publia en 1696. Là, furent dévoilez tous les ſecrets de l'Infini Géometrique, & de l'Infini de l'Infini, en un mot, de tous ces differens ordres d'Infinis, qui s'élevent les uns au deſſus des autres, & forment l'Edifice le plus étonnant & le plus hardi que l'Eſprit humain ait jamais oſé imaginer.

Comme il y a des rapports déterminez entre les grandeurs finies, qui ſont l'unique objet des recherches Mathematiques, & les grandeurs de ces differens ordres d'Infinis, on parvient par la voie de l'infini à des connoiſſances ſur le fini, où ne pourroit jamais atteindre toute autre Methode, qui n'auroit pas l'audace, & en même temps l'adreſſe de manier l'infini. Le Livre des Infiniment petits fut donc tout brillant de veritez inconnues à la Géometrie ancienne, & non ſeulement inconnues, mais ſouvent inacceſſibles à cette Géometrie. Les anciennes veritez s'y trouvoient comme perdues dans la foule des nouvelles, & la facilité avec laquelle on les voyoit naître faiſoit regreter les efforts, qu'elles avoient autrefois coûtez à leurs inventeurs. Des Démonſtrations qui par d'autres Methodes auroient demandé un circuit immenſe, en cas qu'elles euſſent été poſſibles, ou qui même entre les mains d'un autre Géometre inſtruit de la même methode, auroient encore été longues & embarraſſées, étoient d'une ſimplicité & d'une brieveté, qui les rendoient preſque ſuſpectes.

Tel eſt l'effet des Methodes générales, quand on a une fois ſû les découvrir. On eſt à la

ſource, & on n'a plus qu'à ſe laiſſer aller au cours paiſible des conſéquences. Une ſeule Regle du Livre de M. de l'*Hôpital* donne les Tangentes de toutes les Courbes imaginables, une autre, toutes les plus grandes, ou plus petites Appliquées, ou tous les points d'Inflexion, & de Rebrouſſement, ou toutes les Dévelopées, ou toute la Catoptrique à la fois, ou toute la Dioptrique; des Traitez entiers faits par de grands Auteurs ſe reduiſent quelquefois à quelques Corollaires, que l'on rencontre en chemin, & qu'on diſtingue à peine dans la multitude; tout ſe rapporte à des eſpeces de Syſtêmes que M. de l'*Hôpital* a commencé à mettre dans la Géometrie, & qui vont y répandre un nouveau jour

Il y a, ſur tout en Mathematique, plus de bons Livres, qu'il n'y en a de bien faits, c'eſt-à-dire qu'on en voit aſſez qui peuvent inſtruire, & peu qui inſtruiſent avec une certaine methode, &, pour ainſi dire, avec un certain agrément. C'eſt bien aſſez d'avoir une bonne matiere entre les mains, on ſe neglige ſur la forme. M. de l'*Hôpital* a donné un Livre auſſi bien fait que bon, il a eu l'art de ne faire d'une infinité de choſes qu'un aſſez petit Volume, il y a mis cette brieveté & cette netteté ſi délicieuſes pour l'eſprit, l'ordre & la préciſion des idées l'ont preſque diſpenſé d'employer des paroles, il n'a voulu que faire penſer, plus ſoigneux d'exciter les découvertes d'autrui, que jaloux d'étaler les ſiennes.

Auſſi cet Ouvrage a-t-il été reçû avec un applaudiſſement univerſel, car l'applaudiſſement eſt univerſel, quand on peut très-facilement comp-

compter dans toute l'*Europe* les ſuffrages qui manquent, & il doit toûjours en manquer quelques-uns aux choſes nouvelles, & originales, ſur tout quand elles demandent à être bien entendues. Ceux qui remarquent les évenemens de l'Hiſtoire des Sciences, ſavent avec quelle avidité l'Analyſe des Infiniment petits a été ſaiſie par tous les Géometres naiſſans, à qui l'ancienne & la nouvelle methode ſont indifferentes, & qui n'ont d'autre interêt que celui d'être inſtruits. Comme le deſſein de l'Auteur avoit été principalement de faire des Mathematiciens, & de jetter dans les eſprits les ſemences de la haute Géometrie, il a eu le plaiſir de voir qu'elles y fructifioient tous les jours, & que des Problêmes reſervez autrefois à ceux qui avoient vieilli dans les épines des Mathematiques, devenoient des coups d'eſſai de jeunes gens. Apparemment la revolution deviendra encore plus grande, & il ſe ſeroit trouvé avec le temps autant de Diſciples qu'il y eût eû de Mathematiciens.

Après avoir vû l'utilité dont étoit ſon Livre des Infiniment petits, il s'étoit engagé dans un autre travail auſſi propre à faire des Géometres. Il embraſſoit dans ce deſſein les Sections Coniques, les Lieux géometriques, la Conſtruction des Equations, & une Théorie des Courbes Mechaniques. C'étoit proprement le plan de la Géometrie de M. *Deſcartes*, mais plus étendu, & plus complet. Il ne prétendoit pas que cet Ouvrage fût auſſi original, ni auſſi ſublime que le premier ; il auroit pû tourner ſes recherches du côté du Calcul Integral, qui ſuit & qui ſuppoſe le Differen

rentiel, qui a de plus grandes difficultez, & juſqu'à preſent inſurmontables, & qui par là occupe aujourd'hui les plus grands Géometres, & eſt devenu l'objet de leur ambition, mais il avoit préferé une entrepriſe dont le Public devoit tirer une inſtruction plus générale, & plus neceſſaire, & le Zele de la Géometrie l'avoit emporté ſur l'interêt de ſa gloire. Cependant je ſuis témoin qu'il ne pouvoit s'empêcher de regretter le Calcul Integral.

Cet Ouvrage étoit preſque fini, lors qu'au commencement de 1704. il fût attaqué d'une Fiévre qui ne paroiſſoit d'abord aucunement dangereuſe, mais comme on vit qu'elle réſiſtoit à tous les differens remedes qu'on employoit, on commença à craindre, & le Malade n'attendit pas un plus grand peril pour ſonger à la mort. Il s'y diſpoſa d'une maniere très-édificante, & enfin il tomba dans une Apoplexie dont il mourut le lendemain 2 Février, âgé de 43 ans.

Quelques uns ont attribué ſa mort aux excès qu'il avoit faits dans les Mathematiques, &, ce qui pourroit le confirmer, j'ai ſû de lui-même que ſouvent des matinées qu'il avoit deſtinées à cette étude étoient devenues des journées entieres ſans qu'il s'en apperçût. Il avoit voulu y renoncer par le ſoin de ſa ſanté, mais il n'avoit jamais pû ſoûtenir cette privation plus de 4 jours. De plus, il ſera aſſez naturel de croire qu'il avoit dû faire de grands efforts d'eſprit, quand on ſongera à quel point il étoit parvenu à l'âge de 43 ans, & combien de temps dans une vie ſi courte

avoit

avoit été perdu pour les Mathematiques. Il avoit ſervi, il étoit d'une naiſſance qui l'engageoit à un grand nombre de devoirs, il avoit une Famille, des ſoins domeſtiques, un bien très-conſiderable à conduire, & par conſéquent beaucoup d'affaires, il étoit dans le commerce du monde, & il y vivoit à peu près comme ceux dont cette occupation oiſive eſt la ſeule occupation, il n'étoit pas même ennemi des plaiſirs, voilà bien des diſtractions, & quelque rare talent qu'on lui ſuppoſe pour les Mathematiques, il eſt impoſſible qu'une prodigieuſe application n'ait ſuppléé au peu de temps. Cependant il n'a jamais paru que l'étude ait alteré ſa ſanté, il avoit l'air de la meilleure & de la plus ferme conſtitution qu'on puiſſe deſirer. Il n'étoit nullement ſombre, ni réveur, au contraire, aſſez porté à la joie, & il ſembloit n'avoir payé par rien ce grand genie mathematique.

On ſentoit dans ſes diſcours les plus ordinaires la juſteſſe, la ſolidité, en un mot, la Géometrie de ſon eſprit; il étoit d'un commerce facile, & d'une probité parfaite, ouvert & ſincere, convenant de ce qu'il étoit parce qu'il l'étoit, & n'en tirant nul avantage, veritable modeſtie d'un grand homme, prompt à déclarer qu'il ignoroit, & à recevoir des inſtructions, même en matiere de Géometrie, s'il lui étoit poſſible d'en recevoir, nullement jaloux, non par la connoiſſance de ſa ſuperiorité, mais par équité naturelle, car ſans cette équité, ceux qui ſe croyent & qui ſont même les plus ſuperieurs aux autres, ſont encore jaloux.

Il

Il avoit épouſé *Marie Charlotte de Romilley de la Cheſnelaye*, Demoiſelle d'une ancienne nobleſſe de *Bretagne*, & dont il a eu de grands biens. Leur union a été juſqu'au point qu'il lui a fait part de ſon genie pour les Mathematiques. Il en a laiſſé un fils, & trois filles.

Sa place d'Academicien Honoraire a été remplie par M. le Marquis de *Dangeau*, Gouverneur de *Touraine*, Conſeiller d'Etat ordinaire, & Grand Maître des Ordres Royaux & Militaires de *Nôtre Dame du Mont Carmel*, & de *S. Lazare de Jeruſalem*, Chevalier des Ordres du Roi, Chevalier d'honneur de Madame la Ducheſſe de *Bourgogne*, l'un des Quarante de l'Academie Françoiſe.

F I N.

# MEMOIRES
## DE
## MATHEMATIQUE
## ET
## DE PHYSIQUE,

*TIREZ DES REGISTRES*
*de l'Academie Royale des Sciences,*

De l'Année MDCCIV.

# OBSERVATION

*De la quantité d'eau de pluye qui eſt tombée à l'Obſervatoire, avec les hauteurs du Thermometre & du Barometre pendant l'année* 1703.

Par M. DE LA HIRE.

* LORSQUE j'entrepris de faire des obſervations exactes ſur la quantité d'eau de pluie qui tomboit à l'Obſervatoire pendant le cours d'une année, je n'avois point d'autre vûe que d'en tirer quelques connoiſſances

ces pour l'origine des Fontaines, ſurquoi j'ai fait pluſieurs remarques, & dont j'ai tiré une utilité très-conſiderable pour la conſtruction des Citernes, comme je l'ai rapporté dans le Memoire que j'ai lû à l'Aſſemblée publique de l'Academie le 18 Avril 1703. Mais comme on eſt perſuadé par la plus grande partie des obſervations qu'il ne pleut ordinairement que lorſque l'air devient plus leger, ce qu'on connoît par la deſcente du mercure dans le tuyau du Barometre, j'ai crû que je devois joindre aux obſervations de la pluie, celles du Barometre, & rapporter en même temps les hauteurs du Thermometre, pour connoître quel a été le degré de chaleur ou de froid lorſque la pluie a été plus ou moins abondante. J'ai comparé ces hauteurs differentes du Thermometre, à celles où il demeure toûjours dans le fond des Carrieres de l'Obſervatoire, laquelle je conſidere comme la chaleur moyenne & l'état moyen du Thermometre rempli d'eſprit de vin dont je me ſers, & cette hauteur eſt de 48 degrez.

Voici la quantité d'eau de pluie qui eſt tombée à l'Obſervatoire pendant chaque mois de l'année 1703, laquelle eſt meſurée par la hauteur qu'elle auroit, ſi rien ne s'étoit diſſipé ou évaporé. J'ai déja rapporté dans d'autres Memoires ſemblables à celui-ci, la maniere dont je fais ces obſervations; c'eſt-pourquoi je ne le repeterai pas ici. Et quoique ces obſervations ayent été faites jour par jour, j'ai crû qu'il ſuffiroit d'en donner le réſultat de chaque mois, avec quelques remarques à ce ſujet, & principalement des vents qui ont regné.

En Janvier la hauteur de l'eau de pluie a été de

de 9 lignes $\frac{1}{2}$, qui eſt preſque toute tombée vers le commencement du mois, avec un vent du côté de l'Oueſt, tirant tantôt au Sud & tantôt au Nord. Dans la fin du mois le vent a preſque toûjours été du côté du Nord & ſans pluie.

En Fevrier il y a eu 14 lignes & $\frac{3}{4}$ d'eau. Le vent a été aſſez inconſtant, mais la plus grande partie du mois il a été vers le Sud.

En Mars il n'a plû que 4 lignes, quoique le vent ait preſque toûjours été vers l'Oueſt entre le Nord & le Sud.

En Avril il eſt tombé 16 lignes & $\frac{1}{4}$ d'eau diſtribuée aſſez également dans tout le mois, le vent étant preſque toûjours au Sud en tirant vers l'Oueſt, & rarement vers le Nord.

En Mai j'ai trouvé 34 lignes $\frac{1}{2}$ d'eau. Le vent dominant a été l'Oueſt, qui s'eſt tourné quelquefois au Sud, mais le plus ſouvent au Nord.

En Juin il n'eſt tombé que 23 lignes d'eau, le vent étant preſque toûjours à l'Oueſt.

En Juillet il a plu 28 lignes $\frac{1}{4}$, qui ſont tombées au commencement, au milieu & à la fin du mois. Dans le temps de pluie le vent étoit preſque toûjours à l'Oueſt tirant au Sud & au Nord, & dans les intervalles il a été aſſez ſouvent au Nord & un peu à l'Eſt.

En Août la pluie a fourni 23 lignes $\frac{1}{2}$, dont il en eſt tombé 13 lignes $\frac{1}{2}$ le 12 du mois, avec un peu d'orage au commencement, le vent étant Eſt Sud-Eſt. Le vent a preſque toûjours été au Nord, & tirant quelquefois à l'Eſt & à l'Oueſt.

En Septembre toute la hauteur de l'eau de la pluie eſt montée à 20 lignes $\frac{1}{4}$, qui a été diſtribuée dans tout le mois. Le vent dominant a été le Sud-Oueſt.

En Octobre j'ai recueilli 17 lignes d'eau, qui eſt tombée en petite quantité à chaque fois pendant le cours du mois. Le vent a preſque toûjours été à l'Oueſt tirant au Sud, & rarement au Nord & à l'Eſt.

En Novembre je n'ai ramaſſé que 13 lignes d'eau, qui eſt tombée au commencement & vers la fin du mois avec un vent de Sud. Depuis le 4 du mois juſqu'au 19 il n'a point plu, le vent étant toûjours à l'Eſt, & quelquefois au Nord.

En Decembre il n'eſt tombé que 3 lignes & $\frac{3}{4}$ d'eau, mais il y a eu beaucoup de brouillards. Dans les deux tiers du mois vers la fin il n'a point plu, quoique le vent ait été aſſez ſouvent vers l'Oueſt, hormis dans les derniers jours où il étoit aux environs de l'Eſt.

La ſomme de l'eau de la pluie de toute l'année a été de 208 lignes $\frac{1}{4}$, ou bien 17 pouces 4 lignes $\frac{1}{4}$, ce qui eſt un peu moins qu'à l'ordinaire qui eſt de 19 pouces; enſorte que l'on peut dire que cette année eſt une des plus ſeches de ces pays-ci.

Les quatre mois de Mai, Juin, Juillet & Août ont plus donné d'eau que les huit autres enſemble, ce qui arrive ordinairement, quoiqu'il n'ait pas fait d'orages conſiderables.

Le peu de neige qui eſt tombée dans le commencement de cette année, ne merite pas qu'on y ait quelque égard. On voit par-là que ce n'eſt pas la grande quantité de neige qui rend la terre plus fertile, comme on le croit communément, puiſque cette année a donné beaucoup de grains & de fruits. Il eſt vrai que la neige demeurant long-temps ſur la ſurface de la terre, y peut retenir les ſels qui s'en élevent conti-

tinuellement, & qui rentrant dans la terre lorſque la neige ſe fond, peuvent la rendre plus fertile; mais auſſi il peut y avoir des pluies qui feront le même effet, ſi elles ſe trouvent impregnées des mêmes ſels.

Le froid n'a pas été conſiderable dans tout le mois de Janvier & de Fevrier, où il eſt ordinairement le plus grand, puiſque mon Thermometre n'eſt pas deſcendu juſqu'à 26 dégrez; & j'ai remarqué qu'il ne commence à geler que quand ce Thermometre eſt à 32 degrez; d'où l'on peut voir auſſi qu'il n'y a pas eu de gelée conſiderable. Dans les derniers mois de cette année le froid n'a pas été ſi grand qu'au commencement.

Si le froid n'a pas été conſiderable pendant toute cette année, la chaleur n'a été auſſi que mediocre & de peu de durée; & je trouve que les jours les plus chauds ont été le 27 Mai, les derniers jours de Juillet & les premiers d'Août, où le Thermometre étoit vers 60 degrez. Le jour le plus chaud a été le 12 Août, où le Thermometre eſt monté à 64 degrez. Ces obſervations ſont toûjours faites vers le lever du Soleil, qui eſt le temps où l'air eſt le plus froid; & entre deux & trois heures après midi, la chaleur eſt la plus grande de la journée. Pendant l'Eté j'ai remarqué qu'entre deux & trois heures après midi, le Thermometre s'éleve de 10 ou 12 degrez plus qu'il n'eſt le matin au lever du Soleil, quoique ce Thermometre ſoit toûjours à l'ombre.

Le 28 jour d'Avril le Thermometre ayant été le matin à 42 degrez, & le Barometre à 27 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$, il y eut un orage & un tonnerre aſſez fort; & l'on m'a dit que vers

*Villeneuve S. Georges* il étoit tombé ſur la terre une très-grande flamme qui avoit épouvanté ceux qui étoient aux environs, & qui n'avoit fait aucun mal à ceux qui étoient à l'endroit où elle tomba.

Pour le Barometre il a été au plus haut le 10 Decembre au ſoir à 28 pouces 4 lignes & $\frac{1}{8}$ à la hauteur de la grande ſalle de l'Obſervatoire, & dans tout le mois de Decembre le Barometre s'eſt toûjours maintenu très-haut; auſſi il n'a plu que 3 lignes $\frac{1}{4}$, & c'eſt ce qui confirme ce qu'on remarque ordinairement qu'il ne pleut que très-rarement quand le Barometre eſt plus élevé que ſon état moyen. Il eſt auſſi arrivé à peu près la même choſe dans le mois de Mars, où il n'a plu que 4 lignes: mais le Barometre n'a pas été tout à fait ſi haut que dans le mois de Decembre.

Le 3 Janvier le Barometre étoit au plus bas de l'année à 26 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$ avec un peu de pluie, & ſans orage comme il arrive aſſez ſouvent quand il eſt fort bas. Ainſi la difference entre la plus grande & la moindre hauteur du Barometre, a été cette année de 1 pouce 9 lignes $\frac{1}{2}$, qui eſt un peu plus que l'ordinaire qui ne va qu'à 1 pouce 6 lignes.

J'ai obſervé le 18 Decembre la declinaiſon de l'aiguille aimantée de 9° 6′ du Nord vers l'Oueſt avec une aiguille de 8 pouces de longueur. Cette aiguille eſt très-bien faite, & elle eſt renfermée dans une boete de bois de figure quarrée; & pour faire l'obſervation je place toûjours le côté de cette boete au même endroit d'un pilier de la terraſſe baſſe de l'Obſervatoire, dont je ſuis aſſuré de ſa poſition dans la ligne meridienne, par des obſerva-

vations très-exactes du passage du centre du Soleil dans le meridien.

# OBSERVATION

## *De l'Eclipse de Lune du 23 Decembre 1703 à l'Observatoire.*

Par M. DE LA HIRE.

* LE Ciel a été entierement couvert pendant la durée de cette Eclipse, hormis à $5^h\ 3'\ 22''$ que la Lune parut assez claire entre des nuages, & j'observai avec le Micrometre que la partie éclairée du diamêtre de la Lune étoit de $17'\ 30''$, & par la grandeur du diametre de la Lune à la hauteur où elle étoit, l'Eclipse auroit dû être alors de 4 doits 56 minutes: mais à la vûe simple elle ne paroissoit que de 4 doits. L'ombre de la terre sur le disque de la Lune ne paroissoit pas aussi bien terminée qu'on la voit ordinairement; c'est-pourquoi on ne doit pas trop s'assurer sur cette observation qui n'a été faite que fort à la hâte: car les nuages couvrirent aussi-tôt la Lune qui ne parut plus ensuite.

* 9. Janvier 1704.

# OBSERVATION SUR UNE HYDROPISIE DE CERVEAU.

Par M. DU VERNEY le jeune.

* AU mois de Mai de l'année 1701 je fus appellé pour voir une jeune Demoiselle qui n'avoit qu'environ quatre à cinq ans. Elle étoit tombée depuis quelque temps dans une langueur cauſée par une fievre lente qui la minoit peu à peu, & qui ne parut d'abord qu'un rhume.

Le poulx de la malade batoit tantôt vîte, & tantôt lentement: de plus il étoit intermittent; & enfin il s'y faiſoit de temps en temps une eſpece de ſuſpenſion: ce qui fit craindre qu'elle n'eût un polype dans le cœur. Cependant la reſpiration ne laiſſoit pas d'être libre, malgré le rhume qui avoit toûjours continué & qui étoit devenu très-grand.

Elle avoit le ſommeil aſſez bon: mais les quinze derniers jours de ſa maladie elle tomba dans un très-grand abattement & une grande peſanteur de tête, malgré l'uſage des remedes ſpiritueux & évacuatifs qu'on lui donnoit. Environ huit jours avant ſon decès, la bouche lui devint mouſſeuſe, & le poulx toûjours vîte & très-preſſé. J'ai obſervé la même choſe en

* 19. Janvier 1704.

en pluſieurs perſonnes attaquées de la même maladie, où l'on croyoit cependant que le cerveau n'étoit nullement intereſſé.

Les trois derniers jours il ſurvint à la malade une bourſouflure qui commença à la joue droite: elle ſe répandit enſuite peu à peu tout autour du corps, & deſcendit juſqu'aux aînes, enſorte que les bras, les jambes & les cuiſſes n'en étoient point attaquez. On voyoit augmenter cette bourſouflure par ondes; & dans les endroits où on la preſſoit, on ſentoit ſous les doigts comme de l'air s'échaper & faire une eſpece de crepitation. Enfin cette jeune Demoiſelle mourut le 26 Juin de la même année 1701. Le lendemain j'en fis l'ouverture. Je commençai par le crane: ce qui ne diminua en rien la bourſouflure. Quoique les vaiſſeaux de la dure-mere paruſſent fort remplis, il ne s'y trouva que fort peu de ſang. Ayant ſeparé la faux & pénétré dans les ventricules, il en ſortit environ un grand verre de ſeroſité claire & tranſparente; & il y a certainement dequoi s'étonner de ce que le crane & la dure-mere ayant été levez, & la tête ayant demeuré en cet état & même panchée pendant plus de deux heures, parcequ'on attendoit des parens; il ne ſe fit durant tout ce temps-là aucun épanchement de cette liqueur.

Le lacis choroïde étoit extrémement lavé & même uſé, à peu près comme l'étoit l'épiploon, ainſi qu'on le dira dans la ſuite.

Je n'eus pas plûtôt appliqué le ſcalpel à la peau du ventre, que toute la bourſouflure dont j'ai parlé diſparut, exhalant une odeur cadavereuſe & inſupportable. Je dirai ici en paſſant, au ſujet de cette bourſouflure, qu'il eſt aſſez

étonnant que cette rarefaction qui ne gonfle & ne bouffit les animaux qu'après la mort (ce qui fait que les noyez reviennent ſur l'eau) ait ici paru dans le ſujet vivant.

L'épiploon étoit fondu tel qu'on le voit ordinairement aux aſcitiques : ce qui doit faire juger que ce n'eſt pas toûjours la preſence & l'impreſſion des eaux contenues dans le bas ventre, qui cauſe la fonte de la graiſſe de cette partie & l'alteration des autres.

Les inteſtins ſe trouverent fort remplis d'air. Le pancreas étoit pareillement fondu ; mais de telle maniere qu'il n'en reſtoit aucun veſtige : cependant toutes les glandes du meſentere étoient endurcies, & la plûpart remplies d'une matiere à peu près ſemblable à du vieux ſuif. Le foye parut aſſez beau. La ratte étoit petite & ſchirreuſe. La veſicule du fiel étoit fort remplie d'une liqueur viſqueuſe, qui avoit teint les parties voiſines d'un rouge brun. Les autres parties du bas ventre étoient dans leur diſpoſition naturelle.

Le ſternum ayant été levé, les poûmons parurent remplis d'air, grenelez & adherans du côté gauche.

Le pericarde ayant été ouvert, on apperçût une tumeur à la baſe du cœur du côté gauche ſur l'artere du poumon. Cette tumeur étoit de la groſſeur d'une noix, & dure & ſchirreuſe : ſes racines, qui étoient grenelées, paſſoient entre les vaiſſeaux, & elle venoit s'attacher à l'épine. Il ne ſe trouva rien de particulier au cœur.

OB-

# OBSERVATION

*D'une Tache qui a paru dans le Soleil au mois de Janvier 1704 à l'Obſervatoire.*

Par M. DE LA HIRE.

* CETTE Tache a paru tout d'un coup ſur le diſque apparent du Soleil, comme il arrive à toutes les Taches; car le jour précedent à celui où je l'ai découverte il n'y paroiſſoit rien, quoiqu'elle eût dû être déja aſſez avancée. Je la vis le 7 de Janvier à midi, qui paſſa au meridien $7''\frac{1}{2}$ avant le dernier bord du Soleil. Sa hauteur meridienne apparente étoit de 18° 42′ 20″, & celle du bord ſuperieur du Soleil de 19° 0′ 20″.

Le 8 je ne pus obſerver que ſa hauteur meridienne apparente, qui étoit de 18° 49′ 25″.

Le 10 ſa hauteur meridienne apparente étoit de 19° 7′ 0″. Celle du bord ſuperieur du Soleil de 19° 24′ 30″. Elle paſſa au meridien avant le dernier bord du Soleil $42''\frac{1}{2}$.

Le 11 ſa hauteur meridienne apparente étoit de 19° 16′ 0″, & celle du bord ſuperieur du Soleil de 19° 33′ 30″. Elle paſſa au meridien 13″ après le centre du Soleil.

Les jours ſuivans ayant été toûjours couverts, je n'ai pû obſerver le Soleil que le 16, où la hauteur meridienne apparente de la Tache

* 19. Janvier 1704.

che étoit de 20° 0′ 5″, & celle du bord ſuperieur du Soleil de 20° 24′ 50″. Elle paſſa au meridien 15″ ½ après le premier bord du Soleil.

Le 17 la hauteur meridienne apparente de la Tache étoit de 20° 16′ 25″, & celle du bord ſuperieur du Soleil de 20° 36′ 0″. Elle paſſa au meridien 7″ après le premier bord du Soleil.

Le 18 à 11$^{h}$ du matin j'obſervai encore la Tache proche du bord Occidental du Soleil avec une Lunette de 16 piez : car je ne pouvois pas la diſtinguer dans la Lunette du quart de cercle de 3 piez; & ayant appliqué le Micrometre à cette Lunette de 16 piez, je trouvai qu'elle n'étoit alors éloignée du bord du Soleil que de 6″ de degré.

Je ne donne point ici les figures differentes ſous leſquelles cette Tache a paru; car elle étoit petite, & elle n'étoit compoſée que de deux ou trois Taches jointes enſemble, & enveloppées dans un même nuage à l'ordinaire, avec quelques autres petites Taches qui étoient aux environs : car il me ſemble qu'on ne peut pas tirer d'utilité de ces ſortes de figures qui changent continuellement. Je remarquerai ſeulement, comme j'ai déja fait dans quelques obſervations ſemblables, qu'il me paroiſſoit diſtinctement un eſpace plus clair que le reſte du Soleil qui environnoit le nuage où les Taches obſcures étoient renfermées, ce qui pourroit avoir quelque rapport aux facules qu'on remarque quelquefois dans l'endroit du Soleil où les Taches ont diſparu.

OB-

# OBSERVATION DE DEUX TACHES DANS LE SOLEIL.

Par M. MARALDI.

* ON voit préſentement deux amas de Taches dans le Soleil, dont l'un eſt proche de ſon bord Oriental, l'autre du bord Occidental près de diſparoître. Il y a long-temps qu'on n'a point vû dans le Soleil en même temps des Taches ſi éloignées les unes des autres, car pour l'ordinaire on n'en voit qu'à un endroit.

Nous les apperçûmes le 7 de Janvier 1704 le Soleil ayant paru au travers des nuages, & nous déterminâmes le même jour, auſſi-bien que le ſuivant, leur ſituation par rapport aux cercles de la Sphere. La Tache Occidentale eſt compoſée d'un amas de pluſieurs petites Taches, qui toutes enſemble occupent dans le Soleil environ la vingt-cinquiéme partie de ſon diamêtre. Deux de ces Taches principales étoient environnées d'une nebuloſité comme ſont ordinairement les Taches du Soleil, & toute la Tache vûe avec une Lunette de 18 piez parut de la maniere qui eſt repréſentée dans la Figure I.

Il y a apparence que cette Tache s'eſt formée dans le diſque apparent du Soleil depuis peu

* Janvier 1704.

peu de jours; car le 4 de Janvier le Soleil étant clair il ne parut aucune Tache, quoique j'y fiſſe attention: je n'en apperçûs pas non-plus le 5, ayant auſſi obſervé le Soleil. Le 6 le Ciel fut couvert; cependant ſi elle eût été formée, elle auroit pû être viſible dès le 27 Decembre dernier.

La Tache qui eſt près du bord Oriental du Soleil paroît longue & étroite, & le 8 elle parut un peu plus large que le jour précedent, comme il doit arriver par raiſon d'Optique. Cette Tache vûe avec une Lunette de 18 piez paroiſſoit comme dans la II. Figure.

Ces deux Taches ſont ſituées dans la partie auſtrale du Globe du Soleil, comme toutes celles qui ont paru depuis long-temps dans cet Aſtre. L'Occidentale a une latitude auſtrale de 7 degrez, & elle eſt environ de deux degrez & demi plus Septentrionale que l'Orientale, qui eſt ſituée à 9d & demi de latitude auſtrale. Cette latitude eſt la même que celle de la Tache qui parut au mois de Novembre 1700. Lorſqu'elle ſera arrivée au milieu du Soleil, nous les comparerons enſemble pour voir ſi elle a auſſi la même longitude.

---

# SUITE DES OBSERVATIONS DES TACHES.

Par M. MARALDI.

* DE deux amas de Taches que nous avons obſervé dans le Soleil le 7 & le 8 de Janvier,

* 19. Janvier 1704.

vier, le 10 du même mois, après un jour de temps couvert, on n'en apperçût plus que celui qui étoit dans la partie Orientale : les autres Taches qui étoient dans la partie Occidentale, avec une latitude meridionale de 7 degrez étoient disparues, ayant passé de l'hémisphere apparent du Soleil à l'hémisphere superieur occulte. La Tache qui restoit dans le Soleil, de mince & longue qu'elle étoit du commencement, étoit devenue plus grande & plus ronde, s'étant approchée du milieu de son disque, ensorte que le 11 de ce mois à midi elle n'en étoit éloignée que de 9 degrez de la circonference du Soleil ; d'où nous avons calculé qu'elle a dû être au milieu de cet Astre le 12 à 5 heures du matin.

Le 16 de Janvier, après quatre jours de temps couvert, nous déterminâmes la situation de la Tache dans le Soleil comme les jours précedens, & elle s'étoit approchée de son bord Occidental. La figure de la Tache avoit un peu changé ; car de trois Taches dont elle étoit composée auparavant, on n'en voyoit plus que deux dans une situation un peu differente, enfermées dans une nebulosité, comme on voit dans la IV. Figure.

Le 17 elle paroissoit de la même longueur que les jours précedens ; mais elle étoit rétrecie comme dans la Figure V.

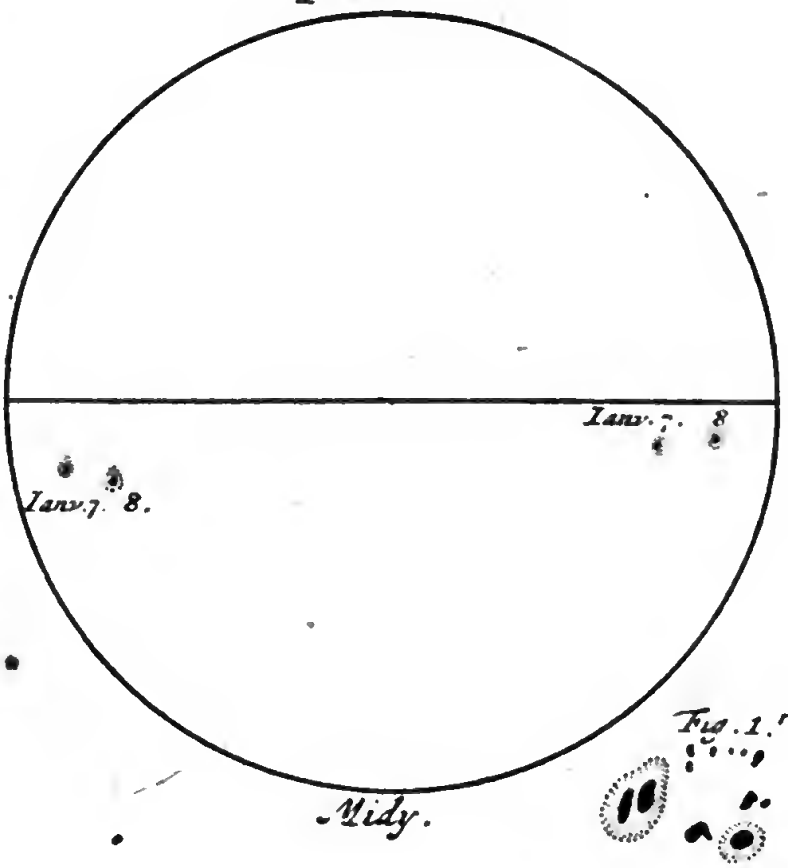
Le 18 Janvier elle paroissoit fort près du bord du Soleil, & elle s'étoit rétrecie de sorte qu'on ne la pouvoit plus voir qu'avec de grandes Lunettes, avec lesquelles elle paroissoit comme un trait obscur de la même longueur qu'auparavant ; ce qui fait connoître qu'elle n'est diminuée qu'en apparence, comme il doit arriver par raison d'Optique.

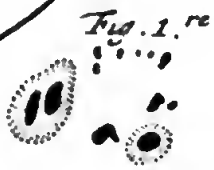
Nous

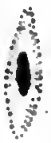
Nous avions remarqué dès les premieres obſervations que cette Tache avoit une latitude meridionale de 9 degrez & demi, ce qui a été confirmé par la ſuite des obſervations. Parmi les Taches obſervées les années précedentes, nous en trouvons pluſieurs qui avoient la même latitude meridionale que la derniere de cette année: ce ſont celles qui ont paru au mois de Novembre 1700, celle du mois de Mai de 1695, & celle du mois de Juin 1688.

M. *Caſſini* ayant comparé la Tache du mois de Mai de l'an 1688 avec pluſieurs autres qui avoient paru auparavant, trouve entre ces apparitions un nombre de révolutions de 27 jours 12$^{h}$ 20 minutes, ce qui lui fit conjecturer que c'étoit le même lieu du Soleil dans lequel ces Taches s'étoient formées. Ayant comparé le temps que la Tache de cette année eſt arrivée au milieu du Soleil avec le temps que la Tache de 1688 y arrive, & ſuppoſant la même révolution de 17 jours 12$^{h}$ 20 minutes, nous trouvons dans ces deux intervalles 194 révolutions du Soleil moins deux jours; enſorte que ſi la Tache de cette année eût été la même que celle de l'an 1688, elle n'auroit dû paſſer que deux jours plus tard au milieu du Soleil; ce qui fait connoître que ſi ces deux lieux ne ſont pas les mêmes, ils ſont au moins fort proches. Ayant fait la même comparaiſon de cette Tache avec celle du mois de Novembre de 1700, nous trouvons que celle de l'an 1700 étoit 60 degrez de la circonference du Soleil plus à l'Orient que celle de cette année.

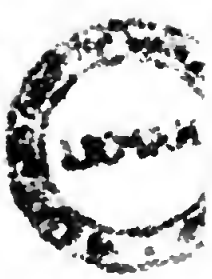
EX-






NAPOLI



# EXTRAIT DES OBSERVATIONS DE L'ECLIPSE DE LUNE

*Du 23 Decembre 1703, faites à* Dunkerque *par M.* Chazelles, *à* Montpellier *par Mrs.* de Plantade *&* Clapiers, *à* Arles *par M.* Davizard, *à* Avignon *par le R. P.* Bonfa, *& à* Marſeille *par le R. P. de* Laval *Profeſſeur d'Hydrographie.*

Par M. CASSINI le fils.

* A *Paris* le Ciel fut couvert de nuages pendant le temps de l'Eclipſe, & on ne l'apperçût entre les nuages qu'à 5h 4′ qu'elle parut éclipſée à la vûe ſimple d'environ 5 doigts.

La Lune fut couverte à *Dunkerque* de foibles nuages, qui empêcherent de déterminer le commencement de l'Eclipſe.

4 47′ 30″ A *Montpellier* commencement de l'Eclipſe.
4 55 0 A *Arles.*
4 53 48 A *Avignon* commencement de l'Eclipſe douteux.



* 23. Janvier 1704.

4 54' 30" A *Marſeille.*

7 30 Difference entre *Montpellier* & *Arles.*
6 18 Difference entre *Montpellier* & *Avignon.*
7 0 Difference entre *Montpellier* & *Marſeille.*

4 50 56 A *Montpellier* Grimaldi dans l'ombre.
57 40 A *Marſeille* Grimaldi tout dans l'ombre.

6 44 Difference entre *Montpellier* & *Marſeille.*
4 45 20 A *Dunkerque* Ariſtarque ſur le bord de l'ombre.
55 10 A *Montpellier* l'ombre touche Ariſtarque.

9 50 Difference entre *Dunkerque* & *Montpellier.*

4 47 20 A *Dunkerque* Ariſtarque dans l'ombre.
57 21 A *Montpellier* Ariſtarque eſt tout dans l'ombre.
5 1 0 A *Arles* Ariſtarque couvert.
5 0 23 A *Avignon* Ariſtarque.

10 1 Difference entre *Dunkerque* & *Montpellier.*
13 40 Entre *Dunkerque* & *Arles.*
13 3 Entre *Dunkerque* & *Avignon.*

4 58 22 A *Montpellier* Kepler au bord de l'ombre.
5 1 46 A *Marſeille* Kepler le bord à l'ombre.

3′ 24″ Difference entre *Montpellier* & *Marſeille.*

4 49 30 A *Dunkerque* Gaſſendi.
4 59 34 A *Montpellier* Gaſſendi eſt au bord de l'ombre.
5 2 36 A *Marſeille* Gaſſendi entre dans l'ombre.

10 4 Difference entre *Dunkerque* & *Montpellier.*
13 6 Entre *Dunkerque* & *Marſeille.*

5 0 23 A *Montpellier* l'ombre touche la mer des humeurs.
5 5 0 A *Arles* commencement de la mer des humeurs.
5 5 22 A *Marſeille* le bord de la mer des humeurs ſur le bord de l'ombre.

4 37 Difference entre *Montpellier* & *Arles.*
4 59 Entre *Montpellier* & *Marſeille.*

4 56 0 A *Dunkerque* Heraclides ſur le bord de l'ombre.
5 5 27 A *Montpellier* Heraclides touche l'ombre.

9 27 Difference entre *Dunkerque* & *Montpellier.*

5 6 37 A *Montpellier* le bord de Copernic.
5 10 0 A *Arles* un bord de Copernic.
5 11 35 A *Avignon* l'ombre raſe Copernic.

5 12′ 14″ A *Marſeille* Copernic entre dans l'ombre.

3 23 Difference entre *Montpellier* & *Arles*.
4 58 Entre *Montpellier* & *Avignon*.
5 37 Entre *Montpellier* & *Marſeille*.

5 8 21 A *Montpellier* le milieu de Copernic.
11 30 A *Arles* le milieu de Copernic.

3 9 Difference entre *Montpellier* & *Arles*.

5 10 46 A *Montpellier* Helicon dans l'ombre.
13 14 A *Avignon* Helicon.

2 28 Difference entre *Montpellier* & *Avignon*.

5 11 56 A *Montpellier* Eratoſthene.
16 15 A *Marſeille* Eratoſthene entre dans l'ombre.

4 19 Difference entre *Montpellier* & *Marſeille*.

5 15 14 A *Montpellier* l'ombre à Pitatus.
19 56 A *Marſeille* Pitatus ſur le bord de l'ombre.

4 42 Difference entre *Montpellier* & *Marſeille*.

5 16 24 A *Montpellier* Archimede au bord de l'ombre.
23 0 A *Marſeille* Archimede entre dans l'ombre.

6′ 36″ Difference entre *Montpellier* & *Marſeille.*

5 16 57 A *Montpellier* Platon au bord de l'ombre.
20 0 A *Arles* premier bord de Platon.
20 14 A *Avignon* l'ombre raſe Platon.

3 3 Difference entre *Montpellier* & *Arles.*
3 17 Difference entre *Montpellier* & *Avignon.*

5 18 9 A *Montpellier* Platon tout dans l'ombre.
22 0 A *Arles* Platon tout couvert.

3 51 Difference entre *Montpellier* & *Arles.*

5 10 15 A *Dunkerque* Tycho ſur le bord de l'ombre.
5 19 32 A *Montpellier* l'ombre au bord de Tycho.
5 22 30 A *Arles* commencement de Tycho.
5 25 40 A *Marſeille* Tycho ſur le bord de l'ombre.

9 17 Difference entre *Dunkerque* & *Montpellier.*
12 15 Entre *Dunkerque* & *Arles.*
15 25 Entre *Dunkerque* & *Marſeille.*

5 12 15 A *Dunkerque* le milieu de Tycho.
5 20 5 A *Montpellier* le milieu de Tycho dans l'ombre.
5 23 20 A *Arles* le milieu de Tycho.

7′ 50″ Difference entre *Dunkerque* & *Montpellier*.
11 5 Difference entre *Dunkerque* & *Arles*.

La Lune ſe couvre enſuite entierement de nuages à *Dunkerque*.

5 21 0 A *Montpellier* Tycho dans l'ombre.
25 0 A *Arles* Tycho dans l'ombre.
27 22 A *Marſeille* Tycho tout dans l'ombre.

4 0 Difference entre *Montpellier* & *Arles*.
6 22 Entre *Montpellier* & *Marſeille*.

5 22 36 A *Montpellier* le bord de la mer de ſerenité.
26 30 A *Arles* un bord de la mer de ſerenité.

3 54 Difference entre *Montpellier* & *Arles*.

5 24 1 A *Montpellier* Manilius dans l'ombre.
28 30 A *Arles* Manilius.
26 55 A *Avignon* Manilius.
29 48 A *Marſeille* Manilius tout dans l'ombre.

4 29 Difference entre *Montpellier* & *Arles*.
2 54 Entre *Montpellier* & *Avignon*.
5 47 Entre *Montpellier* & *Marſeille*.

5 27 16 A *Montpellier* Menelaus au bord de l'ombre.
32 30 A *Marſeille* Menelaus ſur le bord de l'ombre.

5′

5′ 14″ Difference entre *Montpellier* & *Marſeille.*

5 28 40 Menelaus dans l'ombre à *Montpellier.*
30 11 A *Avignon* Menelaus.
33 36 A *Marſeille* Menelaus tout dans l'ombre.

1 31 Difference entre *Montpellier* & *Avignon.*
4 55 Entre *Montpellier* & *Marſeille.*

5 31 46 A *Montpellier* Pline entierement dans l'ombre.
33 56 A *Avignon* Pline.

2 10 Difference entre *Montpellier* & *Avignon.*

5 35 11 A *Montpellier* ſainte Catherine dans l'ombre.
40 14 A *Marſeille* ſainte Catherine.

5 3 Difference entre *Montpellier* & *Marſeille.*

5 35 58 A *Montpellier* le bord de la mer du Nectar.
39 45 A *Arles* commencement de la mer du Nectar.

3 47 Difference entre *Montpellier* & *Arles.*

5 38 57 A *Avignon Promontorium acutum.*

42′ 18″ A *Marſeille Promontorium acutum* entre dans l'ombre.

3 21 Difference entre *Avignon* & *Marſeille.*

à 5 37′ 7″ A *Montpellier* l'ombre raſe Fracaſtor.

43 34 A *Marſeille* Fracaſtor entre dans l'ombre.

6 27 Difference entre *Montpellier* & *Marſeille.*

à 5 39 24 A *Montpellier* le Promontoire du ſonge.

41 49 A *Avignon* le Promontoire du ſonge.

2 25 Difference entre *Montpellier* & *Avignon.*

à 5 42 42 A *Montpellier* le bord de Taruntius touche l'ombre.

44 30 A *Arles* Taruntius.

47 34 A *Marſeille* Taruntius entre dans l'ombre.

1 48 Difference entre *Montpellier* & *Arles.*

4 52 Entre *Montpellier* & *Marſeille.*

à 5 42 45 A *Montpellier* l'ombre au bord de Proclus.

45 37 A *Avignon* Proclus.

2 52 Difference entre *Montpellier* & *Avignon.*

à 5 43′ 39″ A *Montpellier* Snellius.
46 45 A *Arles* Snellius.
51 0 A *Marſeille* Snellius.

3 6 Difference entre *Montpellier* & *Arles*.
7 21 Entre *Montpellier* & *Marſeille*.

à 5 43 48 A *Montpellier* l'ombre au bord de la mer Caſpienne.
47 30 A *Arles* un bord de la mer Caſpienne.
48 21 A *Avignon* l'ombre raſe de la mer Caſpienne.
49 8 A *Marſeille* un bord de la mer Caſpienne.

3 42 Difference entre *Montpellier* & *Arles*.
4 33 Entre *Montpellier* & *Avignon*.
5 20 Entre *Montpellier* & *Marſeille*.

à 5 44 48 A *Montpellier* Furnerius au bord de l'ombre.
46 45 A *Arles* Furnerius.
48 46 A *Avignon* Furnerius.
51 0 A *Marſeille* Furnerius ſur le bord de l'ombre.

1 57 Difference entre *Montpellier* & *Arles*.
3 58 Entre *Montpellier* & *Avignon*.
6 12 Entre *Montpellier* & *Marſeille*.

à 5 47 8 A *Montpellier* l'ombre à Petavius.
50 0 A *Arles* Petavius.

2 52 Difference entre *Montpellier* & *Arles*.

à 5 47′ 40″ A *Montpellier* Langrenus au bord de l'ombre.
50 41 A *Avignon* Langrenus.
53 0 A *Marſeille* Langrenus entre dans l'ombre.

3 1 Difference entre *Montpellier* & *Avignon.*
6 20 Entre *Montpellier* & *Marſeille.*

à 5 49 50 A *Montpellier* la mer Caſpienne dans l'ombre.
52 0 A *Arles* fin de la mer Caſpienne.
53 42 A *Marſeille* fin de la mer Caſpienne.

2 10 Difference entre *Montpellier* & *Arles.*
3 52 Difference entre *Montpellier* & *Marſeille.*

à 5 53 7 A *Montpellier* Immerſion totale.
57 0 A *Arles.*
57 45 A *Avignon.*
58 15 A *Marſeille.*

3 53 Difference entre *Montpellier* & *Arles.*
4 38 Entre *Montpellier* & *Avignon.*
5 8 Entre *Montpellier* & *Marſeille.*

Donc 1h 5′ 37″ Durée totale à *Montpellier.*
1 2 0 Durée totale à *Arles.*
1 3 57 Durée totale à *Avignon.*
1 3 45 Durée totale à *Marſeille.*

&

& à $5^h\ 20'\ 18''$ Milieu de l'Eclipſe à *Montpellier.*
5 26 0 Milieu à *Arles.*
5 25 46 Milieu à *Avignon.*
5 26 22 Milieu à *Marſeille.*

Donc 5 42 Difference entre *Montpellier* & *Arles*, tirée du milieu de l'Eclipſe.
5 28 Difference entre *Montpellier* & *Avignon.*
6 4 Entre *Montpellier* & *Marſeille.*

En prenant un milieu entre les differences qui réſultent de l'Immerſion des Taches dans l'ombre, l'on trouve la difference des meridiens entre *Dunkerque* & *Montpellier* de $9'\ 25''$, dont *Montpellier* eſt plus Oriental que *Dunkerque:* mais l'on a déterminé par les Eclipſes des Satellites de Jupiter la difference entre *Paris* & *Dunkerque* de 3 ſecondes de temps, dont *Dunkerque* eſt plus Oriental que *Paris.* L'on aura donc la difference des meridiens entre *Paris* & *Montpellier* de $9'\ 28''$. Cette difference eſt beaucoup plus grande que celle que l'on a déterminée par les obſervations des Satellites de Jupiter de $6'\ 10''$; & que celle qui réſulte des triangles de la meridienne que l'on a trouvé de $6'\ 8''$; de ſorte qu'il eſt neceſſaire d'attribuer cette difference au moins en partie à la difficulté que l'on a eu de regler la pendule à *Dunkerque*, à cauſe du mauvais temps qu'il y a fait pluſieurs jours auparavant. En comparant les obſervations des Taches qui ont été faites en même temps à *Montpellier* & à *Arles*, & prenant un milieu l'on trouve la difference des me-

meridiens entre ces deux Villes de 3′ 20″ de temps, dont *Arles* eſt plus Oriental que *Montpellier*, peu differente de celle qui eſt marquée dans la Carte que l'on a dreſſée ſur les triangles de la meridienne, où on l'a déterminé de 49′ de degré, ou de 3′ 16″ de temps.

Les obſervations des Taches qui ont été faites à *Montpellier* & à *Avignon* donnent la difference entre ces deux Villes de 3′ 6″ plus petite que celle qui réſulte des triangles de la meridienne, où on l'a déterminé de 3′ 52″.

La difference des meridiens entre *Montpellier* & *Marſeille*, qui réſulte des obſervations des Taches faites dans ces deux Villes, eſt de 5′ 24″, qui étant ajoûtées à la difference entre *Paris* & *Montpellier* de 6′ 8″, donnent la difference des meridiens entre *Paris* & *Marſeille* de 11′ 31″.

L'obſervation de *Montpellier* a été faite avec une Lunette de 15 pieds. L'on remarqua à 5ʰ 38′ que l'ombre qui avoit paru mal terminée & ambigue depuis le commencement de l'Eclipſe juſqu'à cette heure, paroiſſoit alors un peu plus nette & mieux tranchée; ce qui doit rendre les obſervations ſuivantes plus exactes que les précedentes. L'Immerſion totale ſe fit entre Langrenus & une Tache obſcure à pluſieurs rameaux qui eſt au deſſus de la mer des Criſes. Cet endroit du diſque eſt preſque diametralement oppoſé à celui où commença l'Eclipſe, d'où l'on conclut que le centre de la Lune paſſa fort près du centre de l'ombre. Après l'Immerſion totale la Lune parut d'abord d'une couleur griſe & plombée, & ſi ſombre qu'on avoit bien de la peine à y diſtinguer les Taches. Quelque temps après elle commen-

mença à rougir autour de ſa circonference, & vers les 6 heures & un quart on y voyoit un diſque entier d'ombre aſſez bien terminé qui occupoit environ la moitié du diamêtre de la Lune. On fut fort ſurpris lorſqu'en retournant à l'obſervation vers les 6 heures & demi, on ne vit plus la Lune dans le Ciel, qui étoit pourtant très-clair & très-ſerein : cette nuit ayant été la plus favorable & la plus belle qu'on eût pû ſouhaiter. Ils remarquerent que quoique le crepuſcule qui étoit déja aſſez fort parut être une des principales cauſes d'un Phenomene ſi extraordinaire, on ne pourroit pourtant la lui attribuer entierement, puiſque l'on diſtinguoit encore pluſieurs étoiles vers l'Orient & vers l'Occident.

A *Arles* le diſque de la Lune parut toûjours après ſa totale Immerſion d'un rouge obſcur ou brun ; & pendant le paſſage de l'ombre ſur le corps de la Lune, cette ombre parut notablement dentelée en pluſieurs endroits, comme ſi c'eût été l'ombre de quelques montagnes de la terre, & particulierement lorſque le diſque de la Lune étoit couvert environ la moitié.

A *Avignon* le peu d'obſcurité qu'avoit l'ombre de la terre, n'a point permis de bien diſtinguer le commencement de l'Eclipſe. La Lune parut pendant tout le temps de l'Eclipſe extraordinairement éclairée & d'un rouge fort clair, ſi bien qu'on auroit jugé qu'elle étoit tranſparente, que le Soleil étoit derriere ſon globe, & que ſes rayons paſſoient à travers, de la même maniere qu'ils font à travers certaines pierres qui ſont un peu diaphanes. On vit auſſi une eſpece de couronne lumineuſe paral-

rallele à la circonference de la Lune ; mais il fut impoſſible d'en bien déterminer la grandeur, quoique le reſte du corps de la Lune fut ſenſiblement plus obſcur.

L'obſervation a été faite à *Marſeille* avec une très-bonne Lunette de 3 pieds, excepté quelques Taches du milieu qui ont été obſervées avec une bonne Lunette de 13 pieds. A $6^h$ 15′ on voyoit encore les mers qui étoient au Nord-Oueſt de la Lune, & qui étoient entrées les dernieres dans l'ombre. La Lune étoit rougeatre au Nord-Oueſt ; mais au Sud-eſt elle étoit fort obſcure. A $6^h$ 30′ la Lune a commencé à diſparoître, ſoit à cauſe du crepuſcule qui commençoit à être aſſez grand, ſoit à cauſe des vapeurs qui étoient voiſines de l'horiſon. A $6^h$ 50′ on vit encore la Lune avec beaucoup de peine ; mais elle ne paroiſſoit pas devoir ſortir bien-tôt de l'ombre.

On n'a pû voir depuis ce temps-là le commencement de l'Emerſion, ni même la Lune. Cependant le temps étoit fort ſerein, le Ciel fort net, le vent de Nord ayant fraîchi dès le commencement de l'Eclipſe, & augmenté au lever du Soleil. En comparant cette Eclipſe avec celle du 29 Juin paſſé, on voit que la Lune eſt entrée plus directement & plus profondément dans l'ombre de l'atmoſphere de la terre. Car on n'a point vû ce Croiſſant de la maniere qu'on remarqua dans l'autre Eclipſe.

MA-

# MANIERE GENERALE

*Le déterminer géometriquement le foyer d'une Lentille, formée par deux Courbes quelconques, de même ou de differente nature, telle que puiſſe être la raiſon de la refraction, & de quelque maniére que puiſſent tomber les rayons de lumiére ſur une des faces de cette Lentille, c'eſt-à-dire, ſoit qu'ils y tombent divergens, paralleles, ou convergens.*

Par M. GUISNE'E.

## PROBLEME I.

*I. SOIT *KBLEK* la ſection d'une Lentille convexe des deux côtez, formée par deux Courbes † *KBL*, *KEL*, dont *BE* perpendiculaire aux deux Courbes, & indéfiniment prolongée de part & d'autre eſt l'axe commun, & celui de la Lentille.

1. Il eſt démontré dans la 5me ſect. du Livre *des Infiniment petits*, qu'il y a une infinité de Courbes dont l'axe touche la dévelopée à une certaine diſtance de ſon ſommet. Soit donc

* 9. Fevrier 1704. † FIGURE I.

$c$ le point où l'axe $BE$ de la Courbe $KBL$ touche la dévelopée de cette Courbe ; $C$ le point où l'axe $EB$ de la Courbe $KEL$ touche la dévelopée de cette derniere Courbe, c'eſt-à-dire que $Bc$, & $EC$ ſoient deux rayons des dévelopées de ces deux Courbes, enſorte que les quatre points $c$, $E$, $B$, $C$, ſoient ſur l'axe de la Lentille $BE$. Cela poſé,

2. Soit $A$ un point lumineux ſur l'axe de la Lentille ; $AD$ un rayon incident infiniment proche de $AB$, & par conſéquent égal à $AB$ ; $DF$ le rayon rompu de l'incident $AD$ ; $AR$ un autre rayon incident infiniment proche de $AD$ ; $RF$ ſon rayon rompu.

3. Il eſt clair par ce qui eſt démontré dans la 7me ſect. de l'*Analyſe des Infiniment petits*, que le point $F$ où concourent les rayons rompus $DF$, $RF$, eſt l'endroit où la Cauſtique par refraction de la Courbe $KBL$ touche l'axe $cC$ de la Lentille, puiſque l'on ſuppoſe que le point $D$ eſt infiniment proche de $B$. D'où il ſuit qu'aucun rayon rompu ne coupe cet axe au deſſous de $F$ par rapport à la Lentille, & que le même point $F$ eſt l'endroit où il ſe réunit un plus grand nombre de rayons venant du point lumineux $A$, & rompus à la rencontre de la face $KBL$ de la Lentille ; c'eſt-pourquoi le point $F$ eſt le foyer cauſé par cette face.

4. Si l'on regarde préſentement les deux rayons rompus $DF$, $RF$, des incidens $AD$, $AR$, comme incidens & tombant ſur le côté concave de la Courbe $KEL$ aux points $H$ & $I$ ; leurs rayons rompus $Hf$, $If$, ſe rencontreront en un point $f$ de l'axe $cC$ où la Cauſtique par refraction de la Courbe $KEL$ le touche, puiſque le point $H$ eſt infiniment proche de $E$,

&

& le point $f$ ſera par conſéquent le foyer de la face $KEL$, ou de la Lentille $KBLEK$ qu'il s'agit de déterminer. Ce foyer $f$ ſera poſitif, lorſqu'il tombera du côté de $F$ par rapport à la Lentille, negatif lorſqu'il tombera du côté de $A$, infini lorſque les rayons ſeront paralleles après avoir traverſé la Lentille, & ſouffert les deux refractions qui ſe font ſur ſes deux faces.

5. Il eſt clair par la 5$^{me}$ ſect. de l'*Analyſe des Infiniment petits*, que les perpendiculaires $Dc$ & $HC$ aux Courbes $KBL$ & $KEL$, menées par les points $D$ & $H$, toucheront les développées de ces Courbes aux points $c$ & $C$, où leurs axes $Bc$ & $EC$ les touchent, puiſque par l'hypothèſe les points $D$ & $H$ ſont infiniment proches de $B$ & de $E$, & partant que $Dc = Bc$ & $HC = EC$.

6. Ayant décrit des centres $A$ & $F$ les petits arcs $DT$, $DS$, mené du point $c$ ſur les rayons incidens $AD$, $AR$ prolongez, les perpendiculaires $cP$, $cp$, & ſur les rayons rompus $DF$, $RF$ les perpendiculaires $cQ$, $cq$; $cP$ ſera le ſinus de l'angle d'incidence $cDP$, $rp$, ſa difference; $cQ$ le ſinus de l'angle rompu $cDQ$, & $ſq$ ſa difference.

7. Ayant nommé $AD$, ou $AB$, $y$; $cD$, ou $cB$, $a$; $DP$, ou $Dr$, $g$; $DQ$, ou $Dſ$, $b$; $cP$, $r$; $DF$, $x$; $QF$, ou $ſF$ ſera $x-b$; $AP$, ou $Ar$, $y+g$; & $TR$, $dy$.

8. Les triangles rectangles $cPD$, $RTD$, étant ſemblables, puiſque leurs angles $PDc$, $TDR$ ſont tous deux le complément de l'angle $PDR$, l'on aura $cP$ $(r)$. $PD$ $(g)$ :: $RT$ $(dy)$. $DT = \frac{g\,dy}{r}$.

9. Les petits ſecteurs ou triangles ſemblables

bles $ADT$, $Arp$ donnent $AD\ (y).\ AP$ ou $Ar\ (y+g)::DT\left(\frac{gdy}{r}\right).\ rp=\frac{gydy+ggdy}{ry}$.

10. En ſuppoſant que $cP$, ſinus de l'angle d'incidence $cDP$, ſoit à $cQ$, ſinus de l'angle rompu $cDQ$, comme $m$ à $n$: Et puiſque $cP.\ cQ::rp.ſq$, l'on aura $m.n::rp\left(\frac{gydy+ggdy}{ry}\right).\ ſq=\frac{ngydy+nggdy}{mry}$.

11. Les triangles rectangles $cQD$, $RSD$, dont les angles $cDQ$, $RDS$ ſont tous deux le complément de l'angle $QDR$, ſont ſemblables, comme auſſi (*numer.* 8.) les triangles $cPD$, $RTD$, c'eſt-pourquoi l'on aura à cauſe des hypothenuſes communes, $DP\ (g).DQ\ (b)::DT\left(\frac{gdy}{r}\right).DS=\frac{bdy}{r}$.

12. A cauſe des triangles ou ſecteurs ſemblables $FDS$, $Fſq$, l'on a $\frac{bdy}{r}\ (DS).\ \frac{ngydy+nggdy}{mry}\ (ſq)::x\ (DF).\ x-b\ (ſF$, ou $QF)$, d'où l'on tire $x=\frac{mbby}{mby-ngy-ngg}=DF$.

13. Mais parceque l'on ſuppoſe que le rayon incident $AD$ eſt infiniment proche de $AB$, il paſſera auſſi-bien que ſon rompu $DF$ infiniment proche du point $c$; c'eſt-pourquoi les perpendiculaires $cP$, $cQ$ pourront être conſiderées comme nulles, ou $=o$; & alors $DP=g$, & $DQ=b$ deviendront $=Bc=a$, & $DF=x$ ſera égale à $BF$. Mettant donc $a$ en la place de $g$, & de $b$ dans l'équation précedente, l'on aura $x=\frac{may}{my-ny-na}$ ou $x=\frac{may}{py-na}=BF$, en mettant $p$ pour $m-n$.

14.

14. De même ayant décrit des centres $F$ & $f$ les petits arcs $Hi$, $Ho$, tiré du point $C$, où l'axe de la Courbe $EL$ touche la dévelopée de cette Courbe, ſur les prolongemens des rayons $FD$, $FR$, les perpendiculaires $CM$, $Cm$: Et ſur les prolongemens des rayons rompus $fH$, $fI$, les perpendiculaires $CN$, $Cn$, & mené $HC$, qui ſera le rayon de la dévelopée au point $H$, puiſque $H$ eſt infiniment proche de $E$, & par conſéquent perpendiculaire à la Courbe $EL$, & égale à $EC$; c'eſt-pourquoi $CM$ ſera le ſinus de l'angle d'incidence $CHM$; $um$, ſa difference; $CN$, le ſinus de l'angle rompu $CHN$; & $tn$, ſa difference.

15. Nommant donc $CH$, ou $CE$, $b$; $HM$, $k$; $HN$, ou $Ht$, $l$; $CM$, $t$; $FH$, $u$; $fH$, $z$, $HD$, $f$; $FM$, ou $Fn$ ſera $u+k$; $fN$, ou $ft$, $z+l$; & $Ii$, $du$.

16. Les triangles rectangles $CMH$, $IiH$, qui ſont ſemblables, puiſque leurs angles $CHM$, $IHi$ ſont tous deux le complément de l'angle $MHI$, donneront $CM\ (t).\ MH\ (k)::Ii\ (du)$ $Hi = \frac{kdu}{t}$.

17. A cauſe des triangles ou ſecteurs ſemblables $FHi$, $Fum$, l'on a $FH\ (u).\ FM$, ou $Fu\ (u+k)::Hi\left(\frac{kdu}{t}\right).\ um = \frac{ukdu+kkdu}{tu}$.

18. Puiſque (*num.* 10.) la raiſon de la refraction eſt comme $m$ à $n$, & qu'en ce cas le ſinus $CM$ de l'angle d'incidence $CHM$, eſt au ſinus $CN$ de l'angle rompu $CHN$ comme $n$ à $m$, & qu'outre cela $CM.\ CN::um.\ tn$, l'on aura $um::um\left(\frac{ukdu+kkdu}{tu}\right).\ tn = \frac{mukdu+mkkdu}{nut}$.

19. Les triangles rectangles $CNH$, $I0H$ qui ſont ſemblables, puiſque leurs angles $NHC$, $0HI$ ſont tous deux le complément de l'angle $NHI$: comme auſſi les triangles rectangles $CMH$, $IiH$, donneront à cauſe des hypothenuſes communes, $MH(k).\ NH(l) :: iH\left(\frac{kdu}{it}\right).\ 0H = \frac{ldu}{t}$.

20. Enfin à cauſe des triangles ou ſecteurs ſemblables $ftn$, $fH0$, l'on aura $z+l$ ($fN$, ou $ft$). $z\ (fH) :: \frac{mukdu+mkkdu}{nlu}\ (tn).\ \frac{ldu}{t}$ $(H0)$, d'où l'on tire $u = \frac{mkkz}{nll+nlz-mkz}$.

21. Mais parceque le rayon incident $DF$, auſſi-bien que ſon rompu $Hf$ ſont infiniment proches de l'axe $AE$, ils paſſeront infiniment proche du point $C$; c'eſt-pourquoi les perpendiculaires $CM$, $CN$ peuvent être regardées comme nulles, ou égales à zero; & alors $HM$ & $HN$ ſe confondront avec $EC = b$, & $HD = ſ$, avec $EB$. Mettant donc $b$ en la place de $k$ & de $l$ dans l'équation précedente, elle deviendra celle-ci : $u = \frac{mbz}{nb+nz-mz}$, ou $u = \frac{mbz}{nb-pz}$, en mettant $p$ pour $m-n$. Or $FH$, ou $FE = FB - BE = x - ſ = u$; donc $x - ſ = \frac{mbz}{nb-pz}$. Mais (*num.* 13.) $x = \frac{may}{py-na}$; donc $\frac{may}{py-na} - ſ = \frac{mbz}{nb-pz}$, d'où l'on tire,

$$z = \frac{mnaby - npbſy + nnabſ}{mpay + mpby - ppſy + npaſ - mnab} = Ef.$$

22. Si l'on veut negliger l'épaiſſeur de la Lentille où l'on n'a très-ſouvent point d'égard, il

il n'y a qu'à faire $f=o$, ce qui détruira tous les termes où elle ſe rencontre, & l'on aura,

$$z=\frac{naby}{pay+pby-nab}=Ef.$$

# AUTRE SOLUTION

## *plus ſimple que la précédente.*

II. Les choſes demeurant toûjours dans le même état, excepté que l'on ne ſuppoſe ici qu'un ſeul rayon incident * $AD$, & qu'outre cela l'on mene les petites droites $DI$ & $HG$ perpendiculaires à $BE$.

Il eſt clair que les petites droites $DI$, $HG$ ſeront auſſi perpendiculaires aux rayons $AD$, $DF$ & $Hf$ à cauſe du point $D$ infiniment proche de $B$.

Nommant donc comme auparavant $AD$, ou $AB$, ou $AI$, $y$; $Bc$, $a$, $EC$, $b$; $BE$, $f$; $DF$, ou $BF$, $x$; $HF$, ou $EF$, ou $GF$, $u$; $Hf$, ou $Ef$, ou $Gf$, $z$; $cP$, $r$; $CM$, $t$; $Ac$ ſera, $y+a$; $FC$, $u+b$. $Fc$, $x-a$, & la raiſon de la refraction $\frac{m}{n}$.

1. Les triangles ſemblables $AcP$, $AID$ donneront $Ac\ (y+a).\ AI\ (y)::cP\ (r)\ ID=\frac{ry}{y+a}$.

2. L'on a à cauſe de la refraction $m.n::cP\ (r).\ cQ=\frac{nr}{m}$.

3. Les triangles ſemblables $FID$, $FcQ$, donnent

* FIG. II.

nent $x$ $(FI)$. $x-a(Fc) :: \frac{ry}{y+a}(ID). \frac{nr}{m}(cQ)$, d'où l'on tire $x = \frac{may}{my-ny-na} = BF$, ou $x = \frac{may}{py-na}$, en mettant $p$ pour $m-n$.

4. Les triangles ſemblables $FCM$, $FGH$ donnent $FC\ (u+b)$. $FG\ (u) :: CM\ (t)$. $GH = \frac{tu}{u+b}$.

5. A cauſe de la refraction, l'on a $n.\ m ::$ $CM\ (t)$. $CN = \frac{mt}{n}$.

6. Enfin les triangles ſemblables $fCN$, $fGH$ donnent $z+b\,(fC).\ z\,(fG) :: \frac{mt}{n}\,(CN). \frac{tu}{u+b}$ $(GH)$, d'où l'on tire $u = \frac{mby}{nb+nz-mz} = Ef$, ou $u = \frac{mby}{nb-pz}$, en mettant $p$ pour $m-n$, ou $x-f = \frac{mby}{nb-pz}$, en mettant pour $u$ ſa valeur $x-f$. Si l'on met préſentement dans cette derniere équation en la place de $x$ ſa valeur priſe dans l'équation précedente $x = \frac{may}{py-na}$, l'on aura la ſuivante, où l'on a égard à l'épaiſſeur du verre.

$z = \frac{mnaby-npbfy+nnabf}{mpay+mpby-ppfy+npaf-mnab} = Ef$, ou

$z = \frac{naby}{pay+pby-nnb} = Ef$, où l'on neglige l'épaiſſeur du verre. Ces deux équations ſont celles de l'art. 1. num. 21. & 22.

III. Comme l'on n'employe dans les inſtrumens

mens de Dioptrique que des Lentilles de verre, où la refraction ſe fait à peu près dans la raiſon de 3 à 2 ; ſi l'on fait $m = 3$, $n = 2$, $p$ ſera $= 1$, & les deux équations précedentes ſe changeront en les deux qui ſuivent, qui ſerviront de regles générales pour les verres convexes des deux côtez, tels qu'on les a ſuppoſez en faiſant le calcul. Et parcequ'on a ſuppoſé le point $A$ peu éloigné du verre, les rayons tomberont divergens ſur la face $KBL$.

*1. $z = \frac{6aby - 2bfy + 4abf}{3ay + 3by - fy + 2af - 6ab} = Ef.$

2. $z = \frac{2aby}{ay + by - 2ab} = Ef.$

Si les Courbes $KBL$, $KEL$ ſont des cercles, $Bc$ & $EC$ en ſeront les demi-diamêtres : ſi les Courbes ſont des ſections Coniques, $Bc$ & $EC$ ſeront la moitié de leurs parametres. On déterminera par la 5^me^ ſection de l'*Analyſe des Infiniment petits* la grandeur de $Bc$ & de $EC$ dans les autres Courbes. Et l'on prendra pour des lignes droites les Courbes $KBL$, $KEL$, lorſque les mêmes rayons $Bc$, $EC$ ſeront infinis.

IV. Si dans les deux équations précedentes $a = \infty$, $KBL$ deviendra une ligne droite, & le verre ſera par conſéquent *plan convexe*, & ſon côté plat ſera tourné vers le point lumineux $A$. Et ayant effacé tous les termes où $a$ ne ſe rencontre point, parce qu'alors ils ſont nuls par rapport à ceux où $a$ ſe trouve, l'on aura

*3.

* Regles pour les verres convexes des deux côtez.

*3. $z = \frac{6by + 4bf}{3y + 2f - 6b}$.

4. $z = \frac{2by}{y - 2b}$.

V. Si dans les deux mêmes équations $b = \infty$, $KEL$ deviendra une ligne droite; le verre ſera *convexe plan:* ſon côté convexe ſera tourné vers le point lumineux, & l'on aura

†5. $z = \frac{6ay - 2fy + 4af}{3y - 6a}$.

6. $z = \frac{2ay}{y - 2a}$.

VI. Si $a = \infty$, & qu'on change les ſignes des termes où $b$ ſe rencontre, la Courbe $KBL$ deviendra une ligne droite, & $KEL$ tournera ſa convexité vers $B$; c'eſt-pourquoi le verre ſera *plan concave*, dont le côté plat ſera tourné vers le point lumineux, & l'on aura

‡7. $z = \frac{-6by - 4bf}{3y + 2f + 6ab}$.

8. $z = \frac{-2by}{y + 2b}$.

VII. Si $b = \infty$, & qu'on change les ſignes des termes où $a$ ſe rencontre, le verre ſera *concave plan:* ſon côté concave ſera tourné vers le point lumineux, & l'on aura

ǂ9. $z = \frac{-6ay - 2fy - 4af}{3y + 6a}$.

10. $z = \frac{-2ay}{y + 2a}$.

VIII.

* Regles pour les verres plans convexes.
† Regles pour les verres convexes plans.
‡ Regles pour les verres plans concaves.
ǂ Regles pour les verres concaves plans.

VIII. Si l'on change les ſignes des termes où $b$ ſe rencontre; le verre ſera *convexo-concave*: le côté convexe regardera le point lumineux, & l'on aura

*11. $z = \frac{-6aby+2bfy-4abf}{3ay-3by-fy+2af+6ab}$.

12. $z = \frac{-2aby}{ay-by+2ab}$.

IX. Si l'on change les ſignes des termes où $a$ ſe rencontre, le verre ſera *concavo-convexe*: le côté concave ſera tourné vers le point lumineux, & l'on aura

†13. $z = \frac{--6aby--2bfy--4abf}{-3ay+3by-fy-2af+6ab}$.

14. $z = \frac{--aby}{--ay+by+2ab}$.

X. Si l'on change les ſignes des termes où $a$ & $b$ ne ſe rencontrent point enſemble, ſans changer ceux des termes où elles ne ſe trouvent ni l'une ni l'autre, le verre ſera *concavo-concave*, & l'on aura

‡15. $z = \frac{6aby+2bfy+4abf}{-3ay-3by-fy-2af-6ab}$.

16. $z = \frac{2aby}{--ay--by--2ab}$.

XI. Si $a$ & $b = \infty$, le verre ſera plat des deux côtez, & l'on aura

┼17. $z = -y - \frac{2}{3}f$.

18. $z = -y$.

XII.

* Regles pour les verres convexo-concaves.
† Regles pour les verres concavo-convexes.
‡ Regles pour les verres concavo-concaves.
┼ Regles pour les verres plans des deux côtez.

XII. Si $a = o$. Ce qui ſe rencontre dans pluſieurs Courbes, l'on aura

19. $z = \frac{-2bf}{3b-f}$.

20. $z = \frac{\circ}{bf} = o$.

XIII. Si $b = o$, l'on aura

21. $z = \frac{\circ}{3af - fy + 2af} = o$.

22. $z = \frac{\circ}{af} = o$.

XIV. Si $a$ & $b = o$, l'on aura

23. $z = \frac{\circ}{-fy} = o$.

24. $z = o$.

L'on a ſuppoſé en faiſant le calcul que le point lumineux $A$ étoit peu éloigné du verre; c'eſt-pourquoi toutes les regles précedentes ſe rapportent au cas où les rayons tombent divergens ſur la face $KBL$ qui regarde le point lumineux.

XV. *Si l'on fait $y$ infinie dans toutes les regles précedentes, en effaçant tous les termes où elle ne ſe rencontre point, l'on aura autant d'autres regles qui ſe rapporteront au cas où les rayons tombent paralleles ſur la face $KBL$, puiſque le point $A$ en ſera alors infiniment éloigné.

XVI. †Si l'on change les ſignes des termes où $y$ ſe rencontre dans les regles précedentes, elles renfermeront le cas où les rayons tombent convergens ſur la face $KBL$, puiſque

* Pour les rayons paralleles. † Pour les rayons convergens.

que le point lumineux *A* ſe trouvera alors du côté de *F*.

## *CONCLUSION.*

XVII. Il eſt clair que toutes les quantitez renfermées dans toutes les équations précedentes étant données, à la reſerve de $z = Ef$; cette quantité $z$ ſera auſſi déterminée. *Ce qui étoit propoſé.*

# COROLLAIRES

*tirez de la premiere équation.*

$$z = \frac{6aby - 2bfy + 4abf}{3ay + 3by - fy + 2af - 6ab}$$

XVIII. * 1. Il eſt clair que le foyer *Ef* ſera poſitif, lorſque $6aby + 4abf > 2bfy$, & $3ay + 3by + 2af > fy + 6ab$, & au contraire; negatif, lorſque $6aby + 4abf > 2bfy$, & $3ay + 3by + 2af < fy + 6ab$, & au contraire; infini, lorſque $3ay + 3by + 2af = fy + 6ab$, & $6aby + 4abf >$ ou $< 2bfy$; $= 0$, lorſque $6aby + 4abf = 2bfy$, c'eſt-à-dire qu'en ce cas le point *f* tombera en *E*.

2. Si $y = b$, l'on aura $z = \frac{6abb - 2bbf + 4abf}{3bb - bf + 2af - 3ab}$. Et le foyer ſera poſitif, lorſque $6abb + 4abf > 2bbf$, & $3bb + 2af > bf + 3ab$, & au contraire; négatif, lorſque $6abb + 4abf > 2bbf$, & $3bb + 2af < bf + 3ab$, & au contraire; infini, lorſque $3bb + 2af = bf + 3ab$, & $6abb$

* Cas des rayons divergens.

$6abb+4abf > \text{ou} < 2bbf$; $= o$, lorſque $6abb+4abf = 2bbf$.

3. Si $y = a$, l'équation deviendra $z = \frac{6aab+2abf}{3aa+af-3ab}$, & le foyer ſera poſitif ſi $3aa+af > 3ab$; negatif, ſi $3aa+af < 3ab$; infini, ſi $3aa+af = 3ab$. Il ne peut en ce cas être $= o$.

4. Si $a = b$, l'on aura $z = \frac{6aay-2afy+4aaf}{6ay-fy+2af-6aa}$, & le foyer ſera poſitif, lorſque $6aay+4aaf > 2afy$, & $6ay+2af > fy+6aa$, & au contraire; negatif, lorſque $6aay+4aaf > 2afy$, & $6ay+2af < fy+6aa$, & au contraire; infini, lorſque $6ay+2af = fy+6aa$, & $6aay+4aaf > \text{ou} < 2afy$; $= o$, lorſque $6aay+4aaf = 2afy$.

5. Si $a = b = y$, l'on aura $z = \frac{6aa+2af}{f}$, & le foyer ſera toûjours poſitif.

6. Si $a = b$, $f = 2a$, & que les Courbes $KBL$, $KEL$ ſoient des cercles; le verre ſera une ſphere, & l'on aura $z = \frac{ay+4aa}{2y-aa}$, qui montre que le foyer ſera poſitif lorſque $2y > a$; negatif, lorſque $2y < a$; infini, lorſque $y = \frac{1}{2}a$.

7. *Si l'on fait $y = \infty$, l'on aura $z = \frac{6ab-2bf}{3a+3b-f}$, d'où l'on voit que le foyer qui en ce cas eſt appellé foyer *abſolu*, ou foyer *principal*, ſera poſitif, lorſque $6ab > 2bf$, & $3a+3b > f$, & au contraire; negatif, lorſque $6ab > 2bf$ &

* Cas des rayons paralleles.

& $3a+3b \lessdot f$, & au contraire ; infini, lorſque $3a+3b=f$, & $6ab \gtrdot$ ou $\lessdot 2bf$ ; $=0$, lorſque $6ab=2bf$.

8. Si $a=b$, l'on aura $z=\frac{6aa-2af}{6a-f}$ ; d'où il ſuit que le foyer ſera poſitif lorſque $6aa \gtrdot 2af$ & $6a \gtrdot f$, & au contraire ; negatif, lorſque $6aa \gtrdot 2af$ & $6a \lessdot f$, & au contraire ; infini, lorſque $6a=f$ & $6aa \gtrdot$ ou $\lessdot 2af$ ; $=0$, lorſque $6aa=2af$.

9. Si $b=a$, $f=2a$, & que les Courbes $KBL$, $KEL$ ſoient des cercles, le verre ſera une ſphere, & l'on aura $z=\frac{1}{2}a$.

10. * En changeant les ſignes des termes où $y$ ſe rencontre, l'on aura $z \frac{-6aby+2bfy+4abf}{-3ay-3by+fy+2af-6ab}$, d'où l'on tirera des Corollaires comme l'on a fait dans les deux cas précedens.

* Cas des rayons convergens.

# COROLLAIRES

*tirez de la ſeconde équation.*

$$z=\frac{2aby}{ay+by-2ab}.$$

XIX. † 1. Il eſt clair que le foyer ſera poſitif, lorſque $ay+by \gtrdot 2ab$ ; negatif, lorſque $ay+by \lessdot 2ab$ ; infini, lorſque $ay+by=2ab$.

2. Si $y=b$, l'on aura $z=\frac{2ab}{b-a}$, qui fait voir

† Cas des rayons divergens.

voir que le foyer ſera poſitif, lorſque $b \succ a$; negatif, lorſque $b \prec a$; infini, lorſque $b = a$.

3. Si $y = a$, l'on aura $z = \frac{2ab}{a-b}$, qui montre que le foyer ſera poſitif, lorſque $a \succ b$; negatif, lorſque $a \prec b$; infini, lorſque $a = b$.

4. Si $b = a$, l'on aura $z = \frac{ay}{y-a}$, & le foyer ſera poſitif lorſque $y \succ a$; negatif, lorſque $y \prec a$; infini, lorſque $y = a$.

5. Si $y = a = b$, l'on aura $z = \infty$.

6. * Si $y = \infty$, l'on aura $z = \frac{2ab}{a+b}$, d'où l'on voit que le foyer ſera poſitif.

7. Si $a = b$, l'on aura $z = a$.

8. † Si l'on change les ſignes des termes où $y$ ſe trouve, l'on aura $z = \frac{-2aby}{-ay-by-2ab} = \frac{2aby}{ay+by+2ab}$, qui montre que le foyer ſera toûjours poſitif, quelque ſuppoſition que l'on y faſſe.

* Cas des rayons paralleles. † Cas des rayons convergens.

## COROLLAIRES

*tirez de la troiſiéme équation.*

$$z = \frac{6by+4bf}{3y+2f-6b}.$$

XX. * 1. Elle fait voir que le foyer ſera poſitif,

* Cas des rayons divergens.

ſitif, lorſque $3y + 2f > 6b$; negatif, lorſque $3y + 2f < 6b$; infini, lorſque $3y + 2f = 6b$.

2. Si $y = b$, l'on aura $z = \frac{6bb + 4bf}{2f - 3b}$, d'où l'on voit que le foyer ſera poſitif, lorſque $2f > 3b$; negatif, lorſque $2f < 3b$; infini lorſque $2f = 3b$.

3. Si $f = b$, & que la Courbe $KEL$ ſoit un cercle, le verre ſera une demie-ſphere, & l'on aura $z = \frac{6by + 4bb}{3y - 4b}$, d'où il ſuit que le foyer ſera poſitif lorſque $3y > 4b$; negatif, lorſque $3y < 4b$; infini, lorſque $3y = 4b$.

4. * En faiſant $y = \infty$, l'on aura $z = 2b$.

On tirera des Corollaires des autres formules comme l'on a fait des précedentes, & les uns & les autres pourront ſouvent être réduits à des expreſſions plus ſimples.

* Cas des rayons paralleles.

# COROLLAIRES GENERAUX.

XXI. Il eſt clair que des ſix choſes renfermées dans les équations précedentes (qui ſont la diſtance $BA$ du verre au point lumineux, celle du foyer $Bf$, les deux rayons $Bc$, $EC$, l'épaiſſeur du verre $BE$, & la raiſon de la refraction $\frac{m}{n}$) cinq étant données, la ſixiéme le ſera auſſi.

1. Soit, par exemple, l'équation $z =$

$= \frac{nby}{pay+pby-nab}$ qui eſt celle du premier article *num.* 22. ſi l'on ſuppoſe que tout ſoit donné excepté la raiſon de la refraction $\frac{m}{n}$, ayant remis en la place de $p$ ſa valeur (*art.* 1. *num.* 13.) $m-n$, l'on tirera de cette équation $\frac{m}{n} = \frac{aby+azy+bzy+abz}{azy+bzy} = y + \frac{aby+abz}{azy+bzy}$. C'eſt-pourquoi en aſſignant à $n$ une valeur arbitraire telle que l'on voudra, l'on aura celle de $m$, & par conſéquent le rapport de $m$ à $n$ ſera donné.

2. Si dans la même équation tout eſt connu excepté $a$, l'on en tirera $a = \frac{pbyz}{nby+nbz-pyz}$.

3. Si tout eſt connu à la reſerve de $y$, l'on en tirera $y = \frac{nabz}{paz+pbz-nab}$. Où l'on remarquera que ſi le foyer devenoit le point lumineux, le point lumineux deviendroit le foyer, puiſque ces deux équations $z = \frac{nby}{pay+pby-nab}$ & $y = \frac{nabz}{paz+pbz-nab}$ ne different qu'en ce que $z$ eſt en la place de $y$, & $y$ en la place de $z$, ce qui eſt une des principales proprietez de la refraction ; ſavoir, que ſi un rayon de lumiere, après avoir ſouffert tant de refractions qu'on voudra, retournoit ſur ſes pas, il repaſſeroit par le même chemin.

PRO-

## PROBLEME II.

XXII. * *Un verre quelconque* K L *étant donné, & ſon foyer F, formé par les rayons qui partent d'un point lumineux* A *pris ſur l'axe* B E *du verre, étant déterminé par quelqu'une des regles & dans quelqu'une des hypothèſes précedentes; déterminer le nouveau foyer qui réſultera de la poſition d'un autre verre quelconque* M N, *auſſi donné, au deſſous du premier* K L, *ayant tous deux un même axe* A B D, *quelque diſtance qu'il y ait entre l'un & l'autre verre.*

1. En ſuppoſant, 1°. que le verre *M N* ſoit convexe des deux côtez. 2°. Que le foyer du verre *K L* ſoit poſitif en *F*. 3°. Que le verre *M N* ſoit placé entre le verre *K L* & ſon foyer *F*. 4°. Que le foyer du verre *M N* ſoit poſitif en *I*; l'on prendra le foyer *F* du verre *K L* par le point lumineux, & les rayons tomberont par conſéquent convergens ſur la face *M C N* du verre *M N*; & nommant le rayon de la développée de la Courbe *M C M* au point *C*, *c*, celui de la Courbe *M D N* au point *D*, *d*, la diſtance *D I* du verre *M N* à ſon foyer *I*, *f*, l'épaiſſeur *C D*, *r*, la diſtance *C F* du verre *M N* au foyer *F* du verre *K L*, *x*; l'on aura article 16, en ayant égard à l'épaiſſeur du verre.

$$1.\ f = \frac{-6cdx + 2drx + 4cdr}{-3cx - 3dx + rx + 2cr - 6cd} = DI, \text{ ou}$$

$$2.\ f = \frac{-2cdx}{-cx - dx - 2cd} = \frac{2cdx}{cx + dx + 2cd} =$$

$= DI$, en negligeant l'épaiſſeur du verre. Mais par

* Fig. III.

par l'hypothêſe $EF$ eſt donnée; c'eſt-pourquoi la diſtance $CE$ des deux verres étant donnée, $FC = x$ le ſera auſſi, & par conſéquent $DI = f$. *Ce qu'il faloit trouver.*

2. Si le foyer $F$ du verre $KL$ étoit négatif, ou ſi le verre $MN$ étoit placé au deſſous de $F$ en $mn$, les rayons partant de $F$ tomberoient divergens ſur la face $mcn$ du verre $mn$, & $FC = x$ deviendroit negative de poſitive qu'elle étoit; c'eſt-pourquoi en changeant les ſignes des termes où $x$ ſe trouve, l'on auroit

$$3.\ f = \frac{6cdx - 2drx + 4cdr}{3cx + 3dx - rx + 2cr - 6cd}.$$

$$4.\ f = \frac{2cdx}{cx + dx - 2cd}.$$

3. Si le foyer $F$ du verre $KL$ étoit infini, $FC = x$ qui ne differe de $FE$ que de la grandeur finie $CE$, le ſeroit auſſi; c'eſt-pourquoi les termes où $x$ ne ſe rencontre point étant nuls ou $= 0$ par rapport à ceux où elle ſe rencontre dans la 3e & 4e équation, l'on auroit

$$5.\ f = \frac{6cd - 2dr}{3c + 3d - r}.$$

$$6.\ f = \frac{2cd}{c + d}.$$

4. Il eſt aiſé d'appliquer ces équations à tel verre qu'on voudra, comme l'on a fait dans les regles précedentes, & d'en tirer des Corollaires, pourvû qu'on obſerve que $x = FC$ ne peut point recevoir d'autres variations que celles que le verre $KL$, qui peut être auſſi tel qu'on voudra, lui donne.

5. On trouvera de même le foyer qui réſulte de la poſition de pluſieurs verres placez ſur un même axe, en prenant toûjours le foyer du dernier pour le point lumineux.

6.

6. S'il y a un ou plusieurs verres $KL, MN$, placez sur un même axe $AF$, & dont le foyer soit $I$, on pourra encore par le moyen des regles précedentes placer un nouveau verre donné $PQ$ sur le même axe $AF$, ensorte que les rayons venant du point $I$, soient paralleles après avoir traversé le nouveau verre $PQ$ : car il n'y a pour cela qu'à prendre celles des équations précedentes qui lui convient dans le cas des rayons divergens, & ayant fait $z$ ou $f = \infty$, on en tirera une valeur de $y$ ou de $x$ qui sera la distance cherchée $IR$. Soit, par exemple, le verre donné $PRQ$ convexe des deux côtez, & dont on ne considere point l'épaisseur. L'équation qui lui convient est la seconde de l'article 3. page 39. qui est $z = \frac{2aby}{ay+by-2ab}$; & en supposant $z$ infini, l'on aura $ay+by-2ab = 0$, d'où l'on tire $y = \frac{2ab}{a+b}$; ayant donc placé le verre $PRQ$ de maniere que $IR = \frac{a+b}{2ab}$, les rayons venant du point $I$ seront paralleles après l'avoir traversé.

Soit encore le verre $prq$ concavo-concave dont on ne considere point l'épaisseur. L'équation qui lui convient est la 16e $z = \frac{2aby}{-ay-by-2ab}$, où ayant fait $z = \infty$, l'on aura $-ay-by-2ab = 0$, d'où l'on tire $y = \frac{-2ab}{a+b}$. Et parceque cette valeur de $y$ est negative, il faudra prendre $Ir = \frac{2ab}{a+b}$ de l'autre côté de $I$ par rapport à $R$, & placer en $r$ le

$r$ le verre $prq$, d'où les rayons qui alloient ſe réunir au point $I$, après avoir traverſé le verre $MN$, ſortiront paralleles.

7. Si au lieu de déterminer la poſition du verre $MN$ ſur l'axe $AF$, comme l'on a fait *num.* 1. pour avoir celle de ſon foyer $I$, l'on déterminoit la poſition du foyer $I$, pour trouver celle du verre $MN$; la diſtance $FI$ qui ſe trouve entre le foyer $F$ du verre $KL$, & le foyer $I$ ſeroit donnée, & $FC = x$, & $ID = f$ ſeroient inconnues. Ainſi ayant nommé $FI$, $g$, l'on auroit $x = g + f + r$, ou, en negligeant l'épaiſſeur du verre $MN$, $x = g + f$, & ayant ſubſtitué les valeurs de $x$ dans la premiere & ſeconde équation, l'on en tireroit des valeurs de $f = ID$, qui détermineroient la poſition du verre $MN$. Par exemple, en ſubſtituant $g + f$, ſeconde valeur de $x$, dans la ſeconde équation $f = \frac{2cdx}{cx + dx + 2cd}$, l'on en tireroit $ff = -gf + \frac{2cdg}{c+d}$, & partant $f = -\frac{1}{2}g \pm \sqrt{\frac{1}{4}gg + \frac{2cdg}{c+d}} = ID$.

RE-

Fig. 2.de

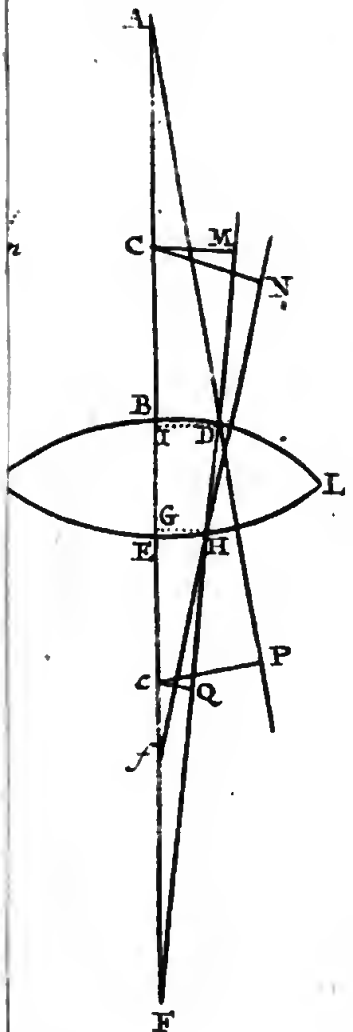
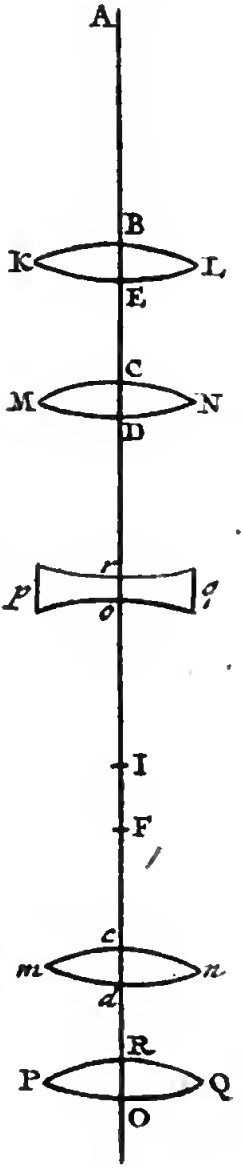



Fig. 3.e




NAPOLI

# RETOUR DES TACHES

## *Obſervées dans le Soleil au commencement de Janvier.*

Par M. MARALDI.

* NOUS attendions le 24 Janvier de cette année 1704 de voir de nouveau la Tache que nous avions obſervée le 7 & le 8 de Janvier près du bord Occidental du Soleil, après avoir parcouru ſon hemiſphere ſuperieur. Par le calcul que nous fîmes elle devoit avoir diſparu au bord Occidental le 10 de Janvier, & après avoir été cachée un peu plus de la moitié de ſa révolution qui eſt de 14 jours, elle devoit retourner au bord Oriental du Soleil le 24 du même mois. Mais ce jour-là & le ſuivant le Ciel ayant été entierement couvert à *Paris*, nous ne pûmes l'obſerver. Elle fut cependant apperçûe à *Montpellier* le 25 par M. *de Plantade* Conſeiller, qui la trouva éloignée d'une minute du bord Oriental du Soleil.

Le 26 Janvier à $8^h \frac{1}{2}$ le Soleil ayant paru pendant quelques minutes au travers des nuages, nous apperçûmes avec une Lunette de 3 pieds la Tache aſſez grande près du bord Oriental; mais nous n'eûmes pas le temps de déterminer ſa

* 9. Fevrier 1704.

ſa ſituation, ni de la voir par de grandes Lunettes à cauſe des nuages.

Le 27 Janvier à $2^h \frac{1}{2}$ après midi, le Soleil s'étant un peu découvert, nous déterminâmes la ſituation par le moyen des fils qui ſe croiſent à angles de 45° au foyer de la Lunette. Elle étoit éloignée environ de 20″ de temps en aſcenſion droite du bord Oriental, & d'environ 60 des mêmes parties en declinaiſon du bord Meridional du Soleil. Avec la Lunette de 17 pieds on voyoit que la Tache étoit compoſée de deux Taches obſcures & longues jointes par une extrémité, & enfermées dans une nebuloſité aſſez irreguliere, comme on peut voir dans la premiere Figure.

Le 28 à 10 heures du matin la difference d'aſcenſion droite entre la Tache & le bord Oriental du Soleil étoit de 30 ſecondes de temps, & la difference de declinaiſon à l'égard du bord Septentrional du Soleil étoit 60 des mêmes parties.

Le 29 à 8 heures & demie la difference d'aſcenſion droite entre la Tache & le bord Oriental étoit de 40 ſecondes de temps, & la difference de declinaiſon entre la Tache & le bord Septentrional du Soleil étoit une minute & 10 ſecondes de temps.

Le 30 à 9 heures la Tache paſſoit par un cercle horaire 1 minute & 21 ſecondes de temps après le bord Occidental du Soleil, & ſa difference de declinaiſon Septentrionale à l'égard de ſon bord Meridional étoit d'une minute & 6 ſecondes de temps.

Par cette obſervation nous avons calculé que la Tache arriva au milieu du Soleil le 31 à une heure du matin. Le 31 les nuages nous ont em-

empêché de déterminer la ſituation de la Tache, & nous n'eûmes que le temps de faire ſa figure.

Le premier de Fevrier à 8 heures & demie la Tache étoit éloignée en aſcenſion droite du bord Occidental du Soleil de 50 ſecondes, & d'une minute de temps en declinaiſon à l'égard du bord Meridional.

Le 2 Fevrier à 9 heures la Tache paſſoit par un cercle horaire 36 ſecondes après le bord Occidental du Soleil, & ſa difference de declinaiſon à l'égard du bord Meridional étoit de 56 ſecondes des mêmes parties.

Le même jour on voyoit avec la Lunette de 17 pieds près du bord Oriental du Soleil une grande quantité de facules, qui étoient à l'endroit où devoit être la Tache ſuivante qui parut le 7 Janvier près du bord Oriental.

On continua de voir ces facules le 3 en plus grande quantité & plus grandes que le jour précedent, mais on n'y voyoit point de Taches.

Le 3 Fevrier à 8 heures & demie la grande Tache qui étoit près du bord Occidental du Soleil étoit éloignée en aſcenſion droite de 25 ſecondes de temps, & ſa difference de declinaiſon à l'égard du bord Meridional étoit de 53 des mêmes parties.

Le 4 Fevrier à 9 heures la même Tache paſſoit par un cercle horaire 15 ſecondes après le bord Occidental, & elle étoit plus Septentrionale en declinaiſon que le bord Meridional du Soleil de 30 des mêmes parties.

Le même jour avec la Lunette de 17 pieds on voyoit dans la partie Orientale du Soleil les facules plus avancées vers le milieu de ſon diſ-

que, & entre ces facules on y diſtinguoit ſix petites Taches qu'on n'avoit point vû les deux jours précedens. Parmi ces Taches il y en avoit une plus grande que les autres.

Le 5 Fevrier à 8 heures & trois quarts la Tache précedente paſſoit 10 ſecondes après le premier bord, & elle étoit plus Septentrionale de 45 ſecondes de temps du bord Meridional du Soleil. On voyoit auſſi proche de cette Tache une grande quantité de facules.

La Tache ſuivante qui étoit au milieu de pluſieurs facules étoit augmentée, enſorte que nous la vîmes diſtinctement avec de petites Lunettes, pour en déterminer ſa ſituation par le moyen des fils qui ſe croiſent au foyer de la Lunette. Elle paſſoit par un cercle horaire 22 ſecondes de temps avant le bord Oriental, & étoit plus Meridionale de 60 de ces parties que le bord Septentrional.

Le 6 Fevrier le Ciel fut couvert. Le 7 le Soleil ayant paru à midi, la Tache ne ſe voyoit plus. La Tache ſuivante paroiſſoit encore augmentée. Elle étoit éloignée de 49 ſecondes de temps du bord Oriental du Soleil, & d'une minute & 6 ſecondes de temps du bord Septentrional.

On a remarqué tous les jours quelque changement dans la grande Tache. Le 27 Janvier elle étoit compoſée de deux Taches obſcures jointes enſemble par une extrémité. Le 28 la Tache étoit ſeparée en deux. Le 29 elle étoit ſeparée en trois parties preſqu'égales. Le 31 ces parties s'étoient éloignées conſiderablement l'une de l'autre; mais elles étoient enfermées dans une même nebuloſité. Le 1 Fevrier ces trois Taches s'étoient encore plus éloignées l'une

de

de l'autre, & avoient chacune à part ſa nebuloſité. La Tache Occidentale étoit beaucoup plus grande que les autres : elle étoit environnée d'une plus grande nebuloſité, & c'eſt la Tache qui eſt reſtée juſqu'à la fin. Les autres deux Taches après avoir diminué, ſe ſont diſſipées. Du commencement il y avoit proche de cette Tache quelques facules qui ont été en plus grande quantité vers la fin à meſure que les Taches ſe diſſipoient.

Par l'obſervation du 4 de Fevrier la Tache précedente fut à pareille diſtance du bord Occidental du Soleil à minuit entre le 3 & le 4 qu'elle avoit été au 7 de Janvier à midi. Entre le midi du 7 de Janvier & le minuit du 3 de Fevrier, il y a 27 jours & demi, qui eſt la révolution ordinaire des Taches, comme on la trouve par quantité d'autres obſervations. Cependant ayant poſé ſa ſituation dans un cercle qui repréſente le diſque du Soleil, & l'aide de la Theorie de M. *Caſſini* ayant décrit les Poles & l'Equinoxial du globe du Soleil, nous trouvons que cette Tache n'a pas préciſément la même ſituation à l'égard de l'Equinoxial, qu'elle avoit eu le mois paſſé; mais qu'elle eſt plus Meridionale que dans la révolution précedente d'environ deux degrez de la circonference du Soleil. Cela n'empêche pas que nous ne la ſuppoſions la même; car comme nous avons obſervé que la même Tache ſe diviſe en pluſieurs parties, dont les unes s'éloignent des autres, on peut ſuppoſer auſſi que la même Tache ſe ſoit éloignée de l'Equinoxial.

Par l'obſervation du 7 Fevrier la Tache ſuivante s'eſt trouvée à minuit au même endroit du Soleil où elle avoit été le 11 de Janvier à

10 heures environ, ce qui donne la révolution de la Tache de 27 jours & 14 heures environ. Ayant auſſi comparé la diſtance qu'elle avoit à l'Equinoxial du Soleil le mois paſſé avec la diſtance qu'elle a préſentement, elle ne s'eſt pas trouvée préciſément la même : mais dans cette derniere révolution la Tache étoit plus proche de l'Equinoxial qu'elle n'étoit dans la précedente ; tout au contraire de ce qui eſt arrivé dans l'autre Tache, laquelle s'en eſt éloignée davantage. Ces deux Taches étoient éloignées l'une de l'autre environ 60 degrez de la circonference du Soleil.

# OBSERVATIONS

## *Du retour d'une des Taches qui parut le 7 de Janvier vers le bord Occidental du Soleil.*

Par M. DE LA HIRE.

* LA Tache qui avoit paru ſur le bord Occidental du Soleil vers le commencement de ce mois, a commencé à reparoître vers la fin de ce même mois, après avoir parcouru l'hemiſphere du Soleil qui ne nous eſt pas viſible. Nous ne l'obſervâmes que le 28, les jours précedens ayant été couverts. Elle paſſa au Meridien plûtôt que le bord Oriental du Soleil de 30″.

Le

* 9. Fevrier 1704.

Le 29 elle paſſa au Meridien 44″ ½ plûtôt que le bord Oriental ou le dernier bord du Soleil. Sa hauteur Meridienne apparente étoit alors de 23° 5′ 20″, & celle du bord ſuperieur du Soleil étoit de 23° 21′ 30″.

Le 2 Fevrier la Tache paſſa au Meridien 34″ après le premier bord du Soleil, & ſa hauteur Meridienne apparente étoit 24° 8′ 30″, & celle du bord ſuperieur du Soleil de 24° 28′ 10″.

Le 3 Fevrier la Tache paſſa au Meridien 23″ après le premier bord du Soleil. Sa hauteur Meridienne apparente étoit de 24° 25′ 10″, & celle du bord ſuperieur du Soleil de 24° 45′ 30″.

Le 4 Fevrier la Tache paſſa au Meridien 14″ après le premier bord du Soleil, & ſa hauteur Meridienne apparente étoit de 24° 41′ 40″. Mais celle du bord ſuperieur du Soleil étoit de 25° 3′ 10″.

Le 5e la Tache paſſa au Meridien 8″ après le premier bord du Soleil, & ſa hauteur Meridienne apparente étoit de 24° 59′ 0″. Celle du bord ſuperieur du Soleil 25° 21′ 0″.

J'obſervai dans ce même temps la diſtance de la Tache au bord le plus proche du Soleil, & je la trouvai de 51″ avec le Micrometre qui étoit appliqué à une Lunette de 16 piez.

Le 6 le Ciel fut entierement couvert, & le 7 au matin il ne paroiſſoit plus rien ſur la ſurface du Soleil.

Il eſt arrivé à cette Tache ce qui arrive à toutes les autres, qui eſt un changement continuel dans leur figure, comme on le peut voir dans les Figures que j'en donne ici. Je remarquerai ſeulement que l'eſpace clair qui envi-

ronne toutes les Taches, & qui eſt beaucoup plus clair que le reſte de la ſurface du Soleil, paroît bien plus diſtinctement avec une Lunette de 5 ou 6 piez qu'avec une plus grande, & encore plus quand le verre n'eſt pas bien net, ou que le Ciel eſt un peu couvert.

# NOUVELLES REMARQUES SUR LES INSECTES DES ORANGERS.

Par M. DE LA HIRE.

* DANS les Memoires de l'Academie imprimez en 1692, je donnai une deſcription des Inſectes qui s'attachent aux Orangers, & que l'on appelle communément *Punaiſes*, où je remarquai tout ce que j'en avois pû reconnoître juſqu'alors, tant de leur accroiſſement extraordinaire, étant toûjours attachez au même endroit de la tige de l'arbre ou de la feuille, que de la ponte des œufs. Mais je ne voyois point de quelle maniere ni quand ces Inſectes pouvoient s'accoupler pour rendre leurs œufs féconds, puiſqu'il étoit très-évident qu'ils ne changeoient point de place dans tout le temps qu'on les voyoit croître. Je con-

* 8. Mars 1704.

*2. Fevrier 1704*
*à midy.*

*4 Fevrier 1704*
*à midy.*

NAPOLI

conjecturois bien que lorſqu'ils étoient éclos, ils ſe diſperſoient dans tout l'arbre, & même qu'ils ſe communiquoient à d'autres arbres, comme aux Myrtes, Citroniers, &c. Mais je n'avois pû encore les obſerver dans l'état où ils étoient après qu'ils étoient éclos.

J'avois examiné autrefois ce qu'on appelle la graine de Cochenille, & j'en avois donné un Memoire à l'Academie dans lequel je rapportois au long, tout ce que j'en avois pû découvrir par leur figure en les faiſant tremper, & entr'autres choſes j'avois remarqué que c'étoit un petit Inſecte dont il n'y avoit que la partie du ventre couverte d'écailles qui étoit reſtée toute entiere ; mais on n'y voyoit rien de la partie du corps qui eſt vers la tête, ni aucunes pattes, que je jugeois avoir été deſſechées & réduites en pouſſiere.

Il me vint alors en penſée ſi les petits Inſectes des Orangers n'étoient point les mêmes que les Cochenilles ; car la figure du ventre me paroiſſoit aſſez ſemblable, & ces Inſectes ſe nourriſſant du ſuc des fruits rouges d'Opuntia où l'on recueille la Cochenille, pouvoit leur donner la couleur rouge & la forte teinture dont ils ſont remplis.

J'avois ſouvent obſervé que lorſqu'on écraſe entre les doigts les Inſectes des Orangers, ils demeurent teints d'une couleur rouſſâtre qui tient aſſez fort à la peau, quoique ces animaux ne ſe nourriſſent que du ſuc des feuilles vertes & des tiges de l'arbre ; & c'eſt ce qui me perſuadoit qu'il y avoit de la vrai-ſemblance à ce que je conjecturois, que ſi ces Inſectes ſe nourriſſoient du ſuc des fruits rouges de l'Opuntia, ils pourroient donner une teinture rouge très-

forte ; ce qui étoit encore confirmé parceque je ſavois que ceux qui ont mangé de ces fruits rendent une urine auſſi rouge que du ſang.

Pour venir à bout de mon deſſein, comme j'avois quelques plantes d'Opuntia qui étoient chargées de fruits fort rouges, je les plaçai au-deſſous & fort proche de quelques Orangers où il y avoit beaucoup d'Inſectes, qui n'étoient point encore éclos. Je rompis même pluſieurs des coques qui renferment les œufs, & j'en répandis une grande quantité ſur tout l'Opuntia, eſperant qu'il pourroit y avoir quelques-uns de ces animaux qui s'y attacheroient.

J'obſervois tous les jours avec grand ſoin tant les feuilles que les fruits de l'Opuntia; & enfin j'apperçûs un jour une très-grande quantité de petits Inſectes blancs qui couroient d'une très-grande vîteſſe ſur l'Opuntia. Je conſiderai auſſi les Orangers, & j'y en trouvai de même à proportion. Je ne fis alors aucun doute que tous ces petits Inſectes ne fuſſent ceux des œufs qui étoient éclos. Peu de temps après tous ces Inſectes s'attacherent ſur les Orangers autour des branches & ſous les feuilles, & ils abandonnerent l'Opuntia où il n'en reſta aucun ni ſur ſes feuilles ni ſur ſes fruits.

Ainſi je conclus que ces Inſectes des Orangers, quoiqu'aſſez ſemblables en apparence aux Cochenilles, n'avoient pas trouvé ſur l'Opuntia une nourriture qui leur fût convenable comme ſur pluſieurs autres plantes, & que ce n'étoient pas les mêmes.

Cependant ma recherche ne me fût pas tout à fait inutile; car je connus alors que les Inſec-

ſectes des Orangers depuis qu'ils ſont éclos juſqu'à une certaine grandeur où ils parviennent en peu de temps avant que de s'attacher, peuvent s'accoupler & ſe trouver en état de pondre des œufs féconds dans un temps fort éloigné de celui de leur accouplement, car il ſe paſſe environ 8 mois; & ce qu'il y a encore de plus extraordinaire, c'eſt le grand accroiſſement de ces Inſectes depuis qu'ils ſont attachez & arrêtez juſqu'au temps de la ponte; car ils deviennent 20 ou 30 fois plus grands qu'ils n'étoient auparavant, & leur figure exterieure étant changée, ils ne paroiſſent plus que comme une écaille de Tortue aſſez longue.

Il ſeroit à ſouhaiter qu'on pût tranſporter quelques ſemences des Cochenilles dans les parties Meridionales de l'*Europe*, comme dans la *Sicile* & dans l'*Eſpagne* où l'Opuntia vient très-facilement; car je ne fais pas de doute que la Cochenille ne pût y être aſſez bien cultivée pour en connoître parfaitement la nature, ſans être obligé de s'en rapporter à des relations de gens groſſiers & d'eſclaves qui ne regardent les productions de la nature que par le profit qui leur en revient.

# EXTRAIT D'UNE LETTRE* DE M. SARRASIN

*Medecin du Roi en* Canada, *touchant l'Anatomie du Caſtor, lûe à l'Academie par* M. PITTON TOURNEFORT.

LEs plus gros Caſtors ont 3 ou 4 pieds de long ſur 12 ou 15 pouces de large au milieu de la poitrine & d'une hanche à l'autre. Ils peſent ordinairement depuis 40 juſqu'à 60 livres. A l'égard de leur vie, on ne croit pas qu'elle ſoit de plus de 15 ou 20 ans. Ces animaux ſont ordinairement fort noirs dans le Nord le plus reculé. On y en trouve auſſi de blancs. Ceux de *Canada* ſont la plûpart bruns: mais cette couleur s'éclaircit à meſure que les pays ſont plus temperez; car ils ſont fauves, & même ils approchent de la couleur de paille chez les *Ilinois* & chez les *Chaouanons*.

Le Caſtor dont on donne ici la deſcription, étoit aſſez noir, quoique pris ſur le bord d'un petit lac à douze ou quinze lieues de *Quebec*. Il ne peſoit que cinquante livres.

Cet animal eſt par tout revêtu de deux ſortes de poil, excepté aux pattes, qui ſont couver-

* *De* Quebec *le 25. Octobre 1700.*

vertes d'un poil très-court. Le poil de la premiere eſpece eſt long de 8 ou 10 lignes juſqu'à deux pouces, & diminue en approchant de la tête & de la queue. C'eſt le plus gros, le plus rude, le plus luiſant, & il donne la principale couleur au Caſtor. Si on conſidere ce poil avec un Microſcope, on remarque dans ſon milieu une ligne beaucoup moins opaque que les côtez, ce qui fait conjecturer qu'il eſt creux.

L'autre eſpece de poil eſt un duvet très-fin & très-ſerré, long d'environ un pouce, qui garantit le Caſtor du froid, & qui ſert à faire des chapeaux & des étoffes. Les peaux qui ont ſervi d'habit ou de couverture de lit aux *Sauvages* ſont les plus recherchées, d'autant qu'elles ont perdu leur grand poil, & que le duvet qui reſte étant devenu gras par la matiere de la tranſpiration, eſt plus propre aux ouvrages & ſe foule beaucoup mieux. Ce duvet quand l'animal eſt en vie & qu'il travaille, eſt conſervé & garanti de la boue par le poil le plus rude & le plus long.

Il eſt d'abord aſſez difficile de connoître ſi le Caſtor eſt mâle ou femelle. On ne voit qu'une ſeule ouverture ſous la queue, & cette ouverture eſt deſtinée pour la ſortie de leurs differens excremens. Les parties qui diſtinguent le ſexe ſont cachées ſous les muſcles. Pour ne pas s'y tromper, il faut pincer plus que la peau qui eſt entre l'os pubis & cette ouverture. On y ſent la verge qui eſt dure, groſſe & longue comme le doigt.

On trouve ſous la peau un lit de graiſſe épais ordinairement de 8 ou 10 lignes ſous le ventre, & qui s'étend depuis les machoires juſqu'à la queue; mais il diminue peu à peu en ap-

approchant du dos où il n'y en a point du tout. On découvre un ſecond lit de graiſſe entre les deux muſcles obliques du ventre; mais cette graiſſe n'a que 2 ou 3 lignes d'épais. Les viſceres en ſont preſque dépourvûs. L'épiploon quoiqu'auſſi grand que dans les autres animaux ne peſe que 3 ou 4 onces.

Tous les muſcles du Caſtor ſont extrémement forts, & ſemblent plus gros qu'ils ne doivent être par rapport à la grandeur de l'animal. Les fibres du muſcle peaucier ont des directions fort differentes. Celles qui couvrent le dos depuis les cuiſſes juſqu'au col ſont droites & ſi groſſes que ce muſcle a dans cet endroit-là près d'un pouce d'épaiſſeur. Les fibres qui ſont ſituées à côté de celles-ci s'en écartent peu à peu, & font un volume bien plus petit. Elles décrivent preſque des demi-cercles, leſquels deſcendans ſur les muſcles pectoraux, ſur le ſternum & tout le long des muſcles droits, ſe réuniſſent par une aponevroſe de telle ſorte qu'elles envelopent tout l'animal. Une partie de ces fibres vient embraſſer les cuiſſes, après quoi elles ſe croiſent ſur l'os pubis, d'où elles deſcendent & forment un tiſſu en maniere de natte. Ce tiſſu couvre non-ſeulement un paquet de fibres très-conſiderable, mais auſſi le ſphinter de l'anus.

De la ſurface interne de la natte dont on vient de parler, environ 12 ou 15 lignes au deſſous de l'os pubis, ſortent deux trouſſeaux de fibres charnues gros comme le doigt, leſquels remontent à l'inſertion des muſcles droits & s'y attachent. De la partie de ce muſcle qui couvre le dos & dont les fibres ſont droites, il ſe forme du côté de la queue une apo-

aponevroſe très-forte qui envelope tout ce qui eſt au deſſous des cuiſſes. Elle eſt attachée aux apophyſes épineuſes des vertebres qui ſont vers la queue, & de diſtance en diſtance elle tient aux membranes des muſcles qui la font mouvoir.

Le même plan de fibres étant parvenu aux premieres vertebres du dos, ſe diviſe d'abord en deux parties qui forment pluſieurs têtes, & qui par differens principes s'inſerent en differens endroits. Il y en a une large d'environ 2 pouces qui monte juſqu'à la troiſiéme vertebre du col, & qui eſt attachée ſur le rhomboïde. Une autre s'attache ſur la crête de l'omoplate, une troiſiéme ſur la partie poſterieure & interieure du bras, ſur le coude & ſur la partie poſterieure & ſuperieure de l'avant-bras. Enfin la quatriéme fait un même tendon avec celui du très-large, & de celle-ci il s'en fait une cinquiéme qui s'inſere ſur la partie moyenne & inferieure de l'avant-bras.

Il n'y a rien de particulier dans les muſcles du ventre, ſi ce n'eſt que le petit oblique & le tranſverſal ſont inſéparables.

Le foye du Caſtor eſt rouge-brun, diviſé en ſept lobes qui occupent également les deux hypochondres, enſorte qu'ils couvrent l'eſtomac de tous les côtez. La veſſie du fiel eſt attachée au plus gros de ces lobes, & ſe vuide ordinairement dans le duodenum. M. *Sarraſin* en a trouvé une qui ſe dégorgeoit dans le jejunum.

La ratte eſt ronde & n'a guere que 4 lignes de diamêtre ſur environ 3 pouces de long. Elle eſt plus ferme que celle des autres animaux. Cinq ou ſix vaiſſeaux fort courts l'attachent au fond de l'eſtomac. Elle tient auſſi par quelques mem-

membranes aux reins, au pancreas & au colon. On s'apperçoit de quelques glandes conglobées, groſſes comme des pois, ſituées vers ſon extrémité qui regarde l'eſtomac, & qui eſt un peu plus groſſe que l'autre.

Les reins ont demi pouce d'épais ſur deux pouces de long & ſur preſque autant de large. Les glandes renales ſont longues de 4 ou 5 lignes.

Le pancreas a du moins deux pieds de long. Il forme un angle dont la pointe eſt attachée au gros lobe du foye par quelques petits filets. Ce pancreas eſt diviſé en deux parties : l'une paſſe ſous l'eſtomac & vient s'attacher à la ratte & au rein gauche : l'autre deſcend le long du duodenum & du jejunum, dans leſquels il s'ouvre par pluſieurs petits conduits.

L'éſophage eſt interieurement revêtu d'une membrane blanche, qui eſt comme une eſpece de doublure que l'on détache aiſément du canal ſans la déchirer.

Le ventricule du Caſtor eſt une des parties des plus ſingulieres de cet animal. Ce ventricule a 12 ou 13 pouces de long ſur environ 4 de large du côté de la ratte. Il diminue peu à peu, enſorte qu'après les deux tiers il eſt rétreci de moitié par une ſaillie de plus d'un pouce qui avance dans ſa capacité. Après quoi il s'élargit d'environ 3 pouces vers le pylore qui eſt conſiderablement relevé, arrondi & avancé vers la ratte par une membrane attachée à l'éſophage par ſon autre bout. L'évaſement dont on vient de parler ſemble faire un ſecond ventricule; mais il ne ſert proprement qu'à retenir plus long-temps les alimens, & ſurtout les plus ſolides, comme le bois dont il ne s'y fait qu'un

qu'un extrait fort leger ; car il paſſe preſque comme il a été avalé, au lieu que les herbes, les fruits, les racines ſe diſſolvent parfaitement.

Les membranes du ventricule ſont ſi minces que cette partie ſe déchire pour peu qu'on la gonfle. Il n'y a que la membrane charnue qui s'épaiſſit du côté du pylore & le fortifie. On ne trouve aucunes glandes diſperſées dans ce ventricule ; mais en récompenſe il eſt garni d'environ 100 veſſies de deux ou trois lignes de long, leſquelles ſe rétreciſſent du côté du ventricule comme le font les grains de raiſin qui ſont un peu trop preſſez. Cette couche de veſſies eſt attachée ſur la membrane nerveuſe, & recouverte de la charnue. A l'égard de ſa ſituation elle ſe trouve entre la partie droite du ventricule & l'éſophage. Toutes ces veſſies ſont une eſpece de corps demi ſpherique haut de 7 ou 8 lignes, & large d'environ 3 pouces à ſa baſe. L'interieur de chaque veſſie paroît glanduleux ; mais elles ſont ſi délicates qu'elles crevent pour peu qu'on les preſſe. Quoique toutes ces veſſies ayent chacune leurs iſſues, elles répondent néanmoins à 12 petits orifices larges d'environ 2 lignes, rangez ſur 4 colonnes qui s'ouvrent dans le ventricule. Après la mort de l'animal ces veſſies contiennent une matiere blanche preſque ſans odeur & de conſiſtance de bouillie : mais il y a beaucoup d'apparence qu'elle eſt fluide lorſque l'animal eſt en vie. Cette matiere eſt ſans doute le diſſolvant des alimens, qui dans les pays froids & pendant l'hyver ne ſont que de bois d'Aune, de Platane, d'Orme, de Frêne & de differentes eſpeces de Peuplier. Pendant l'Eté les Caſtors vivent de toutes ſortes d'herbes, de fruits,

de

de racines, ſurtout de celles de differentes eſpeces de Nymphea.

Les inteſtins de cet animal ſont très-délicats, & ont environ 20 pieds de long. Le cæcum a la figure d'une faux. Il eſt tenu dans cet état par deux ligamens qui rampent l'un le long de ſa partie cave, & l'autre ſur la partie convexe. Meſuré par la partie cave il a 18 pouces de long, & plus de 30 par la convexe. Sa largeur eſt de 4 pouces dans ſon gros bout, & peut contenir 5 ou 6 livres d'eau. Le colon a 4 pieds de long, & le rectum environ 15 pouces.

La veſſie eſt ſemblable à celle des chiens. Si l'ou continue d'ouvrir cet animal juſqu'à la racine de la queue, on découvre fort aiſément ſes teſticules & le paquet dont on a parlé dans la deſcription du muſcle peaucier. Ce paquet eſt un muſcle creux qui renferme la verge & les bourſes.

Les teſticules ſont ſituez dans les aînes, appuyez par leur baſe ſur les parties laterales de l'os pubis, & engagez dans la graiſſe. Ils ſont envelopez de pluſieurs membranes que le peritoine & les muſcles du bas ventre leur fourniſſent, ſurtout le muſcle cremaſtere dont les fibres qui ſont circulaires leur donnent la figure d'un cône. Ils reſſemblent tout à fait à ceux des chiens lorſqu'ils ſont dévelopez.

Les vaiſſeaux déferens groſſiſſent conſiderablement derriere le col de la veſſie; mais ils diminuent avant que d'entrer dans l'uretre, où ils ont leurs iſſues ſeparées l'une de l'autre.

Les veſicules ſeminales ſont tellement engagées ſous l'os pubis, qu'on ne peut les voir ſans les ſeparer. Elles ont ordinairement deux pouces de long ſur un pouce de large vers le mi-

milieu; car elles ſont pointues par les deux bouts. Leurs conduits s'ouvrent auſſi ſéparément dans l'uretre, & vont aboutir ainſi que ceux des vaiſſeaux déferens à une éminence charnue qui eſt groſſe comme un pois, & qui eſt une eſpece de *veru montanum*. On voit à côté de cette éminence pluſieurs petits orifices des conduits excretoires de quelques glandes ſituées autour du col de la veſſie, leſquelles font la fonction des proſtrates, & ſont remplies d'une liqueur blanche & huileuſe.

Le muſcle creux eſt ſitué entre l'os pubis & l'ouverture des excremens. Il reſſemble en quelque maniere à ces anciennes gibecieres larges & arrondies par le bas & rétrecies vers le haut. Un corps tendineux large d'environ un pouce tient ce muſcle attaché à la levre inferieure & moyenne de l'os pubis d'où il deſcend, en s'évaſant juſqu'à l'ouverture commune dont on va parler.

En ouvrant cette eſpece de gibeciere de haut en bas, on découvre vers ſon milieu de la verge depuis la racine juſqu'au *balanus*. Elle partage cette capacité en deux cavitez, après quoi le muſcle creux ſe repliant d'une certaine maniere, forme encore deux cavitez ſituées ſous les premieres à côté du *balanus*: C'eſt dans ces quatre cavitez que ſont renfermées les bourſes qui contiennent le Caſtoreum: mais avant que de paſſer outre, il eſt bon de parler de l'ouverture commune. C'eſt une capacité d'environ deux pouces en tout ſens lorſqu'elle eſt bien gonflée dans laquelle aboutiſſent les bourſes du Caſtoreum, l'urétre, l'anus & le vagin dans les femelles. Elle eſt éloignée d'environ 3 pouces de la racine de la queue, & de 4 pouces

ces de l'os pubis, noirâtre & bordée d'un poil assez fin qui ne ressemble point à celui du reste du corps.

La verge tient par sa racine à la levre inferieure de l'os pubis. Delà elle perce la membrane de la cloaque dans l'endroit où les bourses superieures communiquent. Cette membrane est collée circulairement à l'insertion du *balanus*, comme le diaphragme l'est à l'ésophage. La partie inferieure de la verge qui est longue d'environ deux pouces & demi, est contenue dans la cavité supérieure du muscle creux dans l'endroit où il se separe en deux cavitez; de sorte que le *balanus* qui est long de près d'un pouce & demi, se trouve tout-à-fait dans le cloaque situé entre les issues des bourses tant superieures qu'inferieures. Le Castor approche la femelle par devant, tant à cause de la situation de l'ouverture commune, qu'à cause de la longueur & de l'inflexibilité de la queue. Un Chasseur a assuré M. *Sarrasin* qu'il avoit tué d'un coup de fusil un Castor mâle & une femelle accouplez dans cette situation.

Le *balanus* qui est tout-à-fait semblable à celui des chiens, est couvert d'une peau chagrinée. On découvre dans le corps de la verge un os de figure pyramidale, dont la base est attachée au corps caverneux, & qui est long d'environ 15 lignes.

Sous l'origine de la verge se trouvent deux corps gros comme une noix attachez au corps caverneux. Ces deux corps sont composez de vesicules fort délicates qui se gonflent dans le temps de la copulation par le moyen de plusieurs vaisseaux sanguins qui forment une espece de capsule à l'uretre.

On

On trouve au même endroit deux glandes ovales, longues d'environ 10 lignes ſur trois ou quatre lignes d'épais. Leurs vaiſſeaux excretoires qui ſont gros comme un ſtilet ordinaire & longs de plus de 12 ou 15 lignes, s'ouvrent dans l'uretre environ un pouce avant dans la verge. La ſubſtance de ces glandes eſt ferme & contient une liqueur huileuſe & griſâtre, qui peut-être ſert à défendre le canal de l'uretre de l'acreté des urines. Les rats en ont de pareilles, excepté qu'elles ſont rondes.

Les parties de la génération de la femelle du Caſtor ſont ſemblables à celles des femelles des lapins, des lievres, des rats. Le vagin de celles de Caſtor a cinq pouces de long. Il n'eſt pas renfermé non-plus que l'uretre dans la cavité ſuperieure du muſcle creux comme l'eſt la verge du mâle; mais ce vagin a ſon ouverture dans la cloaque.

On aſſure que les femelles portent 4 mois, & qu'elles font juſqu'à 5, 6 & 8 petits: cependant on ne leur en trouve jamais plus de 4. M. *Sarraſin* l'a verifié dans celles qu'il a ouvertes.

Les Caſtors femelles ont 4 mammelles, deux ſituées ſur le grand pectoral, ainſi que celles des femmes entre la 2 & la 3 de vraies côtes, & les deux autres au col environ 4 doigts plus haut que les premieres.

Les anciens qui ne diſſequoient pas avec beaucoup de ſoin, ne s'appercevoient pas des teſticules du Caſtor, parcequ'ils ſont fort petits, & qu'ils ſont ſituez dans les aînes. La groſſeur, la ſituation & la figure des bourſes leur impoſoit. Meſſieurs de l'Academie Royale des Sciences ont les premiers démêlé ces parties avec exactitude.

Les bourſes qui ſont contenues dans les cavitez ſuperieures du muſcle creux, & que l'on appellera dans la ſuite bourſes ſuperieures, contiennent une matiere reſineuſe: mais celles qui ſont dans les cavitez inferieures, & que l'on nommera pour cela bourſes inferieures, y ſont aſſemblées par paquets renfermées ſous une membrane commune, & remplies d'une matiere huileuſe. Les ſuperieures ſont doubles, & reſſemblent aſſez bien à une beſace, dont chaque poche qui eſt d'environ trois pouces de long ſur un pouce & demi de large dans le fond, ſe trouve placée l'une à droit & l'autre à gauche de la verge. Ces bourſes décrivent un demi-cercle en approchant de la verge, & ſe rétreciſſent peu à peu juſqu'à leurs ouvertures, leſquelles ſont d'environ un pouce, & répondent dans la cloaque.

On remarque trois membranes dans la tiſſure de ces bourſes. La premiere eſt ſimple, mais très-ferme. La ſeconde eſt beaucoup plus épaiſſe, moeleuſe & fort garnie de vaiſſeaux. La troiſiéme eſt particuliere au Caſtor. Elle eſt ſeche comme un vieux parchemin. Elle en a l'épaiſſeur & ſe déchire de même; mais elle eſt tellement repliée ſur elle-même, qu'elle acquiert quand on la dévelope trois fois plus de volume qu'elle n'avoit auparavant. Cette membrane eſt fort liſſe en dehors, gris de perle, marquetée aſſez ſouvent de taches brunes, quelquefois rougeâtres. Elle eſt inégale en dedans, garnie de petits filets auſquels la matiere reſineuſe eſt fort adherente.

Il ſemble que la premiere membrane ne ſert qu'à contenir les bourſes dans leur juſte grandeur. Les vaiſſeaux dont la ſeconde eſt tapiſſée four-

fourniſſent la matiere reſineuſe mêlée avec le ſang. Cette membrane s'inſere dans tous les replis de la troiſiéme, comme la pie-mere entre dans les anfractuoſitez du cerveau. Pour la troiſiéme il y auroit beaucoup d'apparence qu'elle dût ſervir à filtrer la matiere reſineuſe, ſi l'on pouvoit y découvrir des glandes. Il faut les ſuppoſer très-petites, & peut-être que les filets dont on vient de parler en ſont les conduits excretoires.

Cette matiere filtrée s'épaiſſit peu à peu dans les bourſes, & y acquiert la conſiſtence d'une reſine échauffée entre les doigts. On l'appelle communément *Caſtoreum*. Elle conſerve ſa molleſſe plus d'un mois après avoir été ſéparée de l'animal, & ſent mauvais dans ce temps-là, étant griſâtre en dehors & jaunâtre en dedans: enſuite elle perd ſon odeur, elle ſe durcit & devient friable comme les autres reſines: mais il eſt à remarquer qu'elle eſt combuſtible en tout temps. Les bourſes les plus groſſes ne peſent qu'environ deux onces.

Les bourſes inferieures paroiſſent d'abord doubles: l'une eſt à droit, & l'autre à gauche de la cloaque: mais lorſqu'on a découvert la membrane qui les envelope, on en trouve quelquefois 2 ou 3 enſemble. Chaque paquet de ces bourſes eſt long de deux pouces & demi ſur environ 14 ou 15 lignes de diamêtre. Les bourſes ſont arrondies par le fond, & diminuent inſenſiblement en approchant de la cloaque. La plus grande de ces bourſes occupe toute la longueur du paquet; mais elle n'a qu'environ 8 ou 10 lignes de diamêtre. La ſeconde qui n'eſt pas toûjours plus grande que la troiſiéme, n'a pas ordinairement la moitié

du volume de la premiere. Pour la troiſiéme elle eſt le plus ſouvent moindre que les autres.

Ces bourſes outre leur membrane commune en ont chacune 3 propres. La 1 qui eſt d'un tiſſu fort délicat, eſt parſemée de beaucoup de vaiſſeaux. La 2 eſt non-ſeulement plus épaiſſe; mais elle eſt revêtue & comme encroutée de glandes qui paroiſſent conglomerées, & ces glandes ſe répandent par paquets de differentes groſſeurs ſur la ſurface exterieure de cette membrane. On s'apperçoit au milieu de ces paquets de certaines capacitez qui s'oüvrent les unes dans les autres; ſavoir, les plus grandes dans les plus petites, & enfin celles-ci dans la bourſe même par des ouvertures d'une ou deux lignes.

La 3 membrane eſt blanche, & ſi délicate qu'elle ſe déchire comme ſi ce n'étoit qu'une crême épaiſſie ſur la ſurface interieure de la ſeconde. Elle eſt percée aux mêmes endroits que celle-ci, afin de donner paſſage à la liqueur filtrée dans les glandes.

La 1 membrane ſoûtient les vaiſſeaux ſanguins qui fourniſſent la liqueur propre à être filtrée. La 2 & la 3 ſervent à la filtration. Les glandes piquées quoique très-legerement, laiſſent échaper une liqueur huileuſe, & même celle qui eſt dans la bourſe ſe vuide facilement par cette ouverture pour peu qu'on preſſe la bourſe. Cette liqueur eſt jaune pâle, pleine de petits corps ronds ſemblables à ceux que l'on voit dans l'huile d'olive lorſqu'elle commence à ſe figer. Celle du Caſtor dans la ſuite devient parfaitement liquide & de couleur d'ambre.

On ne ſauroit aſſez admirer l'induſtrie de la na-

nature, qui pour empêcher que les petits conduits des bourſes (leſquels ſe dégorgent dans la cloaque à côté du *balanus*) ne ſe bouchent par l'épaiſſiſſement de la liqueur, ou ne ſe deſſechent par l'action de l'air, les a tous garnis d'un poil long d'environ demi pouce. Il eſt attaché par ſa racine dans la bourſe même un peu au delà du conduit; enſuite il en enfile la longueur, & s'avance un peu dans la cloaque.

Toutes ces bourſes tant ſuperieures qu'inferieures ne communiquent point entr'elles. Leurs conduits, comme l'on vient de dire, aboutiſſent dans la cloaque. On ignore l'uſage de ces liqueurs par rapport aux Caſtors. Il n'eſt pas vrai qu'ils s'en ſervent pour exciter leur appetit, lorſqu'il eſt languiſſant. M. *Sarrazin* a nourri un de ces animaux pendant deux ans: mais il n'en a ſû découvrir l'uſage. Il eſt faux que les Chaſſeurs s'en ſervent d'appas pour attirer les Caſtors dans les pieges. On graiſſe avec la liqueur huileuſe les pieges que l'on dreſſe aux animaux carnaſſiers, & qui font la guerre aux Caſtors, comme les Martres, les Renards, les Ours, & ſurtout les Carcajoux. Ces derniers vont attaquer pendant l'hyver les Caſtors dans leurs loges qu'ils briſent bien ſouvent.

Parmi les *Sauvages* les femmes graiſſent leurs cheveux avec l'huile des bourſes de Caſtor; mais elle ſent mauvais, & ne peut être un appas que pour des *Sauvages*.

Du bas ventre il faut paſſer à la poitrine des Caſtors. Cette partie eſt longue d'environ 5 pouces, fort étroite par enhaut, beaucoup plus large vers le bas, fermée par 14 côtes, ſavoir 7 vraies qui ſont fort courtes, & 7 fauſſes qui non-

non-ſeulement ſont beaucoup plus larges, mais qui par devant laiſſent entr'elles une grande diſtance. C'eſt ce qui facilite au Caſtor le moyen de ſe rétrecir aiſément ; car elles ſe peuvent raprocher par la contraction des fibres circulaires du premier muſcle.

Le ſternum eſt compoſé de 5 os aſſez étroits. Le cartilage xiphoïde qui eſt large d'un pouce, eſt rond & fort flexible. Les poumons ont ſix lobes, trois à droit, deux à gauche, & un autre fort petit qui eſt enfermé dans le mediaſtin. Les cartilages annulaires de la trachée artere ſont chacun d'une ſeule piece.

Le cœur eſt long d'environ 2 pouces. Sa baſe a un peu plus d'un pouce & demi de diamêtre. Les ventricules en ſont égaux ; mais l'oreillette droite eſt beaucoup plus petite que la gauche : cependant je ne crois pas pour cela que la quantité de ſang qui tombe dans ce ventricule ſoit moins proportionnée à ſa grandeur ; car la veine-cave inferieure eſt dans cet endroit conſiderablement évaſée, & forme une eſpece de ſac entouré de fibres charnues long & large d'environ un pouce & demi de diamêtre. Ce ſac agit de concert avec l'oreillette droite pour remplir le ventricule droit. Le même ſac eſt plus étroit du côté du foye, où il eſt fermé par 3 valvules ſemblables aux ſigmoïdes qui permettent bien au ſang de pourſuivre ſa route ordinaire, mais qui s'oppoſent à ſon reflux, lequel ſeroit à craindre, puiſque la veine-cave ſuperieure au lieu de s'ouvrir dans l'oreillette, paſſe par derriere & ſe dégorge dans le ſac ; de ſorte que le confluant de ces deux colonnes de ſang ſe rencontrent dans un ſens tout à fait oppoſé, & que la ſous-claviere gauche au lieu

de

de finir ſa route dans la veine-cave ſuperieure, deſcend (en paſſant ſur la branche inferieure de l'aorte) ſous la baſe du cœur, & va s'ouvrir dans le ſac dont on a parlé.

Voici ce que M. *Sarraſin* remarqua de plus ſingulier dans la tête du Caſtor.

1. L'os occipital eſt poſé ſur le derriere de la tête comme une plaque.

2. Il n'y a point de ſinus interieur dans la faux de la dure-mere. Cette membrane diviſe legerement le grand cerveau, ſoûtenue dans ſa ſituation par des oſſelets inſerez dans ſa propre ſubſtance, dont les uns ne ſont que des lames oſſeuſes très-ſolides quoique minces, & les autres qui ſont ronds ont une ligne de diamêtre ſur deux ou trois lignes de long.

3. Le cerveau n'a aucunes anfractuoſitez ſenſibles. On en ſepare la pie-mere comme ſi elle étoit ſimplement couchée ſur un corps uni.

4. Le cervelet eſt relevé de pluſieurs tuberoſitez de differentes figures, qui ſont ſeparées les unes des autres par la pie-mere. Il y en a deux qui ſortent des côtez, & qui ont 4 lignes en tout ſens.

5. Les yeux ſont fort petits, l'ouverture des paupieres n'ayant qu'environ quatre lignes. La cornée eſt ronde, & l'iris d'un bleu foncé.

6. M. *Sarraſin* a remarqué comme une troiſiéme paupiere ſituée dans le grand angle de l'œuil. C'eſt comme un rideau qui couvre la cornée, ou qui la découvre au gré de l'animal.

7. Les deux machoires qui ſont très-fortes & preſque égales, ſont garnies chacune de 10 dents, deux inciſives & huit molaires. Les inciſives ſont ſituées au bout du muſeau: celles d'enhaut ſont longues d'environ 8 lignes, &

celles d'enbas ont environ un pouce de long. Les racines des ſuperieures ont deux pouces & demi de longueur : celles des inférieures en ont plus de trois & ſuivent la courbure des machoires, ce qui leur donne une force prodigieuſe ; auſſi les Caſtors abattent à belles dents de grands arbres.

8. Comme ces animaux vivent le plus ſouvent d'alimens fort ſecs, la nature leur a donné des glandes ſalivales d'une grandeur prodigieuſe. Elles occupent tout le deſſous de la machoire inferieure, le devant du col, & deſcendent juſques ſur les clavicules. Ces glandes ſont couvertes d'un muſcle adherant à la peau, compoſé de deux plans de fibres charnues attachées à la 2, 3 & 4 vertebre du col par un principe charnu, large de 4 doigts. L'un & l'autre de ces plans prenant des routes oppoſées, embraſſent le col vers la trachée artere, ſur laquelle ils croiſent leurs fibres en forme de natte. Celui qui vient du côté droit va vers le gauche s'inſerer par ſon aponevroſe au bras, au pli du coude & à l'avant-bras. L'autre plan va par une route oppoſée s'inſerer de même dans l'autre bras. Ce muſcle tient par enhaut à toute la machoire inferieure, & par enbas il eſt appuyé ſur de la graiſſe & deſcend juſques ſur les clavicules. Son uſage eſt de preſſer les glandes en abaiſſant la machoire, & en approchant les bras de l'animal en même temps qu'il tient entre ſes mains les alimens dont il ſe nourrit.

La queue du Caſtor n'a aucun rapport avec le reſte du corps. Elle paroît approcher de la nature des poiſſons ; car elle eſt couverte d'une peau écailleuſe, ſous laquelle on trouve une

ne graiſſe ferme qui reſſemble aſſez à la chair du Marſouïn, ce qui pourroit ſans doute avoir le plus contribué à faire paſſer le Caſtor pour un amphibie. Les écailles ſont hexagones, épaiſſes de demi-ligne ſur environ trois ou quatre lignes de long, couchées les unes ſur les autres, jointes enſemble par une pellicule fort délicate, enchaſſées dans la peau dont elles ſe ſeparent aiſément après la mort de l'animal. Il ſort d'entre chaque écaille trois ou quatre poils longs d'environ 2 lignes, qui ſont plus frequens dans les côtez de la queue qu'ailleurs.

Cette queue eſt mûe par un grand nombre de muſcles dont les uns ſont grands & les autres petits. Les plus grands ſont appuyez ſur les apophyſes tranſverſes de l'os ſacrum: leurs tendons ſont diſtribuez par paquets de 4 ou de 6 enfermez dans des gaines qui les conduiſent le long des vertebres de la queue. Les petits muſcles ont leurs tendons collez & confondus avec ceux des premiers.

Le Caſtor étant deſtiné à des ouvrages de maçonnerie, coupe le bois avec ſes dents, amollit & gache la terre glaiſe avec ſes pieds. Sa queue ne lui ſert pas ſeulement de truelle, mais d'auge pour porter le mortier; ainſi il étoit néceſſaire qu'elle fût écailleuſe, garnie de graiſſe & de pluſieurs muſcles.

Les pieds de devant ſont ſemblables aux pieds des animaux qui comme lui aiment à ronger, & qui tiennent ce qu'ils mangent entre leurs pattes, comme les rats, les écureuils. Les pieds de derriere n'y ont aucun rapport, & reſſemblent à ceux des oiſeaux de riviere, qui ſont garnis de membranes entre

les doigts, comme ſont ceux des oyes & des canards. Ainſi le Caſtor eſt propre à marcher ſur la terre, & à nager dans les eaux. Depuis le bout du nez juſqu'aux cuiſſes, il eſt ſemblable à un rat: mais depuis les cuiſſes juſqu'à la queue il reſſemble aſſez aux oiſeaux de riviere qui ont les pieds plats.

M. *Sarraſin* a joint à l'Anatomie du Caſtor pluſieurs choſes qui regardent leur genre de vie.

1. Lorſque les grandes inondations ſont paſſées, les femelles retournent à leurs logemens pour y mettre bas. Les mâles tiennent la campagne juſqu'aux mois de Juin & de Juillet, & ne reviennent chez eux que lorſque les eaux ſont tout-à-fait baſſes. Alors ils réparent les deſordres que les inondations ont faites à leurs logemens, ou ils en font de nouveaux. Ils changent de lieu pour trois principales cauſes. 1. Lorſqu'ils ont conſommé les alimens qui étoient à leur portée. 2. Quand la compagnie eſt trop nombreuſe. 3. Quand les Chaſſeurs les inquietent trop.

2. Pour établir leur demeure, ils choiſiſſent un endroit abondant en vivres, arroſé d'une petite riviere & propre pour y faire un lac. Ils commencent par y conſtruire une chauſſée de hauteur ſuffiſante pour élever l'eau juſqu'au premier lit de leurs logemens. Si le pays eſt plat & que la riviere ſoit creuſe, les chauſſées ſont longues; mais moins élevées que dans les valons. Ces chauſſées ont dix ou douze pieds d'épaiſſeur dans leurs fondemens, & diminuent peu à peu juſqu'au haut où elles n'en ont ordinairement que deux. Comme ces animaux ont une grande facilité à couper du bois, ils ne l'épargnent pas,

&

& le taillent ordinairement par morceaux gros comme le bras ou comme la cuiſſe, & longs depuis 2 juſqu'à 4, 5 ou 6 pieds. Ils les enfoncent par l'un des bouts fort avant dans la terre & fort proche les uns des autres, les entrelaſſant avec d'autres morceaux plus petits & plus ſouples, dont ils rempliſſent les vuides avec de la terre glaiſe. On continue à meſure que l'eau s'éleve, afin de pouvoir tranſporter plus aiſément les materiaux. On arrête enfin ces ſortes de digues lorſque les eaux retenues peuvent atteindre le premier lit du logement qu'ils doivent faire. Le côté de la chauſſée que l'eau touche eſt en talus, & l'eau qui peſe ſuivant ſa hauteur la preſſe puiſſamment contre terre, le côté oppoſé eſt à plomb. Elles ſont aſſez ſolides pour ſoûtenir les perſonnes qui montent deſſus, & ces animaux ont grand ſoin de les entretenir; car ils réparent les moindres ouvertures avec la terre glaiſe. S'ils s'apperçoivent que les Chaſſeurs les obſervent, ils n'y travaillent que la nuit, ou bien ils abandonnent leur demeure.

3. La chauſſée étant finie, ils travaillent à leurs cabanes, qu'ils fondent toûjours ſolidement ſur le bord de l'eau, ſur quelque petite Iſle, ou ſur des pilotis. Ces logemens ſont ronds ou ovales, & débordent des deux tiers hors de l'eau; mais ils ont la précaution de laiſſer une porte que la glace ne puiſſe pas boucher. Quelquefois ils bâtiſſent la cabane entiere ſur la terre, & font des foſſez de 5 ou 6 pieds de profondeur, qu'ils conduiſent juſqu'à l'eau. Ils employent les mêmes materiaux pour les bâtimens que pour les chauſſées, excepté

que les bâtimens ſont perpendiculaires, & terminez en maniere de dome. Les murailles ont ordinairement deux pieds d'épaiſſeur. Comme leurs dents valent bien les meilleures ſcies, ils coupent tous les bouts de bois qui excedent les murailles, & y appliquent un enduit en dedans & en dehors qui eſt une eſpece de torchis fait avec la terre glaiſe & des herbes ſeches. C'eſt bien dans cette occaſion où ils ſe ſervent de leur queue pour mieux affermir cet enduit.

4. Le dedans de la cabane eſt voûté en anſe de panier, & propre pour loger 8 ou 10 Caſtors. Hors d'œuvre cette maiſon a 8 ou 10 pieds de large ſur 10 ou 12 pieds de long, ſuppoſé que la cabane ſoit ovale: dans œuvre elle a 4 ou 5 pieds de large ſur 5 ou 6 pieds de long. Si le nombre des Caſtors eſt de 15 ou 20 & même de 30, ce qui eſt néanmoins fort rare, le logement eſt grand à proportion, & même il y en a pluſieurs les uns contre les autres. Quelques Miſſionnaires ont aſſuré M. *Sarraſin* qu'on avoit trouvé 400 Caſtors logez dans differentes Cabanes qui communiquoient les unes aux autres. Elles ſont diſpoſées par étages, afin de s'y pouvoir retirer quand les eaux croiſſent. Ils ont auſſi une ouverture ſeparée de leur porte & de l'endroit où ils ſe baignent. C'eſt par cette ouverture qu'ils vont à l'eau rendre leurs excremens.

5. On appelle Caſtors terriers ceux qui ſe logent dans les cavernes pratiquées dans un terrain élevé ſur le bord de l'eau. Ils commencent leur logement par une ouverture qui va plus ou moins avant dans l'eau, ſelon que les glaces peuvent être plus ou moins épaiſſes, &

la

la continuent de cinq ou ſix pieds de long : mais elle n'a de largeur qu'autant qu'il en faut pour y pouvoir paſſer, après quoi ils font un lac de 3 ou 4 pieds en tout ſens, où ils ſe baignent quand il leur plaît. Enſuite ils coupent un autre boyau dans la terre, qui va toûjours en s'élevant par étages, afin de s'y mettre au ſec quand les eaux s'élevent. On trouve quelquefois de ces boyaux qui ont plus de 100 pieds de long. Ces Caſtors couvrent les endroits où ils couchent avec de l'herbe. En hyver ils font des copeaux qui leur ſervent de matelas.

6. Tous ces ouvrages, ſurtout ceux des Caſtors qui vivent dans les pays froids, ſont ordinairement achevez au mois d'Août & de Septembre, qui eſt le temps où il faut commencer à faire des proviſions pour vivre pendant l'hyver. Ils coupent donc le bois par morceaux longs depuis 2 ou 3 pieds juſqu'à 8 ou 10. Les gros morceaux ſont traînez par pluſieurs de ces animaux, les petits par un ſeul, mais par des chemins differens pour ne pas s'embarraſſer les uns les autres. Ils en mettent d'abord une certaine quantité qui flotte dans l'eau, puis ils en placent de nouveaux ſur les premiers, qu'ils entaſſent pieces ſur pieces juſqu'à ce que leur proviſion réponde au nombre des animaux qui ont deſſein de loger enſemble : par exemple, la proviſion pour 8 ou 10 Caſtors eſt de 25 ou 30 pieds en quarré ſur 8 ou 10 pieds de profondeur. Ce bois n'eſt pas entaſſé comme celui de nos chantiers ; mais il l'eſt d'une maniere qui leur permet d'en arracher les morceaux qu'il leur plaît, & ils ne mangent que ceux qui trempent dans l'eau.

Avant que de les manger ils les coupent menu, & les apportent dans l'endroit de la cabane où ils couchent. S'ils les avoient coupez avant que de les mettre dans leur chantier, l'eau les auroit entraînez d'un côté & d'autre.

7. A l'égard de la chaſſe du Caſtor, on la fait depuis le commencement de Novembre juſqu'au mois de Mars & d'Avril, parceque ces animaux ſont bien fournis de poil. On le tue à l'affut, on lui tend des pieges, ou on le prend à la tranche L'affut eſt la maniere la plus ennuyeuſe & la moins aſſurée. La plus commune eſt celle de lui tendre des pieges. Quoique les Caſtors ayent fait leurs proviſions, ils ne laiſſent pas que d'aller de temps en temps dans les bois chercher de nouvelle nourriture. Les Chaſſeurs même qui ſavent qu'ils aiment mieux le bois frais que celui qui eſt flotté, leur en apportent tout près de leurs cabanes, & leur dreſſent des pieges ſemblables à ces quatre de chiffre dont on prend les rats. On plante fort avant dans la terre pluſieurs piquets de trois ou quatre pieds de long, entre leſquels il y a une traverſe fort peſante, élevée d'environ un pied & demi, ſous laquelle on met pour apas une branche de Peuplier longue de 5 ou 6 pieds, laquelle conduit à une autre branche fort petite. Celle-ci répond à la traverſe avec tant de juſteſſe, que le Caſtor a beau remuer la premiere, la traverſe ne tombe que lorſqu'il coupe la petite branche, & il lui en coûte toûjours la vie.

8. Prendre les Caſtors à la tranche, c'eſt faire des ouvertures à la glace avec des inſtrumens tranchans lorſque les glaces n'ont qu'environ un pied d'épais. Les Caſtors ne manquent

pas

pas de venir à ces ouvertures pour reſpirer, & c'eſt-là où on les aſſomme à coups de hache. Il y a des Chaſſeurs qui rempliſſent ces trous avec la bourre de l'épi de *Typha* pour n'être pas vûs par les Caſtors, & alors ils les attrapent par un pied de derriere. S'il y a quelque ruiſſeau près des cabanes, on en coupe la glace en travers pour y tendre un filet bien fort, tandis qu'on va briſer la cabane pour en chaſſer ces animaux, qui ne manquent pas de ſe ſauver dans le ruiſſeau & de donner dans le paneau.

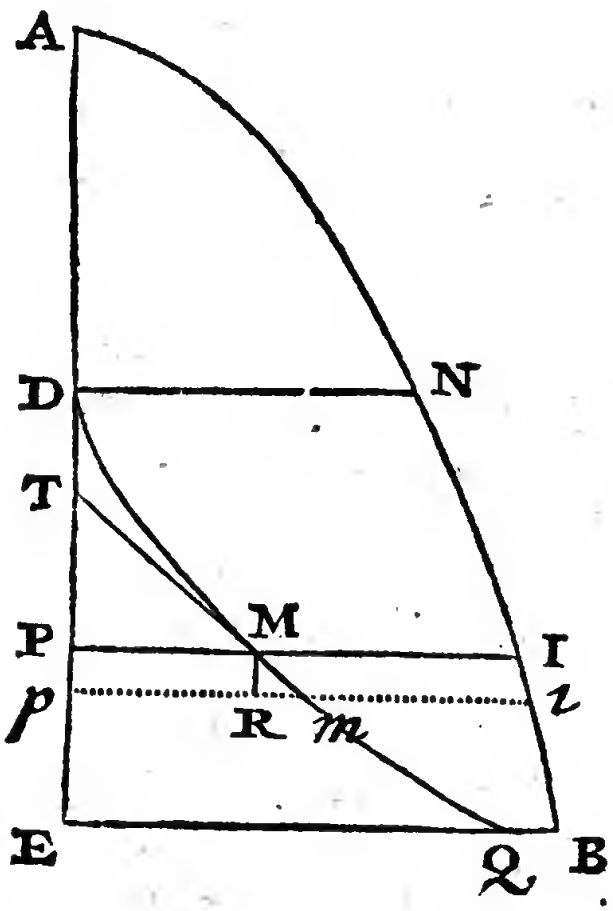
# METHODE POUR LA RECTIFICATION DES COURBES.

Par M. CARRE'.

* M. VANHEURAET nous a donné une maniere de rectifier des Courbes qui m'a paru un peu embarraſſée, car elle ſuppoſe une des regles de M. *Hudde* pour la réduction des Equations: C'eſt ce qui m'a donné occaſion de chercher la même choſe par la methode *des Infiniment petits*, qui eſt beaucoup plus ſimple & plus facile, & qui ne ſuppoſe rien.

Soient deux lignes courbes $NIB$ & $DMQ$ avec la droite $DE$, dont la nature eſt telle qu'ayant mené d'un point quelconque $M$ de la

* 15. Mars 1704.




la Courbe $DMQ$ la tangente $MT$, & $PM$ perpendiculaire ſur $DE$ prolongée juſqu'à ce qu'elle rencontre la Courbe $NIB$ au point $I$, $PT$ ſoit toûjours à $TM$ comme quelque ligne donnée eſt à $PI$. Je dis que l'eſpace $DNBE$ eſt égal au parallelogramme fait de la donnée & d'une ligne égale à la Courbe $DMQ$.

Pour le démontrer ſoit menée une autre ligne $pm$ infiniment proche de $PM$, & $MR$ parallele à $DE$. A cauſe des triangles ſemblables $TPM$, $MRm$; $PT.\ TM :: RM.\ Mm$: Or par la ſuppoſition $PT.\ TM :: a$ (la ligne donnée). $PI$; donc $RM$ ou $Pp.\ Mm :: a.\ PI$.

Donc

Donc le rectangle fait de la donnée par $Mm$ est égal au rectangle de $PI$ par $Pp$, c'est à-dire $Mm \times a = PI \times Pp$. Mais la somme des $Mm$ est égale à la Courbe $DMQ$, & la somme des $PI \times Pp$ est égale à l'espace $DNBE$; donc, &c.

Maintenant soit cette équation générale $a^n y^m = x^p$ qui exprime la nature d'une infinité de Courbes telles que $DMQ$, $m$ marquant une puissance quelconque paire, & $p$ une puissance impaire. Ayant nommé $DP$, $x$; $PM$, $y$; & $PI$, $z$; donc $MR$ ou $Pp = dx$, & $Rm = dy$, on cherchera la valeur de la soûtangente $PT$ que l'on trouve par les regles $= \frac{mx}{p}$; & à cause du triangle rectangle $TPM$, $TM = \frac{mmxx}{pp} + \frac{x^{\frac{2p}{m}}}{a^{\frac{2n}{m}}}^{\frac{1}{2}}$. On aura donc $PT$ $\left(\frac{mx}{p}\right)$. $TM \left(\frac{mmxx}{pp} + \frac{x^{\frac{2p}{m}}}{a^{\frac{2n}{m}}}^{\frac{1}{2}}\right)$ :: la donnée $(a)$. $PI(z)$. D'où l'on tire $zz = aa + \frac{pp}{mm} \frac{x^{\frac{2p-2m}{m}}}{a^{\frac{2n-2m}{m}}}$ qui est un lieu à une infinité d'autres lignes courbes telles que $NIB$, dont la quadrature sert à trouver la longueur des premieres Courbes $DMQ$.

Si $n = 1$, & $m = 2$, $p$ sera $= 3$; car tous les termes d'un lieu géometrique doivent être d'un mê-

même degré, & pour lors l'équation générale $a^n y^m = x^p$ ſe changera en celle-ci $ayy = x^3$ qui exprime la nature de la ſeconde parabole cubique, & l'égalité correſpondante deviendra $zz = \frac{9ax}{4} + aa$ qui eſt un lieu à la parabole ordinaire, dont le ſommet eſt éloigné du point $D$ de $\frac{4a}{9}$, & le parametre $= \frac{9a}{4}$. Or nommant $BE$, $d$; & $AE$, $b$; $DE$ ſera $b - \frac{4a}{9}$, & on trouvera par la methode de la quadrature de la parabole* que la ſomme infinie des $\frac{zdx}{a}$ qui eſt égale à la longueur de la ligne courbe $DMQ$, eſt égale à $\frac{2bd}{3a} - \frac{8}{27}a$.

Si la Courbe $DMQ$ eſt une parabole du premier genre qui ait pour axe $DN$, l'équation générale ſe changera en celle-ci $ay = xx$, car en ce cas $n = 1$, $m = 1$, & $p = 2$, & ſa correſpondante deviendra $zz = 4xx + aa$, d'où l'on tire $xx = \frac{zz - aa}{4}$, qui eſt un lieu à l'hyperbole, dont le centre eſt le point $D$, le parametre $= \frac{1}{2}a$, & l'axe traverſant $= 2a$: Car par la proprieté de l'hyperbole $xx$ (les $x$ repréſentent ici les ordonnées) $zz - aa :: \frac{1}{2}a . 2a$.

Il eſt manifeſte que l'on ne peut trouver géometriquement la longueur de la parabole ſans la quadrature de l'hyperbole, & réciproquement on ne peut trouver la quadrature de l'hyperbole ſans la longueur de la parabole.

NOU-

* Calcul Integral pag. 18.

# NOUVELLE FORMATION DE SPIRALES

*Beaucoup plus differentes entr'elles que tout ce qu'on peut imaginer d'autres Courbes quelconques à l'infini ; avec les Touchantes, les Quadratures, les déroulemens, & les longueurs de quelques-unes de ces Spirales qu'on donne ſeulement ici pour exemples de cette formation générale.*

Par M. VARIGNON.

* DANS les Memoires de 1700. pag. 106. en démontrant les Forces centrales de la Spirale générale de M. de *Fermat*, je dis que j'en avois encore une infiniment plus univerſelle : La voici formée par le moyen d'une Courbe en général, qui dans le détail fournit non-ſeulement toutes les Spirales de M. de *Fermat*, mais encore autant d'autres que cette Courbe générale ſe peut diverſifier en de particuliéres, ſoit géometriques, ſoit méchaniques ; & même en autant d'autres encore que chaque Courbe particuliére peut avoir de poſitions differentes dans l'uſage qu'on en peut faire

* 9. Avril 1704.

faire pour cela, ainſi qu'on le verra dans les exemples qu'on en donnera dans la ſuite.

Cette nouvelle formation de Spirales me vint en penſée dès il y a ſix ans, en faiſant réflexion que celles de M. de *Fermat* (dont la nature eſt d'avoir par tout leurs ordonnées concourantes, ou leurs rayons, en raiſon des puiſſances quelconques des arcs circulaires qui en expriment les révolutions) ne different aucunement de celles qu'on trouveroit en prenant les arcs de révolution en raiſon des ordonnées de Paraboles de tous les genres à l'infini, dont les abſciſſes ſeroient égales aux ordonnées concourantes des Spirales cherchées. Ce fut, dis-je, ce qui me fit penſer à ſubſtituer d'autres Courbes, ou plûtôt une Courbe en général qui les comprît toutes, à la place de ces Paraboles; & j'en vis naître une infinité de genres de Spirales toutes differentes de celles dont je viens de parler : Il y en avoit d'infinies comme celles-là, & de même contour qu'elles; il y en avoit auſſi d'infinies du côté du Pole ou de leur centre, dont les unes étoient encore infinies, & d'autres finies par l'autre bout; il s'en trouvoit de finies de part & d'autre; on en voyoit qui avoient des points d'inflexion, ou de torſes; d'autres revenoient une ou pluſieurs fois ſur elles-mêmes en forme de lacis ou de nœuds; il y en avoit même de rebrouſſées, & cela d'une variété infinie. En voici de toutes ces façons, entre leſquelles ſont ſix Spirales logarithmiques, dont cinq ſont nouvelles.

FOR-

# FORMATION NOUVELLE
## *de Spirales à l'infini.*

I. *Soit en général une Courbe quelconque *IHHV*, appellée *Courbe génératrice* (géometrique ou méchanique, il n'importe), dont les ordonnées ſoient *GH*; ſon axe ou ſon diamêtre *CX*, lequel rencontre en *A* la circonference d'un cercle quelconque *ABYA* appellé *Cercle de révolution*; † ſoit auſſi *CAX* la premiere poſition d'une Regle *CP*, laquelle (fixe au centre de ce cercle) tourne ſuivant *ABY* à meſure que ſe forme une Spirale *0ZAK*, telle que cette Regle la rencontrant en *E*, & le cercle de révolution en *B*, ſi de ſon centre *C* on fait l'arc de cercle *EG* avec l'ordonnée *GH* de la Courbe génératrice *HIIV*; l'on ait par tout la circonference entiere *ABYA* du cercle de révolution, à l'arc *AMB* ou *ABYAMB*, &c. parcouru par le point *B* de la Regle *CP*, comme une droite conſtante quelconque *AD* eſt à l'ordonnée correſpondante *HG* de la Courbe génératrice *HHV*.

Il ſuit de cette génération que les arcs de révolution *AMB* ou *ABYAMB*, &c. ſont toûjours ici entr'eux comme les ordonnées correſpondantes *GH* d'une Courbe quelconque *IHHV*; & que par conſéquent les Spirales ainſi trouvées, ſont infiniment plus générales que tout ce qu'on en a donné juſqu'ici.

II.

* *Comment une même Courbe quelconque peut engendrer une ou pluſieurs Spirales à l'infini.*

† FIG. I.

II. *Pour trouver l'équation universelle qui les exprime toutes à la fois, soit la circonférence du cercle de révolution $ABYA = c$, son rayon $CA = a$; que ses arcs de révolution $AMB$ dans la premiere, $ABYAMB$ ou $c + AMB$ dans la seconde, $2c + AMB$ dans la troisiéme, $3c + AMB$ dans la quatriéme, en un mot $nc$ dans quelque révolution terminée à $B$, que le nombre $n$ (entier ou rompu) puisse signifier, soient les abscisses $= x$ de la Spirale ou plûtôt du cercle de révolution, lesquelles ayent le point $A$ pour origine, & se prennent toutes suivant $AMB$; soient aussi $CE$ ou $CG = y$, $GH = z$, & $AD = b$; soient de plus appellées $s$ les abscisses ou les arcs (pris depuis leur origine) des Courbes qui résultent de ces Spirales déroulées, & $v$ les abscisses des axes de ces mêmes Courbes. On prendra $\int$ & $S$ pour des caracteristiques, dont la premiere $\int$ signifiera *somme* ou *intégrale*, & la seconde $S$ signifiera *sinus*, comme $d$ signifie *differentielle*.

III. †Cela posé, la génération précédente (*art.* 1.) de la Spirale $0ZAK$ donnera par tout $ABYA$ ($c$). $AMB$ ou $ABYAMB$, &c. ($x$) :: $AD$ ($b$). $GH$ ($z$). De sorte que l'équation générale de cette Spirale sera $cz = bx$, dans laquelle il n'y a plus qu'à substituer la valeur de $z$ résultante de la nature donnée de la Courbe $HHV$, ou (ce qui revient au même, & ce qui souvent est plus commode) à substituer au lieu de $z$ sa valeur $\frac{bx}{c}$ dans l'équation de cette Courbe génératrice donnée, du nom de laquelle cette

* *Noms dont on se servira dans la suite.* † *Equation générale des Spirales précédentes.*

te Spirale prendra le ſien : c'eſt-à-dire que cette Spirale s'appellera *Parabolique*, *Hyperbolique*, *Logarithmique*, *Circulaire*, &c. ſelon que ſa Courbe génératrice ſera une *Parabole*, une *Hyperbole*, une *Logarithmique*, un *Cercle*, &c.

## EQUATION GENERALE
### *de Spirales à l'infini.*

$$cz = bx.$$

*Il eſt à remarquer que la même formation de Spirales* (art. 1.) *auroit auſſi donné* $z c^{\pi} = b x^{\pi}$, *ſi l'on eût pris* $\overline{ABYA}^{\pi}$. $\overline{AMB}^{\pi}$ ou $\overline{ABYAMB}^{\pi}$ :: AD. GH. *Mais la précédente équation ſuffit pour tout ce qu'on vient de promettre de cette formation; outre que l'équation précédente eſt quelquefois auſſi générale que celle-ci, ainſi qu'on le verra dans l'art.* 72.

### *COROLLAIRES GENERAUX.*

IV. *La raiſon de *b* à *c* étant (*hyp.*) conſtante, il réſulte de l'équation précédente (*art.* 3.) que les arcs (*x*) de révolution ſuivront toûjours la raiſon des ordonnées *GH* (*z*) correſpondantes de la Courbe génératrice *HHV* de quelque Spirale que ce ſoit, ainſi qu'on l'a déja remarqué ſur la fin de l'article 1. Donc chaque rayon *CE* (*y*) de cette Spirale étant (*art.* 1.) toûjours égal

* *Les arcs de révolution des Spirales précédentes ſuivent toûjours la raiſon des ordonnées correſpondantes de leurs Courbes génératrices, pendant que les rayons de ces Spirales ſuivent de même la raiſon des abſciſſes de ces Courbes génératrices.*

égal à l'abſciſſe correſpondante $CG$ de ſa Courbe génératrice, en prenant $C$ pour leur origine; les rayons $CE$ de chaque Spirale ſuivront toûjours la raiſon des abſciſſes $CG$ de ſa Courbe génératrice, pendant que les arcs ($x$) de révolution ſuivront la raiſon des ordonnées $GH$ ($z$) de cette Courbe. D'où l'on voit en général que pour avoir une Spirale dont les rayons ſuivent telle raiſon qu'on voudra, pendant que les arcs de révolution ſuivront telle autre raiſon qu'on voudra auſſi, il n'y a qu'à lui donner une Courbe génératrice dont les abſciſſes (priſes de l'origine $C$) ſuivent la premiere de ces raiſons, & les ordonnées la ſeconde. D'où l'on voit auſſi déja que la Logarithmique ordinaire doit ainſi engendrer deux Spirales Logarithmiques differentes, ſelon qu'elle aura ſon aſymptote ſur $CX$, ou perpendiculaire en $C$ à cette même $CX$: Dans ce ſecond cas ce ſera la Spirale Logarithmique ordinaire dont les ordonnées ou rayons ($y$) ſont en progreſſion Géometrique, pendant que les arcs de révolution correſpondans ($x$) ſont en progreſſion Arithmetique; & dans le premier cas c'en ſera une autre dont les ordonnées ou rayons ſeront en progreſſion Arithmetique, pendant que les arcs de révolution correſpondans ſeront en progreſſion Géometrique. Et ainſi des autres Courbes qu'on voudra prendre pour génératrices; ce qui donnera toûjours des Spirales dont les rayons ($y$) & les arcs ($x$) correſpondans ſuivront telles raiſons qu'on voudra.

V. *Il ſuit encore de l'art. 3. que chaque Spi-

* *Ces Spirales commenceront toûjours du côté des moindres ordonnées de leurs Courbes génératrices.*

Spirale commencera toûjours du côté de *A* où les $x$ (*hyp.*) commencent, & toûjours à une diſtance du centre *C*, égale à l'abſciſſe *CG* qui répond à la moindre des ordonnées de la Courbe génératrice *HHV*; & par conſéquent à une diſtance infinie de ce centre, ſi cette Courbe génératrice a *CX* pour aſymptote; puiſque $z = o$ rend auſſi $x = o$ dans l'équation générale de l'art. 3. Cela ſe verra dans l'art. 30. n. 1. & dans l'art. 55.

VI. *De quelque maniere que les ordonnées *GH* ($z$) croiſſent ou décroiſſent, ſi celle qui paſſe par le centre *C*, eſt finie, la Spirale y arrivera après un nombre fini de révolutions; puiſque $z$ finie rend auſſi $x$ finie dans l'égalité générale de l'art. 3.

VII. †Mais ſi la Courbe génératrice *HHV* à quelque ordonnée ($z$) infinie, la Spirale fera une infinité de révolutions avant que d'arriver à ſon point *E* correſpondant: De ſorte que ſi cette aſymptote ou ordonnée infinie ($z$) paſſe par le centre *C* de la Spirale, cette Spirale n'y arrivera jamais qu'après un nombre infini de révolutions. Et tout cela parceque $z$ infinie rend auſſi $x$ infinie dans l'équation générale de l'art. 3. On le verra dans l'art. 30. n. 3. & dans l'art. 49.

VIII.

* *La Spirale ne fait qu'un nombre fini de révolutions avant que d'arriver à ſon centre, lorſque ſa Courbe génératrice y a une ordonnée finie.*

† *La Spirale n'arrive à ſon centre qu'après un nombre infini de révolutions, lorſque ſa Courbe génératrice y a une ordonnée infinie, c'eſt-à-dire, une aſymptote pour ordonnée.*

VIII. * L'équation générale $cz = bx$ de l'art. 3. donnant auſſi $ncz = nbx$, il eſt viſible que $z = nb$ donnera toûjours $x = nc$; & par conſéquent quelque nombre entier que $n$ ſignifie, $x$ ſera un pareil multiple de $c$, que $z$ le ſera de $b$, c'eſt-à-dire que $x$ exprimera autant de révolutions complettes que $z$ ($GH$) contiendra de fois $b$ ($AD$). Et comme cette Spirale (quelle qu'elle ſoit) paſſe toûjours par $CX$ au commencement & à la fin de chaque révolution, & qu'elle a toûjours (*art.* 1.) ſon rayon $CE$ ($y$) égal à l'abſciſſe $CG$ terminée par l'ordonnée $GH$ ($z$) correſpondante de ſa Courbe génératrice $HHV$; il ſuit que ce rayon $CE$ ſera alors en $CG$; & qu'ainſi cette Spirale paſſera toûjours par le pied $G$ de chaque ordonnée $GH$ ($z$) multiple de $AD$ ($b$), & qu'elle ſera d'autant de révolutions (en tout) que la plus grande de ces ordonnées $GH$ ($z$) contiendra de fois la droite $AD$ ($b$) : c'eſt-à-dire, d'une infinité de révolutions dans le cercle $ABYA$, lorſque la Courbe génératrice $HHV$ y aura une ordonnée ($z$) infinie. Et de même d'une infinité hors ce même cercle, lorſque les ordonnées $GH$ ($z$) croîtront à l'infini du côté de $X$ ou de $x$. Si l'ordonnée ($z$) infinie étoit à la circonference du cercle de révolution, comme en $A$, la Spirale ſeroit encore d'une infinité de révolutions au dedans ou au dehors de ce cercle, ſelon que l'accroiſſement des ordonnées de la Courbe génératrice en viendroit.

IX.

* *La Spirale paſſera toûjours par le pied* G *de chaque ordonnée* GH *multiple de ſon paramètre* A D.

IX. *Il ſuit de cet art. 8. que ſi après avoir diviſé la plus grande ordonnée $XV$ ou $CV$ de la Courbe génératrice $HHV$, en parties $XR$, $RS$, $ST$, &c. ou $CR$, $RS$, $ST$, &c. égales à $AD$, on fait †$RH$, $SH$, $TH$, &c. toutes paralleles à $CX$‡, leſquelles aillent rencontrer la Courbe génératrice $HHV$ en autant de points $H$, deſquels ſoient faites les ordonnées $HG$ de cette Courbe: la Spirale (quelle qu'elle ſoit) coupera l'axe $CX$ en tous les points $G$ de ces ordonnées; les abſciſſes correſpondantes $CG$ en ſeront les rayons à la fin de chaque révolution complette; & leurs parties $GG$ ſeront les differences de ces rayons. De ſorte que la nature de la Courbe $HHV$ étant donnée, il n'y aura qu'à ſubſtituer $nb$ au lieu de $z$ dans ſon équation, & la valeur de $y$ qui en réſultera, ſera celle du rayon $CG$ où ſe terminera la révolution marquée par le nombre que $n$ ſignifiera. Et en prenant $n$ pour un nombre moindre ou plus grand d'une unité que celui-là, la valeur de $y$, qui en réſultera, ſera auſſi celle du rayon $CG$ où ſe terminera la révolution immédiatement précédente ou immédiatement ſuivante. Ainſi la difference de ces deux valeurs de $y$, ſera la valeur de la difference de ces deux rayons $CG$. De même en général, quelle que ſoit la difference de ces deux valeurs de $n$, celle des $y$, qui en réſultera, ſera auſſi celle des rayons $CG$ où ſe terminent les révolutions marquées par ces differentes valeurs de $n$.

*Tout*

* *Maniere de trouver en quels points la Spirale doit rencontrer ſon axe.*

† FIG. II. ‡ FIG. III.

*Tout cela ſervira dans la ſuite pour trouver les valeurs des couches differentes des eſpaces ſpiraux.*

X. *Il ſuit encore de l'art. 8. qu'en prenant $AD$ ($b$) pour l'ordonnée ($z$) qui paſſe par $A$ dans chaque Courbe génératrice $HHV$, la Spirale qui en ſera engendrée comme ci-deſſus (*art.* 1.) paſſera alors par $A$, ſoit pour ſortir du cercle de révolution, ou pour y entrer, le point $A$ ſe trouvant alors un des points $G$ du précédent art. 9. De ſorte que de quelque nature que ſoit cette Spirale †, elle n'aura jamais plus d'une révolution du côté qu'elle aura commencé, ſoit au dedans ou au dehors du cercle $ABYA$, tant que les ordonnées $GH$ ($z$) de ſa Courbe génératrice $HHV$ iront en diminuant depuis $D$, ſoit du côté de $C$, ou du côté de $X$; & ſi elles vont en diminuant de part & d'autre depuis $D$, la Spirale n'aura tout au plus que deux révolutions, une de chaque côté de $AD$: encore faudra-t-il pour les rendre complettes, que ces ordonnées diminuent de part & d'autre juſqu'à zero ſans paſſer outre. Mais ſi ces ordonnées ($z$) vont en augmentant de part & d'autre depuis $D$, la Spirale aura autant de révolutions de chaque côté de $AD$, que cette droite ſera contenue de fois dans la plus grande des ordonnées $HG$ ($z$) qui s'y trouveront.

XI. ‡ Juſqu'ici nous n'avons fait mention que des Spirales engendrées par des Courbes dont toutes les ordonnées n'étoient que d'un ſeul

* *Quand la Spirale doit ſortir de ſon cercle de révolution ou y entrer, & ce qu'elle doit faire de révolutions auparavant.* † FIG. IV. V. ‡ *Spirales dont les Courbes génératrices ont des ordonnées de part & d'autre de leurs centres.*

ſeul côté du centre *C* de ces Spirales. Mais ſi l'on veut que la Courbe génératrice *HHV* ſoit placée de maniere qu'elle ait des ordonnées *HG* de part & d'autre de ce centre *C*, ou (ce qui revient au même) que ce centre ſoit ſur l'axe *AX* de cette Courbe entre ſes ordonnées, comme dans les Fig. 6. 7. il n'y a qu'à concevoir cette même Courbe *HHV* comme diviſée par ſon ordonnée *CS* en deux autres Courbes génératrices *SHL*, *SHV*, & dire de chacune d'elles ce qu'on a dit juſqu'ici de la même: en concevant les deux portions de Spirales *KZC*, *CORQ*, comme deux differentes Spirales dont *LHS*, *SHV*, ſont les Courbes génératrices. Il faut, dis-je, chercher ſur *CP* prolongée du côté de *P*, & non du côté de *C* (*Cp* n'en eſt qu'une poſition) ſuivant les articles précédens quelle Spirale *KZC* doit réſulter de la Courbe génératrice *LHS*, & de même quelle autre Spirale *CORQ* doit auſſi réſulter de l'autre Courbe génératrice *SHV*; concevoir enſuite ces deux Spirales comme n'en faiſant qu'une ſeule *KZÇORQ*: ce ſera la Spirale entiere que doit engendrer toute la Courbe *LHV*. On trouvera de même toute autre Spirale engendrée par quelque Courbe *HHV* que ce ſoit, à quelque endroit de ſon axe *AX* que le centre *C* de la Spirale ſoit ſuppoſé.

XII. * Il ſuit des art. 6. & 7. que ces Spirales, auſſi-bien que celles dont les Courbes génératrices n'ont d'ordonnées que d'un côté de leurs centres paſſeront toutes par ces mêmes centres, chacune par le ſien, tant que leurs Cour-

* *Quand les Spirales doivent paſſer par leurs centres; quand elles doivent s'y rebrouſſer, & de quelle maniere.*

Courbes génératrices y auront des ordonnées ; & jamais, tant qu'elles n'y en auront point, comme lorſque le centre de la Spirale engendrée par une ou par deux hyperboles oppoſées, ſe trouve ſur ſon axe tranſverſe entre leurs ſommets. Ce cas des Spirales ainſi engendrées par des Courbes dont aucune des ordonnées ne paſſeroit par leurs centres, n'a aucune difficulté particuliere: elles ſe trouveront comme celles des articles précédens, ſoit que leurs Courbes génératrices ayent des ordonnées de part & d'autre de leurs centres, ſoit qu'elles n'en ayent que d'un côté ſeulement. Et là il eſt encore à remarquer que tant que ces Courbes génératrices auront des ordonnées continues d'un côté à l'autre du centre $C$, les Spirales qui en naîtront, s'y rebrouſſeront toûjours, le premier rayon de leur retour ſe confondant avec le dernier de leur arrivée en ce point ; ce qui n'en fait qu'une ſeule touchante $C\Upsilon$ (Fig. 6. & 7.) des deux portions de la Spirale $ZC$ & $C0$ qui s'y terminent, laquelle touchante $C\Upsilon$ aura ſa poſition dépendamment du rapport de $AD$ à $CS$. Pour ce qui eſt de ce rebrouſſement en $C$, il ſera de convexitez oppoſées $ZC$, $C0$, ſi les ordonnées de la Courbe génératrice continuent de croître ou de décroître d'un côté à l'autre de celle qui paſſe par le centre $C$ ; mais les convexitez & concavitez en ſeront tournées en même ſens, dès que ces ordonnées croîtront ou décroîtront de part & d'autre de celle qui paſſe par ce centre. Cette ſeconde eſpece de rebrouſſement ſe trouvera même par tout où les ordonnées des Courbes génératrices $HHV$, feront des *plus grands*, ou des *plus petits*, de part & d'autre deſquels ces Courbes s'é-

s'étendent: c'eſt-à-dire, par tout où ces Courbes auront des ordonnées compriſes entre d'autres qui depuis elles aillent de part & d'autre en croiſſant ou en diminuant, comme dans la Fig. 8.

*Il y auroit encore bien des Remarques à faire ſur ce général; mais en voilà aſſez pour à préſent: voyons-en donc ſeulement quelques uſages.*

## EXEMPLE I.

XIII. * Concevons que la Courbe génératrice *H H V* ſoit une des Paraboles à l'infini, dont l'équation générale ſoit (ſuivant les noms de l'art. 2.) $z\,a^{m-1} = y^m$, ou $z = \frac{y^m}{a^{m-1}}$, ayant *C X* pour axe interieur ou exterieur ſelon l'exigence de *m*, & l'origine des *y* en *C*. Si l'on ſubſtitue cette valeur de *z* dans l'équation générale de l'article 3. l'on aura $\frac{y^m}{a^{m-1}} = \frac{b\,x}{c}$, ou $c\,y^m = b\,x\,a^{m-1}$ pour celle de toutes les Spirales † paraboliques à l'infini, reſultante de cette poſition de la Parabole générale *H H V*; d'où (en prenant *A D* pour une ordonnée de cette Parabole générale *H H V*) l'on aura auſſi $c\,y^m = x\,a^m$ pour l'équation générale de toutes ces Spirales paraboliques, à cauſe qu'en *A* (*art.* 2.) ayant *G H* (*z*) = *A D* (*b*), & *C E* (*y*) = *C B* =

* *Spirales paraboliques générales de M. de* Fermat, *appellées ici* vertico-centrales *pour les diſtinguer de tout ce qu'on peut encore trouver d'autres Spirales paraboliques.* † FIG. IV.

$= CA$ $(a)$, l'équation parabolique $z = \frac{y^m}{a^{m-1}}$ donne $b = a$. De ſorte que ſi l'on prend $m = \frac{q}{p}$, l'on aura de même $cy\frac{q}{p} = xa\frac{q}{p}$, ou $cp\,yq = xp\,aq$, pour l'équation de toutes ces mêmes Spirales paraboliques, laquelle eſt la même que ſi on les eût formées à la maniere de M. de *Fermat* en prenant par tout $cp.\ xp :: aq.\ yq$.

*Pluſieurs autres Spirales paraboliques pouvant encore naître de la Parabole génératrice* H H V *dont il s'agit ici, ſelon la variété des points de ſon axe où leur centre ſe peut trouver; nous appellerons celles-ci* Spirales paraboliques vertico-centrales, *à cauſe qu'elles ont leur centre au ſommet de leurs Paraboles génératrices. Voici les tangentes de ces Spirales, leurs déroulemens en Paraboles, leurs longueurs, & leurs eſpaces entiers & par couches répondantes à tel nombre de révolutions & à telle révolution particuliere qu'on voudra.*

XIV. * Pour trouver la Tangente $ET$ requiſe à tel point $E$ qu'on voudra de la Spirale $C0ZAK$, ſoit $CT$ perpendiculaire à $CP$, & qui rencontre cette Tangente en $T$; ſoit de plus $Cp$ indéfiniment proche de $CP$, laquelle rencontre la Spirale en $e$, le cercle en $b$, & l'arc concentrique $GE$ en $F$. Cela fait, on aura $CB$ $(a).\ CE\,(y) :: Bb\,(dx).\ EF = \frac{y\,dx}{a}$. Et de plus $Fe\,(dy).\ EF\left(\frac{y\,dx}{a}\right) :: CE\,(y).\ CT = \frac{yy\,dx}{a\,dy}$. Mais

* *Expreſſion générale des ſoûtangentes de ces Spirales paraboliques* vertico-centrales *de tous les genres.*

Mais l'équation $cy^m = xa^m$ de l'art. 13. donne $dx = \frac{mcy^{m-1}dy}{am}$. Donc en ſubſtituant cette valeur de $dx$ dans la précédente valeur de $CT$, l'on aura $CT = \frac{mcy^{m+1}}{am+1}$ (à cauſe de $cy^m = xa^m$) $= \frac{mxy}{a}$. De ſorte que $\frac{mxy}{a}$ ſera l'expreſſion générale des ſoûtangentes de toutes les Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini.

Et là il eſt à remarquer que quelque portion de circonference circulaire (décrite du rayon $CB = a$, ou parcourue par le point $B$ de la Regle mobile $CP$) que $x$ ſignifie ſuivant l'art. 2. l'on aura toûjours $\frac{xy}{a}$ pour une ſemblable quantité de circonference circulaire décrite du rayon $CE = y$, ou par le point de cette Regle, qui paſſe par celui d'attouchement dont il eſt ici queſtion. Ainſi en général les ſoûtangentes $CT$ de ces Spirales paraboliques ſeront toûjours à ces quantitez correſpondantes $\frac{xy}{a}$ de circonferences circulaires : : $m$. 1.

XV. * Delà, ſi l'on ſuppoſe $x = nc$, quelque nombre de révolutions complettes ou incomplettes que $n$ ſignifie; l'art. 8. donnant alors $nb = z$ (*art.* 13.) $= \frac{y^m}{a^{m-1}}$, ou $y = \sqrt[m]{nba^{m-1}}$ (*art.*

* *Autre expreſſion générale des mêmes ſoûtangentes.*

(*art.* 13.) $= n a^{\frac{1}{m^m}} = a n^{\frac{1}{m}}$, la ſubſtitution de ces valeurs de $x$ & de $y$ dans l'expreſſion générale $CT = \frac{m x y}{a}$ des ſoûtangentes de toutes ces Spirales paraboliques, trouvée dans le précédent art. 14. donnera auſſi $CT = \frac{m n c a n^{\frac{1}{m}}}{a}$ $= m c n^{\frac{1}{m}+1} = m c n^{\frac{m+1}{m}}$ pour l'expreſſion générale des ſoûtangentes qui ſe trouvent à la fin de tel nombre de leurs révolutions complettes ou incomplettes, qu'on voudra faire ſignifier à $n$. D'où l'on voit que toutes ces ſoûtangentes ſont comme les $m n^{\frac{m+1}{m}}$ qui (multipliées par $c$) les expriment, quelque difference que les diverſes valeurs de $m$ puiſſent apporter entre les Spirales auſquelles elles appartiennent; & que dans la même de toutes ces Spirales, quelle qu'elle ſoit, ces ſoûtangentes ſont toûjours comme les $n^{\frac{m+1}{m}}$ correſpondans.

Ainſi, par exemple, dans la Spirale d'*Archimede* qui donne $m = 1$, toutes ces ſoûtangentes ſeront entr'elles comme les $n^2$, c'eſt-à-dire, comme les quarrez des nombres des révolutions complettes ou incomplettes qui leur répondent. De ſorte que toutes celles de ces ſoûtangentes, dont les points d'attouchement correſpondans ſe trouveront à la fin des révolutions complettes de ces Spirales, ſeront entr'elles comme 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, &c. c'eſt-à-dire, comme les quarrez des nombres naturels,

rels, ſelon que le nombre $n$ de ces révolutions ſera 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c.

De même ſi l'on ſuppoſe $m = 2$, comme lorſque la Parabole génératrice $HHV$ eſt une Parabole ordinaire d'*Archimede* ou d'*Apollonius*; on trouvera auſſi que toutes les ſoûtangentes qui ſe trouvent à la fin des révolutions complettes ou incomplettes de la Spirale qui en réſulte, ſeront entr'elles comme les $n^{\frac{3}{2}}$, ou $\sqrt{n^3}$, qui leur répondent; c'eſt-à-dire, comme les racines quarrées des cubes des nombres de ces révolutions. De ſorte que toutes celles de ces ſoûtangentes qui ſe trouvent à la fin des révolutions complettes de cette Spirale, ſeront entr'elles comme les racines quarrées $\sqrt{1}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{64}$, $\sqrt{125}$, $\sqrt{216}$, $\sqrt{343}$, &c. des cubes des nombres naturels, ſelon que le nombre $n$ de ces révolutions complettes ſera 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c. Et ainſi de pareilles ſoûtangentes de toutes les autres Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini, ſelon les valeurs differentes qu'on peut donner à $m$.

XVI. *Si préſentement on veut ſavoir quel rapport toutes ces ſoûtangentes $CT$ des Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini, doivent avoir aux circonferences circulaires qui (concentrique à ces Spirales) paſſent par leurs points d'attouchement $E$ correſpondans, quelque nombre de révolutions complettes ou incomplettes que $n$ puiſſe ſignifier depuis l'origine de ces Paraboles juſqu'à ces points d'attou-

* *Rapport général des mêmes ſoûtangentes aux circonferences des cercles circonſcrits, c'eſt-à-dire, décrits du centre des Spirales par leurs points d'atouchement.*

touchement ; il n'y a qu'à conſiderer que puiſque (*art.* 15.) le rayon $C E (y)$ de chacun de ces cercles, eſt en général $= a n^{m}$ , l'on aura de même en général ſa circonference $= c n^{m}$ à cauſe de $a n^{m} . c n^{m} :: a . c .$ qui eſt (*art.* 2.) le rapport du rayon du cercle $ABYA$ à ſa circonference. Car ayant déja (*art.* 15.) $m c n^{m}$ pour l'expreſſion générale des ſoûtangentes qui leur répondent, l'on aura auſſi en général chacune de ces ſoûtangentes $CT$ à la circonference du cercle décrit du centre $C$ par le point d'attouchement $E$ correſpondant : : $m c n^{m} \cdot c n^{m} :: m n . 1$. c'eſt-à-dire, comme le produit du degré ($m$) de la Parabole génératrice $HHV$, par le nombre ($n$) des révolutions, eſt à l'unité : quels que ſoient ces nombres $m$ & $n$, entiers ou rompus, il n'importe.

XVII. * Donc ſi l'on prend $n$ pour un nombre entier quelconque, lequel par conſéquent exprime autant de révolutions complettes qu'on lui voudra ſuppoſer d'unitez ; on trouvera de même en général que chaque ſoûtangente $CT$ à la fin de quelque révolution complette que ce ſoit, des Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini, doit toûjours être à la circonference du cercle qui paſſe par le point d'attouchement correſpondant $E$, lequel ſe trouve alors

* *Le même rapport pour le cas des Touchantes à la fin de telle révolution complette qu'on voudra.*

lors ſur l'axe *A X*, c'eſt-à-dire, à la circonference du cercle circonſcrit à cette révolution : : *m n*. 1. De ſorte que ce ſera comme *m*, 2*m*, 3*m*, 4*m*, 5*m*, 6*m*, 7*m*, &c. à l'unité, ſelon que le nombre *n* des révolutions complettes en queſtion, ſera 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c. quel que puiſſe être le degré *m* de ces Spirales à l'infini.

Ainſi dans la Spirale, par exemple, d'*Archimede*, laquelle donne $m = 1$, & qui par là fait auſſi que chaque ſoûtangente de cette Spirale à la fin de tel nombre *n* qu'on voudra, de ſes révolutions complettes, doit toûjours être à la circonference du cercle circonſcrit, ou qui paſſe par le point d'attouchement correſpondant : : *n*.1. c'eſt-à-dire, comme le nombre des révolutions complettes qui (*hyp.*) s'y termine, eſt à l'unité; la ſoûtangente qui répond à la fin de la premiere révolution de cette Spirale d'*Archimede*, ſera égale à la circonference du cercle qui paſſe par-là, & qui a le même centre que cette Spirale, c'eſt-à-dire, du cercle *A B Y A* circonſcrit à cette premiere révolution qui (*art.* 9. & 13.) finit en *A*; la ſoûtangente qui répond à la fin de la ſeconde révolution, ſera double du cercle circonſcrit à cette ſeconde révolution; celle qui répond à la fin de la troiſiéme révolution, ſera triple de la circonference circulaire pareillement circonſcrite; à la fin de la quatriéme, elle en ſera quadruple; à la fin de la cinquiéme, elle en ſera quintuple; & ainſi à l'infini: c'eſt-à-dire en général que la ſoûtangente de la Spirale d'*Archimede* à la fin de tant de révolutions complettes qu'on voudra, ſera toûjours à la circonference du cercle circonſcrit, ou qui (concentrique à cette Spirale) paſſe par ſon point d'attouchement correſpondant, comme ce

nombre de révolutions ſera à l'unité. Ce qui fait voir que toute la doctrine d'*Archimede* ſur les Tangentes des Spirales, compriſe dans les vingt premieres propoſitions du Traité qu'il en a fait, n'eſt qu'un Corollaire très-limité de celle-ci, dont un plus grand détail ſeroit également facile pour toutes les autres valeurs de $m$ à l'infini.

XVIII. * Voilà (*art.* 15. 16. & 17.) pour le rapport général des ſoûtangentes $CT$ de toutes les Spirales paraboliques vertico-centrales entr'elles & aux circonferences circulaires qui, concentriques à ces Spirales, paſſent par leurs points d'attouchement $E$ correſpondans. Voici préſentement celui de toutes ces mêmes ſoûtangentes à la circonference du cercle $ABYA$ circonſcrit (*art.* 9. & 13.) à la ſeule premiere révolution complette de ces Spirales. Les art. 15. & 2 le donneront auſſi en général $:: mcn^{\frac{m+1}{m}} . c :: mn^{\frac{m+1}{m}}$. quels que ſoient les nombres $m$ & $n$, entiers ou rompus, il n'importe: c'eſt-à-dire, pour toutes les Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini, que chacune de leurs ſoûtangentes à la fin de telle révolution complette ou incomplette qu'on voudra faire ſignifier à $n$, ſera toûjours à la circonference du cercle $ABYA$ circonſcrit à la premiere de leurs révolutions $:: mn^{\frac{m+1}{m}} 1$.

Ainſi la Spirale, par exemple, d'*Archimede*, don-

* *Rapport des mêmes ſoûtangentes repriſes en général, à la circonference du ſeul cercle circonſcrit à la premiere révolution complette des Spirales touchées en quelque endroit que ce ſoit.*

donnant $m=1$, elle aura par tout chacune de ſes ſoûtangentes $CT$, à la circonference du cercle $ABTA$ circonſcrit à la premiere révolution : : $n^2$. 1. c'eſt-à-dire, comme le quarré du nombre ($n$) de ſes révolutions compriſes entre ſon centre $C$ & ſon point d'attouchement $E$ correſpondant, eſt à l'unité. D'où l'on voit que toutes celles de ces ſoûtangentes dont les points d'attouchement correſpondans ſe trouveront à la fin des révolutions complettes de cette Spirale, doivent être à la circonference du cercle $ABTA$ circonſcrit à ſa premiere révolution, comme les quarrez des nombres naturels 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, &c. à l'unité, ſelon que le nombre $n$ des révolutions complettes ſera 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c. Ce qui s'accorde parfaitement avec les art. 15. & 17.

On trouvera de même tous les rapports que les ſoûtangentes qui répondent à la fin de tel nombre de révolutions complettes ou incomplettes qu'on voudra faire ſignifier à $n$ dans tout ce que les differentes valeurs de $m$ peuvent exprimer d'autres Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini, doivent avoir à la circonference du cercle $ABTA$ circonſcrit à la premiere revolution de chacune de ces Spirales ; ainſi nous ne nous arrêterons pas davantage à leurs Tangentes. Paſſons à leurs Eſpaces.

XIX. * Quant aux Eſpaces que ces Spirales paraboliques comprennent, on a vû (*art.* 14.) que $EF=\frac{y\,dx}{a}=\frac{m\,c\,y^m\,dy}{a^{m+1}}$ ; & qu'ainſi le triangle

* *Somme des couches d'eſpace compriſes les unes ſur les autres entre les Spirales paraboliques vertico-centrales depuis leur centre juſqu'à tel de leurs rayons qu'on voudra.*

gle élementaire $ECF$ ou $ECe = \frac{mcy^{m+1}dy}{2a^{m+1}}$.

Donc, en integrant, l'on aura $\frac{mcy^{m+2}}{2m+4\times a^{m+1}}$, ou (à cauſe de l'équation $cy^m = xa^m$ de l'art. 13.) $\frac{mxyy}{2ma+4a}$ pour tout ce que ces triangles forment de couches d'eſpace les unes ſur les autres, entre ces Spirales & leur rayon $CE$ $(y)$, ſelon (*art.* 2.) que $x$ eſt moindre, égale, ou plus grande que $c$. Par conſéquent cette ſomme de couches d'eſpaces ſpiraux, doit être à un pareil nombre de couches d'eſpaces circulaires compris dans le ſecteur ou produit $\frac{xyy}{2a}$ (fait de ce rayon $CE$ $(y)$, & d'un arc $\frac{xy}{a}$ décrit de ce même rayon & ſemblable à $x$) : : $m$. $m+2$.

XX. * On peut encore trouver ces eſpaces ſpiraux en déroulant leurs Spirales à la maniere de M. *Bernoulli* Profeſſeur à *Groningue*, rapportée dans les *Actes de Leipſic* de 1691. pag. 16. & 17. par M. ſon frere Profeſſeur à *Bâle*. Pour cela ſoit $CQ$ perpendiculaire en $C$ ſur $CX$ prolongée vers $x$, & qui ſoit rencontrée en $Q, q$, par les arcs de cercles $EQ$, $eq$, décrits du centre $C$, & des rayons $CE$, $Ce$. Imaginons enſuite une Courbe $CLI$ dont les appliquées $QL$, $ql$, paralleles à $Cx$, & (*hyp.*) indéfiniment proches l'une de l'autre, ayent $RL = EF$ (*art.* 14.) $= ydx$

* *Déroulement de ces Spirales en Paraboles plus élevées d'un degré que leurs Paraboles génératrices.*

$\frac{y\,dx}{a} = \frac{m\,c\,y^{m}\,dy}{a^{m+1}}$ pour difference. Il eſt viſible que ſi l'on integre cette difference, l'on aura $\frac{m\,c\,y^{m+1}}{m+1 \times a^{m+1}}$ pour la valeur de chacune de ces appliquées $QL, ql$, ou de leurs égales $CN$, $Cn$, en faiſant $LN$, $ln$, paralleles à $CQ$: de ſorte qu'ayant déja (*art.* 2.) $LN = y$, ſi l'on fait auſſi $CN = v$, l'on aura $v = \frac{m\,c\,y^{m+1}}{m+1 \times a^{m+1}}$ pour l'équation de la Courbe $CLI$ qu'on voit être une Parabole plus élevée d'un degré que la génératrice $CHV$ de la Spirale propoſée, laquelle génératrice avoit (*art.* 13.) $z\,a^{m-1} = y^{m}$ pour ſon équation. Donc en général toutes les Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini, doivent ſe dérouler ainſi en Paraboles plus élevées d'un degré que leurs Paraboles génératrices.

Par exemple, la Spirale d'*Archimede* ayant $m = 1$, doit ſe dérouler en une Parabole dont l'équation ſoit $v = \frac{c\,y\,y}{2\,a\,a}$, c'eſt-à-dire, en la Parabole ordinaire du même *Archimede* ou d'*Apollonius*, ainſi que *Détonville* & d'autres l'ont trouvé; au lieu que l'équation générale $z\,a^{m-1} = y^{m}$ des Paraboles génératrices des Spirales en queſtion, ſe réduiſant ici à $z = y$, fait voir que la génératrice de la Spirale d'*Archimede*, eſt un triangle qui (ſuivant cette équation) peut paſſer pour une Parabole moindre d'un degré que celle d'*Apollonius*. Et ainſi des autres Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini.

XXI.

XXI. * De ce que (*art.* 20.) $Rl = Qq = Fe$, $RL = FE$, & que les angles ſont droits en $R$ & en $F$, il ſuit auſſi que $Ll = Ee$; & ainſi de tous les autres élémens correſpondans de la Courbe $CLI$, & de la Spirale $C0ZAK$. Donc (en intégrant) l'arc parabolique $CL$ ſe trouvera toûjours égal à l'arc Spiral $C0ZAE$ correſpondant. Ainſi (*art.* 20.) on peut encore dire en général que les arcs des Spirales paraboliques vertico-centrales de tous les genres, ſont toûjours égaux aux arcs correſpondans de Paraboles plus élevées d'un degré que les génératrices de ces Spirales; & que par conſéquent ces arcs de Spirales ſont toûjours rectifiables tant que l'expoſant ($m$) du degré de leurs Paraboles génératrices eſt une fraction poſitive dont le numerateur eſt l'unité, & le dénominateur un nombre pair quelconque; & même auſſi tant que cet expoſant $m$ eſt une fraction négative dont le numerateur eſt l'unité, & le dénominateur un nombre impair quelconque au deſſus de l'unité.

XXII. † Enfin de ce que (*art.* 20.) $Nn = LR = EF$, & $NL = CQ = CE$, il ſuit que le quadrilatere élémentaire $NLln$ doit être double du triangle élémentaire correſpondant $ECe$, & ainſi de leurs integrales. Donc l'eſpace parabolique $CLN$ (fait de tous ces quadrilateres) doit être double de ce que l'arc ſpiral correſpondant $C0ZAK$ renferme de couches d'eſpace (fait de tous ces triangles) entre lui & ſon plus grand rayon $CE$. Or l'équa-

* *Longueurs de ces Spirales.* † *Autre maniere de trouver les ſommes de couches des eſpaces ſpiraux de l'article* 19.

quation de la Parabole $CLI$ étant (*art.* 20.) $v = \frac{mcy^{m+1}}{m+1 \times a^{m+1}}$, on ſait que l'eſpace $CLN$ doit être $= \frac{mcy^{m+2}}{m+2 \times a^{m+1}}$. Donc cette ſomme de couches d'eſpace Spiral, doit être $= \frac{mcy^{m+2}}{2m+4 \times a^{m+1}}$ (à cauſe de l'équation $cy^m = xa^m$ de l'art. 13.) $= \frac{mxyy}{2ma+4a}$, comme dans l'art. 19.

XXIII. * Par la même raiſon, ſi l'on prend un autre point quelconque $Z$ entre $C$ & $E$ ſur la Spirale en queſtion, & qu'on faſſe ſon rayon $ZC = r$; l'on aura auſſi $\frac{mcr^{m+2}}{2m+4 \times a^{m+1}}$ pour tout ce qu'il y aura de plans ou de couches d'eſpace entre le rayon $ZC$ de cette Spirale, & ſon arc $COZ$ compris depuis ſon centre $C$ juſqu'à ce rayon. Donc tout ce qu'il y a d'eſpace Spiral depuis $ZC$ juſqu'à la plus grande $EC$ (en une ou en pluſieurs couches) ſera $= \frac{mcy^{m+2} - mcr^{m+2}}{2m+4 \times a^{m+1}}$. Par conſéquent en prenant $f$ pour la difference dont la plus grande $EC$ ($y$) ſurpaſſe $ZC$ ($r$), c'eſt-à-dire, $y - f = r$, ou $mcr^{m+2} = mc \times \overline{y-f}^{m+2}$; l'on aura

* *Ce qu'il y a de ces eſpaces Spiraux en une ou pluſieurs couches entre deux quelconques de leurs rayons.*

aura $\frac{mcy^{m+2}-mcy-f}{2m+4\times a^{m+1}}^{m+2}$ pour ce qu'il y aura d'eſpace (en une ou en pluſieurs couches) entre $ZC$ & la plus grande $EC$.

XXIV. * Cela étant, ſi l'on conſidere que cette $EC$ ($y$) eſt le rayon du cercle circonſcrit, que la circonference de ce cercle eſt $= \frac{cy}{a}$, & ſon aire $= \frac{cyy}{2a}$; l'on aura cet eſpace Spiral à celui de ce cercle : : $\frac{mcy^{m+2}-mc\times y-f}{2m+4\times a^{m+1}}^{m+2}$. $\frac{cyy}{2a}$ : : $\frac{my^{m+2}-m\times y-f}{m+2\times a^{m}}^{m+2}$. $yy$. De quelque nombre de couches que ſoit fait ce même eſpace Spiral compris entre $ZC$ & la plus grande $EC$.

Ainſi dans la Spirale, par exemple, d'*Archimede*, laquelle donne $m=1$, cet eſpace Spiral ſera toûjours par tout à ſon cercle circonſcrit : : $\frac{y^3-y-f}{3a}^{3}$. $yy$ : : $\frac{3fyy-3ffy+f^3}{3a}$. $yy$. De ſorte que ſi c'eſt à la fin des révolutions complettes qu'il s'agiſſe de trouver l'eſpace de chacune, ayant alors $f=a$ diſtance de l'une à l'autre, & $y=na$ en prenant $n$ pour un nombre entier

* *Rapport général de ces eſpaces Spiraux compris (en une ou pluſieurs couches) entre deux rayons quelconques, à la circonference du cercle circonſcrit, ou dont le rayon ſeroit le plus grand de ces deux-ci.*

tier qui ſoit celui de ces révolutions complettes; l'eſpace Spiral de la derniere de ces révolutions exprimées par $n$, ſera toûjours ici à ſon cercle circonſcrit :: $\frac{3nna^3 - 3na^3 + a^3}{3a}$. $nnaa$ :: $3nn - 3n + 1$. $3nn$. Ce qui joint à l'art. 17. comprend tout le Traité d'*Archimede De Spiralibus*.

XXV. *Pour trouver encore la même choſe d'une autre maniere, & en général pour toutes ſortes de Spirales vertico-centrales à l'infini, ſoient encore la plus grande $CE(y)$ & $CZ(y-f)$ deux rayons d'une même Spirale, à chacun deſquels finiſſe tel nombre qu'on voudra de révolutions telles qu'on voudra auſſi, à commencer en $C$ de part & d'autre; ſoit préſentement $n$ un nombre entier ou rompu (il n'importe) qui exprime le nombre des révolutions complettes ou incomplettes terminées à la plus grande $CE(y)$, lequel nombre ſurpaſſe d'une difference ou excès quelconque $e$ le nombre des révolutions complettes ou incomplettes qui ſe terminent à $CZ(y-f)$, enſorte que $n-e$ exprime auſſi ce dernier nombre de révolutions: Il faut chercher d'abord la valeur du rayon $CZ(y-f)$. Pour cela je conſidere que puiſque (*hyp.*) $n$ & $n-e$ ſont les nombres de ce qu'il y a de révolutions complettes ou incomplettes depuis $C$ juſqu'à la plus grande $CE(y)$, & juſqu'à $CZ(y-f)$; l'on aura (*art.* 2.) $nc = x$ pour le chemin que le point $B$ (fixe ſur la Regle $CP$) fait autour de $C$ pendant toutes les révolutions qui ſe terminent à la plus grande $CE(y)$, & $nc - ec = x$ pour celui que fait

* *Autre maniere de trouver le même rapport.*

fait de même ce point $B$ de la Regle $CP$ autour de $C$ pendant toutes les révolutions qui ſe terminent à $CZ$ $(y-f)$. De ſorte que ſuivant l'Analogie de l'équation générale $cy^m = xa^m$ de l'article 13. l'on aura $nc.\ y^m :: c.\ a^m ::$ $nc-ec.\ \overline{y-f}^m$. Et par conſéquent $y-f = \frac{ne-ec}{nc}$ $\overline{n-e}^{\frac{1}{m}} \times y^m = \frac{n-e}{n} \times y^m$, ou $y-f = \frac{\overline{n-e}^{\frac{1}{m}}}{n^{\frac{1}{m}}} \times y$, ou bien auſſi $\overline{y-f}^{m+2} = \frac{\overline{n-e}^{\frac{m+2}{m}}}{n^{\frac{m+2}{m}}} \times y^{m+2}$.

Donc en ſubſtituant cette valeur de $\overline{y-f}^{m+2}$ dans l'Analogie générale de l'art. 24. l'on aura $\frac{my^{m+2} - m \times \overline{y-f}^{m+2}}{m+2 \times a^m} = \frac{n^{\frac{m+2}{m}} - \overline{n-e}^{\frac{m+2}{m}}}{n^{\frac{m+2}{m}}} \times \frac{my^{m+2}}{m+2 \times a^m}$. Par conſéquent en général ſuivant ce même art. 24. l'eſpace Spiral parabolique vertico-central de tous les genres, & d'autant de couches ou de révolutions complettes ou incomplettes (à commencer par la derniere, c'eſt-à-dire, par le point $E$) qu'en marque le nombre $e$, ſera toûjours à ſon cercle circonſcrit, ou décrit du plus grand rayon $CE$

$$CE\,(y) :: \frac{n^{\frac{m+2}{m}} - n - e^{\frac{m+2}{m}}}{n^{\frac{m+2}{m}}} \times \frac{my^{m+2}}{m+2 \times a^m} \cdot yy ::$$

$$\frac{n^{\frac{m+2}{m}} - n - e^{\frac{m+2}{m}}}{n^{\frac{m+2}{m}}} \times \frac{my^m}{m+2} \cdot a^m$$ (à cauſe que l'art. 13. donne $a^m = \frac{cy^m}{x}$, & qu'on ſuppoſe $x = nc$) $::$

$$\frac{n^{\frac{m+2}{m}} - n - e^{\frac{m+2}{m}}}{n^{\frac{m+2}{m}}} \times \frac{my^m}{m+2} \cdot \frac{cy^m}{nc} ::$$

$$n^{\frac{m+2}{m}} - n - e^{\frac{m+2}{m}} \cdot \frac{m+2}{m} \times n^{\frac{2}{m}}.$$

XXVI. *Tout cela ſe peut encore trouver en général d'une maniere encore plus ſimple, en continuant de ſuppoſer $x = nc$, quelque nombre de révolutions complettes ou incomplettes depuis $C$ juſqu'à $EC\,(y)$ que le nombre $n$ (entier ou rompu) puiſſe ſignifier. Car alors ayant $y = an^{\frac{1}{m}}$, comme dans l'art. 15. la ſubſtitution de ces valeurs de $x$ & de $y$ dans la valeur (*art.* 19. & 22.) générale $\frac{mxyy}{2ma+4a}$ de tout ce qu'il y a de couches d'eſpace Spiral les unes ſur les autres dans tout ce que $n$ marque de

* *Troiſiéme maniere de trouver le même rapport.*

de révolutions, donnera auſſi $\frac{mncaan^{\frac{2}{m}}}{2ma+4a}$, ou $\frac{macn^{\frac{m+2}{m}}}{2m+4}$ pour une pareille valeur de cette même ſomme de couches d'eſpace Spiral.

Par la même raiſon, ſi au lieu de $n$ on met $n-e$ pour un moindre nombre quelconque de révolutions complettes ou incomplettes depuis $C$ juſqu'à $CZ$, quel que ſoit encore le nombre $e$, entier ou rompu, il n'importe; on trouvera de même $\frac{mac \times \overline{n-e}^{\frac{m+2}{m}}}{2m+4}$ pour toutes les couches d'eſpace Spiral, marquées par $n$ depuis $C$ juſqu'à $E$ la plus éloignée de $C$, moins ce que le nombre $e$ en marque depuis $Z$ juſqu'à cette $E$: c'eſt à dire, pour ce qu'il y en aura depuis $C$ juſqu'à $Z$.

Donc en retranchant cette valeur de la précédente l'on aura $\frac{macn^{\frac{m+2}{m}} - mac \times \overline{n-e}^{\frac{m+2}{m}}}{2m+4}$ pour la valeur générale de ce que ce nombre $e$ marque de couches d'eſpace Spiral depuis $Z$ juſqu'à $E$ la plus éloignée de $C$. De ſorte que ſi l'on conſidere que (*art.* 16.) $cn^{\frac{1}{m}}$ eſt la circonférence du cercle circonſcrit dont la plus grande $CE(y) = an^{\frac{1}{m}}$ ſeroit le rayon, & que par

par conſéquent ſon aire eſt $= \frac{acn^{\frac{2}{m}}}{2}$; l'on aura tout ce que le nombre $e$ (quel qu'il ſoit) marque de couches d'eſpace Spiral entre $Z$ & $E$ la plus éloignée de $C$, à ce cercle circonſcrit :: $\frac{macn^{\frac{m+2}{m}} - mac \times \overline{n-e}^{\frac{m+2}{m}}}{2m+4}$.

$\frac{acn^{\frac{2}{m}}}{2} :: \frac{mn^{\frac{m+2}{m}} - m \times \overline{n-e}^{\frac{m+2}{m}}}{m+2}$. $n^{\frac{2}{m}} ::$

$n^{\frac{m+2}{m}} - \overline{n-e}^{\frac{m+2}{m}}$. $\frac{m+2}{m} \times n^{\frac{2}{m}}$. Ainſi que dans le précédent art. 25. *Ce qu'il faloit encore trouver.*

XXVII. *Donc en prenant préſentement $n$ & $e$ pour deux nombres entiers quelconques, dont $e$ ſoit le moindre à diſcrétion, ce rapport général deviendra celui que la ſomme des couches d'eſpace Spiral paraboliques vertico-central, d'autant de révolutions complettes (à commencer par la derniere) que le nombre $e$ renferme d'unitez, aura à ſon cercle circonſcrit. D'où l'on voit auſſi qu'en faiſant $e = 1$, l'eſpace Spiral de la derniere d'autant de révolutions complettes qu'on voudra en faire ſignifier à $n$, ſe trouvera toûjours à ce cercle circon-

* *Le même rapport pour le cas des couches d'eſpace complettes, ou de révolutions complettes, en quelque nombre qu'elles ſoient.*

conſcrit :: $n^{\frac{m+2}{m}} - n - 1 : \frac{m+2}{m} : \frac{m+2}{m} \times n^{\frac{2}{m}}$.

Ce qui ſervira de Regle générale pour diſcerner les valeurs des differentes couches d'eſpaces Spiraux paraboliques de tous les genres, engendrez (comme dans l'art. 13.) par des révolutions complettes differentes, & priſes à diſcrétion.

Par exemple, pour la Spirale d'*Archimede*, laquelle donne $m = 1$, ce rapport général donnera toûjours l'eſpace Spiral de la derniere d'autant de révolutions complettes qu'on en voudra exprimer par le nombre entier $n$, à ſon cercle circonſcrit :: $n^3 - n - 1 . \overline{3}n^2 :: 3nn - 3n + 1 . 3nn$. comme on l'a déja vû dans l'art. 24. Ainſi la premiere révolution complette de cette Spirale d'*Archimede*, donnant $n = 1$, l'eſpace en ſera à ſon cercle circonſcrit $ABTA$ :: 1. 3. L'eſpace de la ſeconde révolution complette, laquelle donne $n = 2$, ſera de même à ſon cercle circonſcrit :: 7. 12. Dans la troiſiéme complette, laquelle donne $n = 3$, ce ſera :: 19. 27. Dans la quatriéme, qui donne $n = 4$, ce ſera :: 37. 48. &c.

Si l'on ſuppoſe $m = 2$, en ſorte que l'équation (*art.* 13.) de la Spirale ſoit $cyy = aax$: en ce cas le précédent rapport général donnera l'eſpace Spiral de la derniere de tant de révolutions complettes qu'on voudra, à ſon cercle circonſcrit :: $n^2 - n - 1 . \overline{2}n :: 2n - 1 . 2n$. Ainſi dans la premiere révolution complette, qui donne $n = 1$, ce ſera :: 1. 2. Dans la ſeconde, qui donne $n = 2$, ce ſera :: 3. 4. Dans la troiſiéme, qui donne $n = 3$, ce ſera :: 5. 6.

Dans

Dans la quatriéme, qui donne $n=4$, ce ſera :: 7. 8. &c.

Si l'on ſuppoſe au contraire $m=\frac{1}{2}$, enſorte que l'équation (*art.* 13.) de la Spirale ſoit $cy^{\frac{1}{2}}=xa^{\frac{1}{2}}$, ou $ccy=axx$: en ce cas le précédent rapport général donnera l'eſpace Spiral de la derniere de tant de révolutions complettes qu'on voudra, à ſon cercle circonſcrit :: $n^5-n-1.5n^4 :: 5n^4-10n^3+10nn-5n+1.5n^4$. Ainſi dans la premiere révolution complette, qui donne $n=1$, ce ſera :: 1. 5. Dans la ſeconde, qui donne $n=2$, ce ſera :: 31. 80. Dans la troiſiéme, qui donne $n=3$, ce ſera :: 211. 405. Dans la quatriéme, qui donne $n=4$, ce ſera :: 781. 1280. &c. Et ainſi de toutes les autres Spirales paraboliques vertico-centrales à l'infini, pour chacune deſquelles le précédent rapport général fournira de même une expreſſion litterale, qui détaillée comme ci-deſſus, donnera tous les rapports de leurs eſpaces (pris un à un par révolutions complettes) aux cercles circonſcrits.

C'eſt ainſi que la Table ſuivante a été faite, & qu'on la peut continuer à l'infini ſelon les differentes valeurs de $m$ qu'on lui ſubſtituera dans la précédente Analogie générale, en y prenant ſucceſſivement $n$ pour des nombres entiers qui ſuivent l'ordre des nombres naturels, comme dans la premiere colonne de la Table, où ils marquent chacun la derniere d'autant de révolutions complettes pour chaque valeur de $m$, qu'il contient d'unitez; ce qui détermine les valeurs correſpondantes de l'eſpace Spiral de chaque révolution complette, à ſon cercle

circonſcrit, pour chaque valeur de $m$ qui ſe trouve au-deſſus d'elles.

| Nombre $n$ des révolutions complettes. | Si $m=1$ | | Si $m=2$ | | Si $m=\frac{1}{2}$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Eſpaces. | Cercles. | Eſpaces. | Cercles. | Eſpaces. | Cercles. | |
| 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 5 | |
| 2 | 7 | 12 | 3 | 4 | 31 | 80 | |
| 3 | 19 | 27 | 5 | 6 | 211 | 405 | |
| 4 | 37 | 48 | 7 | 8 | 781 | 1280 | |
| 5 | 61 | 75 | 9 | 10 | 2101 | 3125 | &c. |
| 6 | 91 | 108 | 11 | 12 | 4651 | 6480 | |
| 7 | 127 | 147 | 13 | 14 | 9031 | 12005 | |
| 8 | 169 | 192 | 15 | 16 | 15961 | 20480 | |
| 9 | 217 | 243 | 17 | 18 | 26281 | 32805 | |
| 10 | 271 | 300 | 19 | 20 | 40951 | 50000 | |
| &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | &c. | |

XXVIII. * Si l'on veut préſentement comparer l'eſpace Spiral compris entre deux rayons quelconques de chacune de ces Spirales paraboliques vertico-centrales au ſeul cercle $ABYA$ de la 1re. révolution, il n'y a qu'à conſiderer que ſuivant les noms de l'art. 2. l'aire de ce cercle eſt $=$ $\frac{ac}{2}$, & que (*art.* 26.) $\frac{macn^{\frac{m+2}{m}} - mac \times \overline{n-e}^{\frac{m+2}{m}}}{2m+4}$ eſt auſſi la valeur générale de ce que le nombre $e$ (entier ou rompu) marque de couches d'eſpace Spiral depuis $Z$ juſqu'à $E$ la plus éloignée de $C$. Car alors cette ſomme de couches (com-

* *Rapport général des eſpaces Spiraux de l'art.* 26. *à la circonférence du cercle de la premiere révolution.*

(complettes ou incomplettes) d'eſpace Spiral parabolique vertico-central de tous les genres, ſe trouvera être en général à ce cercle *ABYA* de la 1re. révolution :: $\frac{macn^{\frac{m+2}{m}} - mac \times \overline{n-e}^{\frac{m+2}{m}}}{2m+4}$.

$\frac{ac}{2} :: n^{\frac{m+2}{m}} - \overline{n-e}^{\frac{m+2}{m}} \cdot \frac{m+2}{m}$. quels que ſoient les nombres exprimez par $m$, $n$, $e$, entiers ou rompus, il n'importe.

De ſorte qu'en prenant préſentement $n$ & $e$ pour des nombres entiers, afin de rendre toutes ces couches complettes ; ce rapport ſera encore celui d'autant de couches complettes d'eſpace Spiral parabolique vertico-central de tous les genres (à commencer par la derniere) qu'il y aura d'unitez dans $e$, au même cercle *ABYA* de la premiere révolution.

D'où l'on voit que ſi l'on fait enfin $e = 1$, l'eſpace Spiral de la derniere d'autant de révolutions complettes que le nombre $n$ contient d'unitez, ſe trouvera auſſi être au cercle *ABYA* de la premiere révolution :: $n^{\frac{m+2}{m}} - \overline{n-1}^{\frac{m+2}{m}}$. $\frac{m+2}{m}$. Ce qui ſervira encore de Regle générale pour diſcerner les rapports de differentes couches d'eſpaces Spiraux paraboliques vertico-centraux de tous les genres, & de révolutions complettes, au cercle *ABYA* de la premiere. Le détail & la Table s'en feront comme ceux de l'art. 27.

XXIX. *Il eſt à remarquer dans les deux articles précédens 27. & 28. que ſi au lieu d'y prendre $e$ pour l'unité, on l'eût priſe pour telle fraction, ou portion de l'unité, que l'on auroit voulu; la formule générale de chacun de ces deux articles, auroit donné de même le rapport de pareilles portions d'une couche d'eſpace Spiral de telle révolution complette que le nombre entier $n$ puiſſe exprimer: Par exemple, d'un demi, d'un tiers, d'un quart, d'un cinquiéme, &c. de cette couche d'eſpace Spiral à ſon cercle circonſcrit ou de la derniere révolution dans l'art. 27. & au cercle de la premiere révolution dans l'art. 28. ſelon que l'on auroit pris $e$ pour $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, &c. De ſorte que ces deux articles 27. & 28. fourniſſent enſemble le moyen de comparer & de trouver le rapport de telle couche qu'on voudra, entiere ou par parties quelconques, d'eſpace Spiral parabolique vertico-central de quelque genre que ce ſoit, à ſon cercle circonſcrit, ou à celui de la premiere révolution.

Les art. 25. & 26. fourniſſent auſſi la maniere d'en comparer pluſieurs couches complettes ou incomplettes à la fois à leur cercle circonſcrit; d'où l'on voit ainſi que dans l'art. 28. la maniere de les comparer de même au ſeul cercle de la 1re. révolution. L'art. 26. donne enfin la maniere de comparer toutes ces couches d'eſpaces entr'elles, une ou pluſieurs à la fois, même dans des Spirales differentes. Tout cela joint aux art. 15. 16. 17. & 18. où l'on voit de même la maniere de comparer les ſoûtangentes de toutes ces Spirales entr'elles, aux cir-

con-

* *Refléxions ſur le détail des rapports précédens.*

conferences circulaires qui (concentriques à ces Spirales) paſſent par leurs points d'attouchement correſpondant, & à la circonference du ſeul cercle de la premiere révolution: Tout cela, dis-je, marque aſſez la fécondité de la méthode qu'on ſuit ici. En voici encore un autre exemple.

## EXEMPLE II.

XXX. *Si l'on ſuppoſe que la Courbe génératrice *HHV* ſoit une hyperbole aſymptotique générale dont *C* ſoit le centre, & *CV*, *CX*, ſes aſymptotes; les Spirales hyperboliques de tous les genres, qui en doivent réſulter, s'en déduiront avec leurs dépendances de même qu'on le vient de voir des Spirales paraboliques de l'exemple premier. Mais ſi l'on veut abreger, & ſe ſervir de ce qui ſe trouve démontré de ces Spirales paraboliques dans ce premier exemple, il faut encore prendre ici *AD* pour une ordonnée de *HHV*, & conſiderer que de même qu'il n'y a qu'à rendre négatif l'expoſant *m* de l'équation parabolique $z = \frac{y^m}{a^{m-1}}$ de l'art. 13. pour en faire l'équation générale $z = \frac{y^{-m}}{a^{-m-1}}$, ou $zy^m = a^{m+1}$ de toutes les hyperboles entre aſymptotes à l'infini; il n'y a auſſi qu'à rendre négatif l'expoſant *m* de

* *Spirales hyperboliques aſymptotiques, appellées ici* cocentrales *pour les diſtinguer de tout ce qu'on peut encore trouver d'autres Spirales hyperboliques aſymptotiques.* † FIG. V.

de l'équation générale de toutes les Spirales paraboliques de l'art. 13. pour en faire $xy^m = ca^n$, qui eſt auſſi l'équation de toutes les Spirales hyperboliques correſpondantes à l'infini, dans leſquelles la transformation précédente de $m$ poſitive en négative, la rend ici poſitive pour toute la ſuite de cet exemple. En voici les conſéquences en ſuppoſant les mêmes noms que dans l'art. 13.

*Les Spirales hyperboliques dont il s'agit ici, ayant les mêmes centres que leurs hyperboles génératrices, s'appelleront dans la ſuite* Spirales hyperboliques aſymptotiques cocentrales, *pour les diſtinguer de pluſieurs autres que ces mêmes hyperboles priſes en dedans comme en dehors, pourroient engendrer dans tout ce qu'elles peuvent avoir d'autres poſitions par rapport aux centres de ces Spirales. Voici les conſéquences de la précédente égalité générale de ces Spirales hyperboliques aſymptotiques cocentrales.*

1°. * Il ſuit de cette égalité générale $xy^m = ca^n$ que lorſque $AMB$ $(x)$ eſt $= o$, alors $CE$ $(y)$ en $AX$ eſt infinie. Ce qui fait voir que l'origine des abſciſſes $AMB$ $(x)$ étant en $A$, celle de ces Spirales doit être à une diſtance infinie de $C$ du côté de $X$; au lieu que les Spirales paraboliques vertico-centrales de l'exemple premier ont la leur en $C$ : Et tout cela parceque (*art. 5.*) dans ces Spirales hyperboliques aſymptotiques cocentrales les ordonnées $GH$ de leurs hyperboles génératrices croiſſent de $X$ vers $C$ en commençant à une diſtance infinie, pendant que la Regle $CP$ tourne de $A$ vers $B$ ſuivant

$ABYA$

* *L'origine ou le commencement de ces Spirales hyperboliques, eſt à une diſtance infinie de leur centre.*

$ABYA$ en commençant en $A$; au lieu que dans les Spirales paraboliques vertico-centrales, la Regle $CP$ tournant de même de $A$ vers $B$ en commençant en $A$, les ordonnées $GH$ de leurs paraboles génératrices croiſſent de $C$ vers $X$ à l'infini en commençant en $C$.

2°. * Lorſque $AMB$ $(x)$ eſt $ABYA$ $(c)$, l'égalité préſente $xy^m = ca^m$ donne auſſi $AC$ $(a) = CE$ $(y)$. Ce qui fait voir qu'à la fin de la premiere révolution les Spirales hyperboliques dont il s'agit ici, viennent couper en $A$ le cercle de révolution $ABYA$, & entrent dedans pour n'en plus reſſortir. Ce qui fait voir que l'arc Spiral de la premiere revolution eſt entierement hors ce cercle $ABYA$, & tout le reſte dedans.

3°. † Lorſque $CE$ $(y)$ ſera $= o$, c'eſt-à-dire, lorſque cette Spirale arrivera au centre $C$ du cercle de révolution, alors $x$ ſera infinie. Ce qui fait voir conformément à l'art. 7. qu'elle n'y peut arriver qu'après une infinité de révolutions.

XXXI. ‡ En faiſant encore $m$ négative dans l'équation $v = \frac{mcy^{m+1}}{m+1 \times a^{m+1}}$ qu'on a vûe (*art.* 20.) devoir être celle de toutes les Spirales paraboliques vertico-centrales déroulées, ce lieu donnera auſſi en général $v = \frac{-mcy^{1-m}}{-m+1 \times a^{1-m}} = \frac{mca^{m-1}}{m-1 \times y^{m-1}}$ pour ce-

* *Elles entrent dans le cercle de révolution à la fin de la premiere.* † *Elles n'arrivent au centre de ce cercle, qui eſt auſſi le leur, qu'après une infinité de révolutions.* ‡ *Déroulement de ces Spirales hyperboliques.*

celui de toutes les Spirales hyperboliques asymptotiques cocentrales pareillement déroulées, en prenant toûjours $v$ pour les abſciſſes des Courbes qui en réſultent, ſur leſquelles abſciſſes les ordonnées perpendiculaires ſont égales aux $y$ ($CE$) correſpondans de ces Spirales. D'où l'on voit,

1°. * Que lorſque $m > 1$, ces Spirales-ci ſe déroulent en hyperboles exprimées par ce même lieu $v = \frac{mca^{m-1}}{m-1 \times y^{m-1}}$.

2°. † Lorſque $m < 1$, ces mêmes Spirales ſe déroulent en Paraboles, dont le lieu (tiré du précédent) eſt $v = \frac{mcy^{1-m}}{-1+m \times a^{1-m}}$, ou $-v = \frac{mcy^{1-m}}{-1+m \times a^{1-m}} = \frac{mcy^{1-m}}{1-m \times a^{1-m}}$ ſur l'axe renverſé des hyperboles précedentes, & le Parametre $= \frac{mc}{1-m \times a^{1-m}}$.

3°. ‡ Mais lorſque $m = 1$, alors chacune de ces équations (*n.* 1. & 2.) ne donnant que $v$ infinie, je remonte à leur differentielle qui me donne ici $-dv = \frac{c\,dy}{y}$ pour celle de la Courbe réſultante du deroulement de la Spirale hyperbolique de ce cas. D'où l'on voit qu'elle ſe déroule en une logarithmique ordinaire dont la

* *Quand elles ſe déroulent en hyperboles.* † *Quand elles ſe déroulent en paraboles.* ‡ *Et quand elles ſe déroulent en logarithmique ordinaire.*

la ſoûtangente vaut la circonference *ABYA* (*c*) du cercle de révolution.

XXXII. * Il ſuit auſſi de ces déroulemens (*art.* 20.) que les longueurs de ces Spirales hyperboliques ſont préciſément les mêmes (par parties correſpondantes) que celles des Courbes qui en ſont déroulées. Par conſéquent que celles de ces Spirales qui ſe déroulent (*art.* 31. *n.* 2.) en Paraboles, ſeront rectifiables tant que $\frac{1-m}{2m}$ ſera un nombre entier & poſitif, c'eſt-à-dire, tant que l'expoſant (*m*) du dégré de leurs hyperboles génératrices ſera une fraction poſitive dont le numerateur ſoit l'unité, & le dénominateur un nombre impair quelconque au deſſus de l'unité; & même auſſi tant que cet expoſant *m* ſera une fraction négative dont le numerateur ſoit l'unité, & le dénominateur un nombre pair quelconque; au lieu que dans l'art. 21. la premiere de ces deux fractions devoit être négative, & la ſeconde poſitive pour rendre les Spirales paraboliques vertico-centrales rectifiables.

XXXIII. † Quant au contour de toutes ces Spirales hyperboliques, on vient de voir (*art.* 30. *n.* 1.) que depuis le point *N* où elles ſont coupées hors le cercle de révolution *ABYB* par *VC* prolongée vers *Q*, elles vont à l'infini du côté de *X* ſans jamais rencontrer *CX*. Pour voir préſentement ſi c'eſt en s'éloignant de cette droite *CX*, ou bien en s'en approchant comme d'une aſymptote, que cela arrive; imaginons en quelque point *e* à telle diſtance qu'on vou-

* *Longueurs de ces Spirales.* † *Contour de ces mêmes Spirales.*

voudra du point $C$, avec le rayon $Ce$ qui rencontre en $b$ le cercle de révolution $AB\Upsilon A$; ſoient auſſi des points $b$ & $e$ ſur $CX$, deux perpendiculaires $bL = Sx$ (ſinus de l'arc $AMb = x$; $S$ marque *ſinus*) & $eK = t$.

On aura $bL\ (Sx).eK\ (t) :: Cb\ (a).\ Ce\ (y) = \frac{at}{Sx}$. Donc $y^m = \frac{a^m t^m}{\overline{Sx}^m}$; ce qui étant ſubſtitué dans l'égalité générale $xy^m = ca^m$ (*art.* 30.) de ces Spirales hyperboliques, donnera $\frac{x\,t^m}{\overline{Sx}^m} = c$. De ſorte que lorſque l'arc $x\ (Ab)$ ſera $= dx$, c'eſt-à-dire infiniment petit, ſon ſinus $Sx\ (bL)$ ſe trouvant auſſi alors $= dx$, l'on aura pour lors $c = \frac{t^m dx}{dx^m} = t^m dx^{1-m}$, ou $c^m \times c^{1-m} = t^m dx^{1-m}$; d'où réſulte $c^m.t^m :: dx^{1-m}.c^{1-m}$. Donc

1°. * Lorſque $m = 1$, l'on aura $c = t$, c'eſt-à dire, qu'en ce cas la Spirale hyperbolique s'éloignera continuellement de $CX$ depuis $N$ du côté de $X$, mais ſeulement de la longueur $eK$ qui a une diſtance infinie du point $C$, ne vaudra que la circonference $AB\Upsilon A$ du cercle de révolution: De ſorte qu'en prolongeant $VC$ vers $Q$ juſqu'à ce que $CQ$ ſoit égale à cette circonference, l'on aura $QX$ (parallele à $CX$) pour aſymptote de cette premiere Spirale hyperbolique.

2°.

* *Les unes s'éloignent continuellement de leur axe* CX, *ſans cependant s'en éloigner que d'une diſtance finie.*

2°. * Si $m < 1$, l'Analogie précédente $c^m . t^m :: dx^{1-m} . c^{1-m}$. donnera $c^m$ nulle par rapport à $t^m$; & par conſéquent $t\,(eK)$ alors infinie. D'où l'on voit que toutes les Spirales hyperboliques aſymptotiques cocentrales, dont l'expoſant $(m)$ eſt moindre que l'unité, s'éloignent auſſi continuellement de la droite $CX$ depuis $N$ du côté de $X$, même juſqu'à devenir infiniment éloignées de cette droite $CX$; au lieu que la précédente (*n.* 1.) où cet expoſant $(m)$ étoit $= 1$, ne s'en éloigne jamais plus que de la longueur de la circonference de ſon cercle de révolution $ABYA$.

3°. † Enfin lorſque $m > 1$, l'Analogie précédente donnant $c^m . t^m :: dx^{1-m} . c^{1-m} ::$ $\frac{1}{dx^{m-1}} . \frac{1}{c^{m-1}} :: c^{m-1} . dx^{m-1}$. L'on aura pour lors $t^m$ nulle par rapport à $c^m$, c'eſt-à-dire, $t\,(eK) = o$. D'où l'on voit que toutes les autres Spirales hyperboliques compriſes dans ce dernier cas, s'approchent à l'infini de $CX$ depuis $N$ du côté de $X$, laquelle $CX$ en devient pour cet effet l'aſymptote.

XXXIV. ‡ Si au lieu d'infiniment éloignez qu'on vient d'imaginer entr'eux les points $e, E$, on les imagine à preſent infiniment près l'un de l'autre, enſorte que l'arc de cercle $FE$ (compris entre les rayons $Ce$, $CE$) ſoit infiniment petit; ſi de plus on fait $FE = dv$ conſtant,

* *D'autres s'en éloignent d'une diſtance infinie.* † *D'autres au contraire s'en approchent continuellement depuis un certain point, comme d'une aſymptote qu'elles ne rencontrent qu'à une diſtance infinie.* ‡ *Points d'inflexion de ces dernieres Spirales hyperboliques.*

tant, & le reſte comme ci-deſſus, la maniere ordinaire (*Anal. des Infin. petits*, *art.* 66.) de trouver les points d'inflexion ou de rebrouſſement, donneroit ici $dv^2 + dy^2 - y\,ddy$ égal à zero ou à l'infini pour la formule générale qui les donne dans les Courbes dont les ordonnées $CE$, $Ce$, &c. concourent toutes dans un même point $C$: de ſorte que ſi l'on y ſubſtitue les valeurs de $dv$, $dy$, $ddy$, ſelon la nature de la Courbe en queſtion, cette formule générale deviendra celle de cette Courbe en particulier, & en determinera le point d'inflexion ou de rebrouſſement ſi elle en a, ou fera voir qu'elle n'en a point du tout.

Or ſuivant les noms donnez dans l'art. 2. l'on aura ici $\frac{y\,dx}{a} = dv$; & l'équation générale de toutes les Spirales hyperboliques aſymptotiques cocentrales étant (*art.* 30.) $xy^m = ca^m$, l'on aura auſſi $y^m\,dx - m\,x\,y^{m-1}\,dy = o$, ou $dx = \frac{m\,x\,y^{m-1}\,dy}{y^m} = \frac{m\,x\,dy}{y}$; & par conſéquent $\frac{y\,dx}{a}\,(dv) = \frac{m\,x\,dy}{a}$; ce qui donne $dy = \frac{a\,dv}{m\,x}$; & delà $-ddy = -\frac{a\,dx\,dv}{m\,x\,x}$, en differentiant $dy$ negativement, à cauſe que la ſuppoſition de $dv$ ($EF$) conſtante, fait augmenter les $x$ pendant que les $dy$ diminuent. Donc en ſubſtituant ces valeurs de $dv$, $dy$, $ddy$, dans la formule générale $dv^2 + dy^2 - y\,ddy$, elle ſe changera en $\frac{y\,y\,dx^2}{a\,a} + dy^2 - \frac{a\,y\,dx\,dv}{m\,x\,x} = \frac{y\,y\,dx^2}{a\,a} + dy^2 - \frac{y\,y\,dx^2}{m\,x\,x}$ (à cauſe

ſe de $dx = \frac{mxdy}{y}$) $= \frac{mmxxdy^2}{aa} + dy^2 - mdy^2 = \frac{mmxx+aa-maa}{aa} \times dy^2$ pour toutes les Spirales hyperboliques aſymptotiques cocentrales en particulier : laquelle formule $\frac{mmxx+aa-maa}{aa} \times dy^2$ égalée à zero, donnera $mmxx+aa-maa=0$ ; d'où reſulte $x = \frac{a}{m}\sqrt{m-1}$ au point d'inflexion de ces ſortes de Spirales.

Il ſuit delà que de toutes ces Spirales hyperboliques il n'y a que celles qui ont $m > 1$, leſquelles ayent un point d'inflexion, cette valeur de $x$ devenant zero ou imaginaire dans toutes celles qui ont $m = 1$, ou $m < 1$. Ce qui s'accorde parfaitement avec l'art. 33. où l'on voit (*n.* 3.) que les Spirales du premier de ces trois cas-ci, ſont les ſeules qui depuis $N$ s'approchent de $CX$ du côté de $X$, les autres s'en éloignant toûjours, quoiqu'à diſtances differentes.

*Voilà* (art. 30. 31. 32. 33. & 34.) *pour ce qui concerne la forme générale, les deroulemens, & les longueurs de ces Spirales hyperboliques. Voici préſentement leurs Touchantes, & les Eſpaces entiers & par couches répondantes à tel nombre de révolutions & à telle révolution particuliere qu'on voudra.*

XXXV. * On a trouvé ci-deſſus (*art.* 14.) que la ſoûtangente générale des Spirales paraboli-

* *Expreſſion générale des ſoûtangentes des Spirales hyperboliques dont il s'agit ici.*

boliques vertico-centrales étoit $\frac{mxy}{a}$ :. Il n'y a qu'à y faire $m$ negative, & la ſoûtangente des Spirales hyperboliques aſymptotiques cocentrales ſe trouvera $= -\frac{mxy}{a}$. Ce qui fait voir en général qu'on doit prendre ici la même ſoûtangente que pour les Spirales paraboliques vertico-centrales, mais en ſens contraire.

On voit auſſi delà & de l'équation générale $xy^m = ca^m$ (*art.* 30.) des Spirales hyperboliques dont il s'agit ici, que dans celle qui a $m = 1$, toutes les ſoûtangentes ſont égales chacune à la circonference ($c$) du cercle de révolution $ABYA$; & par conſéquent toutes égales entr'elles, & à celle de la ligne logarithmique en laquelle on a vû (*art.* 31. *n.* 3.) que cette Spirale hyperbolique ſe deroule; que dans toutes les autres Spirales hyperboliques aſymptotiques cocentrales, les ſoûtangentes croiſſent avec les $y$ ($CE$) lorſque $m < 1$; & qu'au contraire elles diminuent à meſure que les $y$ croiſſent, lorſque $m > 1$ : parce que l'équation générale $xy^m = ca^m$ de ces Spirales, donnant $x = \frac{ca^m}{y^m}$, leur ſoûtangente générale $\left(-\frac{mxy}{a}\right)$ doit auſſi être $= -\frac{mca^{m-1}}{y^{m-1}}$. Tout cela revient à ce qui vient d'être dit de leurs deroulemens dans l'art. 31.

XXXVI. *En faiſant encore $m$ negative dans l'art.

* *Autre expreſſion générale des mêmes ſoûtangentes.*

l'art. 15. on trouvera de même $-mcn^{\frac{1-m}{-m}}$, ou $-mcn^{\frac{m-1}{m}}$ pour l'expreſſion générale de toutes ces ſoûtangentes hyperboliques à la fin de telle révolution complette ou incomplette qu'on voudra exprimer par le nombre $n$ entier ou rompu. D'où l'on voit que toutes ces ſoûtangentes ſont entr'elles comme les $-mn^{\frac{m-1}{m}}$ qui les expriment, quelque varieté que les differentes valeurs de $m$ puiſſent apporter entre les Spirales auſquelles elles appartiennent ; & que dans la même de ces Spirales, quelle qu'elle ſoit, ces ſoûtangentes ſont toûjours comme les $-n^{\frac{m-1}{m}}$ correſpondans : c'eſt-à-dire, comme $mn^{\frac{m-1}{m}}$ dans le premier cas, & comme $n^{\frac{m-1}{m}}$ dans le ſecond, en prenant de part & d'autre ces ſoûtangentes negatives de poſitives qu'elles étoient dans l'art. 15. qui donne tout ceci.

Ainſi dans la Spirale engendrée comme ci-deſſus par l'hyperbole aſymptotique ordinaire, qui donne $m = 1$, toutes ces ſoûtangentes ſeront comme $n^{\frac{1-1}{1}} = n^0 = 1$, c'eſt-à-dire égales entr'elles, conformément à ce qu'on en a déja vû dans l'art. 35. quelque nombre de révolutions complettes ou incomplettes que $n$ puiſſe ſignifier.

Si l'on ſuppoſe $m = 2$, les ſoûtangentes de la

la Spirale hyperbolique de ce cas, ſeront entr'elles comme $n^{\frac{1}{2}}$, ou $\sqrt{n}$, c'eſt-à-dire, comme les racines quarrées des nombres ($n$) des révolutions complettes ou incomplettes qui leur répondent. De ſorte que toutes celles de ces ſoûtangentes dont les points d'attouchement correſpondans ſe trouvent à la fin des révolutions complettes de cette Spirale, ſeront entr'elles comme $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, &c. c'eſt-à-dire, comme les racines quarrées des nombres naturels, ſelon que le nombre entier $n$ de ces révolutions complettes ſera 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c.

Si $m = \frac{1}{2}$, les ſoûtangentes de la Spirale hyperbolique de ce cas, ſeront comme $n^{\frac{1-2}{1}} = = n^{-1} = \frac{1}{n}$, c'eſt-à-dire, l'une à l'autre en raiſon reciproque des nombres ($n$) des révolutions complettes ou incomplettes qui leur répondent. Et ainſi de pareilles ſoûtangentes de toutes les autres Spirales hyperboliques aſymptotiques cocentrales, qui doivent reſulter de toutes les autres valeurs qu'on peut donner à $m$.

*On trouvera de même le rapport de ces ſoûtangentes de Spirales hyperboliques aſymptotiques cocentrales de tous les genres, aux circonferences des cercles circonſcrits, c'eſt-à-dire, des cercles qui (concentriques à ces Spirales) paſſent par leurs points d'attouchement correſpondans, ou à la circonference ſeule du cercle* A B Y A *de la premiere révolution, en faiſant* m *negative dans les art.* 16. 17. *&* 18. *Car alors le rapport des ſoûtangentes des Spirales paraboliques vertico-centrales, à de pareilles circonferences circulaires, ſe chan-*

*changera en celui-là: ainſi en voilà aſſez pour ce qui regarde les Tangentes de ces Spirales. Paſſons donc à leurs Eſpaces, pour en dire auſſi quelque choſe: l'article ſuivant ſuffira.*

XXXVII. * On a trouvé ci-deſſus en général (*art.* 19. & 22.) que tout ce qu'il y a de couches d'eſpace Spiral parabolique vertico-central dans *C O E C* (*Fig.* 4.) eſt $=$ $= \frac{mcy^{m+2}}{2m+4 \times a^{m+2}}$. Donc en faiſant encore ici $m$ negative, l'on y aura de même $\frac{-mcy^{2-m}}{-2m+4 \times a^{2-m}}$ ou $\frac{mcy^{2-m}}{2m-4 \times a^{2-m}}$ pour l'expreſſion ou la valeur de tout ce qu'il y a ici (*Fig.* 5.) de ſemblables couches d'eſpace Spiral hyperbolique aſymptotique cocentral dans *C O E C*, ſi $m < 2$; ou dans *X C E X*, c'eſt-à-dire, dans tout le reſte de cet eſpace Spiral depuis *C E* juſqu'à ſon origine, ſi $m > 2$. Ainſi quoique (*art.* 30. *n.* 1. & 3.) cette origine ſoit à une diſtance infinie du côté de *X*, & que du côté du centre *C* ces Spirales faſſent une infinité de révolutions avant que d'arriver en ce point *C*, ces eſpaces ne laiſſent pas d'être finis, le premier dans la Spirale qui a $m < 2$, & le ſecond dans celle qui a $m > 2$; ils ont ſeulement leurs complémens infinis, chacun dans la ſienne: Il n'y a que le cas de $m = 2$ qui rende l'un & l'autre de ces eſpaces infini dans une même Spirale hyperbolique aſymptotique cocentrale.

*Les*

* *Expreſſion générale de ces eſpaces compris dans les Spirales hyperboliques dont il s'agit ici.*

*Les differentes couches de ces eſpaces Spiraux hyperboliques, & leurs rapports aux cercles circonſcrits, ou au ſeul cercle* ABYA *de la premiere révolution, ſe trouveront & ſe détailleront comme l'on a fait* (art. 23. 24. 25. 26. 27. 28. & 29.) *pour les eſpaces Spiraux paraboliques de l'exemple premier, en y rendant ſeulement* m *negative: ce ſeul changement transformant tout ce qu'il y a de parabolique dans cet exemple-là, en l'hyperbolique de celui-ci; ce que les huit derniers articles précédens font aſſez voir. Ainſi nous ne nous y arrêterons pas davantage, non-plus qu'à pluſieurs autres propriétez de ces Spirales hyperboliques, le Pere* Nicolas *Jeſuite les ayant ſuffiſamment détaillées dans le Traité qu'il en donna en* 1696.

## EXEMPLE III.

XXXVIII. * Soit encore la Courbe génératrice *HHV* une Parabole quelconque, dont le ſommet ſoit *A*, ſon axe *AX*, & ſon équation $a \mp y \overset{m}{\cdots} = z\,p^{m-1}$ (ſavoir $a - y \overset{m}{\cdots}$ depuis *A* juſqu'en *C*, ou *y* (*GC*) devient $= o$; & après cela $a + y \overset{m}{\cdots}$, à cauſe qu'alors *y* (*GC*) ſe trouve negatif) ou $z = \frac{a \mp y \overset{m}{\cdots}}{p^{m-1}}$. Ainſi l'équation générale des Spirales (*art.* 3.) donnant auſſi

* *Autres Spirales paraboliques générales appellées ici* co-verticales *pour les diſtinguer de celles de l'exemple* 1. *art.* 13. *&c.* † FIG. VI.

auſſi $z = \frac{bx}{c}$, l'on aura $\frac{\overline{a \mp y}^{m}}{p^{m-1}} = \frac{bx}{c}$, ou $\overline{a \mp y}^{m} = \frac{bxp^{m-1}}{c}$ pour l'équation de la Spirale *AEZC0RQ* reſultante de la poſition précédente de la Parabole générale qu'on lui vient de donner pour génératrice.

Il eſt viſible que cette Spirale eſt la même que ſi elle eût été formée par les extrémitez *E* des ordonnées $BE$ $(a \mp y)$ d'une Parabole quelconque, qui auroit ſon paramétre $= \frac{bp^{m-1}}{c}$, ſon ſommet en *A*, & dont l'axe de ces ordonnées auroit été roulé en cercle, ou plutôt (à cauſe des differens retours) autour d'un cercle *ABYAMB*, &c. au centre duquel elles tendroient toutes. De ſorte que la Spirale parabolique que M. *Bernoulli* Profeſſeur à *Bâle*, a formée dans les *Actes de Leipſic* de 1691. pag. 14. en roulant ainſi la Parabole d'*Apollonius*, n'eſt qu'un cas particulier de cette générale-ci.

*Je laiſſerois volontiers à toutes ces nouvelles Spirales paraboliques le nom de* Paraboles helicoïdes *que M.* Bernoulli *a donné à la ſienne pour la diſtinguer de celles de l'exemple premier. Mais parceque l'on en peut trouver encore pluſieurs autres leſquelles auroient auſſi des Paraboles pour génératrices, & des contours tout-à-fait ſelon les differentes ſituations qu'on peut donner à ces Paraboles par rapport à l'axe* AX *qui paſſe par le centre* C *du cercle de révolution* ABYA; *nous appellerons ces Spirales* paraboliques co-verticales, *en prenant*

A *pour le ſommet du cercle de révolution* ABYA, *où leurs paraboles génératrices ont auſſi* (hyp.) *le leur.*

XXXIX. * L'équation générale $a \overset{m}{\overline{\mp}} y =$
$= \frac{b x p^{m-1}}{c}$ de ces Spirales paraboliques co-verticales, donnant $dx = \frac{mc \times a \overset{m-1}{\overline{\mp}} y \; dy}{b p^{m-1}}$ tout poſitif, à cauſe que leurs $x$ & leurs $y$ croiſſent alternativement depuis $A$ juſqu'en $C$, & qu'après cela elles croiſſent enſemble; l'on aura leurs ſoûtangentes $= \frac{mcyy \times a \overset{m-1}{\overline{\mp}} y}{ab p^{m-1}} =$
$= \frac{mxyy}{aa \mp ay}$: ſavoir $\frac{mxyy}{aa - ay}$ depuis $A$ juſqu'en $C$, & $\frac{mxyy}{aa + ay}$ dans tout le reſte.

XL. † Mais pour réduire toutes ces ſoûtangentes à une même formule, ſoit l'arc de révolution $x = nc$, quelque portion ou quantité de la circonference ($c$) du cercle de révolution $ABYA$ que le nombre $n$ (entier ou rompu) puiſſe ſignifier; l'art. 8. donnant alors $nb = z$ (*art.* 38.) $= \frac{a \overset{m}{\overline{\mp}} y}{p^{m-1}}$, l'on aura $a \overset{m}{\overline{\mp}} y =$
$=$

* *Expreſſion générale des ſoûtangentes de ces Spirales paraboliques co-verticales.* † *Autre expreſſion générale des mêmes ſoûtangentes.*

$= \overline{nbp^{m-1}}^{\frac{1}{m}}$ ; d'où réſulte $\mp y = -a + \overline{nbp^{m-1}}^{\frac{1}{m}}$, & delà $yy = aa + \overline{nbp^{m-1}}^{\frac{2}{m}} - 2a \times \overline{nbp^{m-1}}^{\frac{1}{m}}$. Donc en ſubſtituant ces valeurs de $x$, $a \mp y$, $yy$, dans la précédente formule $\frac{mxyy}{aa \mp ay}$ des ſoûtangentes dont il s'agit ici, l'on aura auſſi de cette maniere

$$\frac{mncaa + mnc \times \overline{nbp^{m-1}}^{\frac{2}{m}} - 2mnca \times \overline{nbp^{m-1}}^{\frac{1}{m}}}{a \times \overline{nbp^{m-1}}^{\frac{1}{m}}}$$

pour l'expreſſion générale de ces mêmes ſoûtangentes, par rapport à quelque point d'attouchement que ce ſoit, c'eſt-à-dire, quelque nombre de révolutions complettes ou incomplettes que le nombre $n$ (entier ou rompu) puiſſe ſignifier, depuis $A$ juſqu'à ce point d'attouchement des Spirales paraboliques co-verticales dont il eſt ici queſtion, & quel que ſoit auſſi le degré $m$ de ces mêmes Spirales, ou de leurs Paraboles génératrices.

Ainſi, par exemple, dans celle de ces Spirales que M. *Bernoulli* appelle *Parabole helicoïde*, laquelle donne $m = 2$, ces ſoûtangentes ſeront $= \frac{2ncaa + 2nncbp - 4nca\sqrt{nbp}}{a\sqrt{nbp}}$ à la fin de quelque nombre de révolutions complettes

tes ou incomplettes qu'on puiſſe faire ſignifier à $n$.

De même ſi l'on ſuppoſe $m = 1$, comme lorſque la Parabole génératrice $HHV$ dégénére en une ligne droite faiſant un angle de 45. deg. en $A$ avec $AX$, les ſoûtangentes de la Spirale qui en réſultera ſeront $= \frac{ncaa \pm n\sqrt{}cbb - 2nncab}{nab}$ $= \frac{caa \pm nn\sqrt{}cbb - 2ncab}{ab}$, quelque nombre de révolutions complettes ou incomplettes qu'on puiſſe encore faire ſignifier à $n$. Et ainſi des autres valeurs de $m$ à l'infini.

*On fera le même uſage de ces ſoûtangentes qu'on a fait de celles de l'art.* 15. *dans les art.* 16. 17. & 18. *Paſſons donc aux eſpaces renfermez dans les Spirales dont il s'agit ici. Mais auparavant il eſt bon d'avertir que dans la ſuite lorſque le ſigne précédera les grandeurs* $\overline{a-y}$, $\overline{a+y}$, $\overline{a\mp y}$, *couvertes chacune d'un trait, il ſignifiera* moins *ces grandeurs entieres; ainſi quoiqu'il dût les changer en* $-a+y$, $-a-y$, $-a\mp y$, *on n'y fera ce changement de ſignes qu'en ceſſant de les regarder chacune comme ſimple, en leur ôtant le trait qui les couvre. C'eſt pour les reconnoitre comme racines de celles de leurs puiſſances qui ſe trouveront auſſi dans la ſuite, qu'on ſe contentera d'indiquer ainſi ce changement de ſignes ſans le faire : on le fera dans les applications particulieres.*

XLI. * Pour avoir préſentement les eſpaces de ces Spirales paraboliques co-verticales, ſoient $CP$, $Cp$, ou $Cp$, $Cp$, deux poſitions de

* *Expreſſion générale des eſpaces compris dans les Spirales paraboliques co-verticales.*

de la Regle mobile de l'art. 1. infiniment proches l'une de l'autre, dont la ſeconde ſoit rencontrée en $F$ par l'arc $EG$, & le reſte comme dans cet article 1. Alors on aura $CB$ $(a)$. $CE$ $(y)$ :: $Bb$ $(dx)$. $EF = \frac{y\,dx}{a}$. De ſorte que le triangle élémentaire $ECF$ ou $ECe$ de l'eſpace cherché $ACEA$, ou $AEZCORECA$, ſera $\frac{yy\,dx}{2a}$ (*art.* 39.) $= \frac{mcyy \times \overline{a+y}^{m-1}\,dy}{2abp^{m-1}}$ (en ſuppoſant $s = a \mp y = \frac{mc \times \overline{a-s}^{2} \times s^{m-1}\,ds}{2abp^{m-1}}$ $= \frac{mcaa \times s^{m-1}\,ds - 2mcas^{m}\,ds + mcs^{m+1}\,ds}{2abp^{m-1}}$ $= \frac{mcas^{m-1}\,ds}{2bp^{m-1}} - \frac{mcs^{m}\,ds}{bp^{m-1}} + \frac{mcs^{m+1}\,ds}{2abp^{m-1}}$. Donc en intégrant, l'on aura l'eſpace cherché $= \frac{cas^{m}}{2bp^{m-1}} - \frac{mcs^{m+1}}{m+1 \times bp^{m-1}} + \frac{mcs^{m+2}}{2m+4 \times abp^{m-1}}$ (à cauſe de $s = a \mp y$) $= \frac{ca \times \overline{a \mp y}^{m}}{2bp^{m-1}} - \frac{mc \times \overline{a \mp y}^{m+1}}{m+1 \times bp^{m-1}} + \frac{mc \times \overline{a \mp y}^{m+2}}{2m+4 \times abp^{m-1}}$ (à cauſe de l'équation $\overline{a \mp y}^{m} = \frac{bxp^{m-1}}{c}$ de ces Spirales) $= \frac{ax}{2} - \frac{mx \times \overline{a \mp y}}{m+1} +$

$\frac{mx \times \overline{a \pm y}^{2}}{2ma \pm 4a}$ ſavoir $ACEA = \frac{ax}{2} - \frac{mx \times \overline{a \mp y}^{2}}{m+1}$

$\pm \frac{mx \times \overline{a \mp y}^{2}}{2ma \pm 4a}$ depuis $A$ juſqu'au centre $C$, dans lequel centre $y$ ſe trouvant $= o$, ce qu'il y a d'eſpace ou de couches d'eſpace dans $AEZCA$, ſe trouvera $= \frac{ax}{2} - \frac{max}{m+1} + \frac{max}{2m+4} = \frac{ax}{m+1 \times m+2}$. Après cela, les $y$ devenans négatifs, tout ce qu'il y aura de couches d'eſpace Spiral depuis $A$ juſqu'à tel point $E$ que l'on voudra par de-là $C$ dans $AEZCORECA$, &c. ſe trouvera $= \frac{ax}{2} - \frac{mx \times \overline{a \pm y}^{2}}{m+1} + \frac{mx \times \overline{a \pm y}^{2}}{2ma \pm 4a}$.

XLII. * On réduira auſſi toutes ces quadratures en une même formule, en ſuppoſant l'arc $x = nc$, quelque portion ou quantité de la circonference $(c)$ du cercle de révolution $ABYA$, que le nombre $n$ (entier ou rompu) puiſſe ſignifier. Car alors trouvant $a \mp y = \overline{nbpm - 1}^{\frac{1}{m}}$ comme dans l'art. 40. la ſubſtitution de ces valeurs de $x$ & de $a \mp y$ dans l'équation de l'eſpace général $ACEA$ ou $AEZCORECA = \frac{ax}{2} - \frac{mx \times \overline{a \mp y}}{m+1} \pm$

* *Autre expreſſion générale des mêmes eſpaces.*

$+\frac{mx \times \overline{a \mp y}^{2}}{2ma \mp 4a}$ du précédent article 41. l'on aura auſſi en général cet eſpace $= \frac{nac}{2} - \frac{mnc \times \overline{nbpm \mp 1}^{\frac{1}{m}}}{m \mp 1} + \frac{mnc \times \overline{nbpm \mp 1}^{\frac{2}{m}}}{2ma \mp 4a}$, quelque nombre de révolutions complettes ou incomplettes que le nombre $n$ (entier ou rompu) puiſſe ſignifier depuis $A$ juſqu'à quelque point $E$ qu'on voudra des Spirales paraboliques coverticales dont il s'agit ici, quel que ſoit auſſi le degré $m$ de ces mêmes Spirales, ou de leurs Paraboles génératrices.

Ainſi, par exemple, dans celle de ces Spirales, que M. *Bernoulli* appelle *Parabole héliçoïde*, laquelle donne $m = 2$, l'on aura $\frac{nac}{2} - \frac{2nc}{3}\sqrt{nbp} + \frac{nnbcp}{4a}$ pour ce qu'elle aura d'eſpace $ACEA$, ou $AEZCORECA$, en une ou en pluſieurs couches d'autant de révolutions complettes ou incomplettes que le nombre $n$ (entier ou rompu) en marquera depuis $A$ juſqu'à quelque point $E$ que ce ſoit de cette Spirale. Et ainſi des eſpaces de toute autre Spirale réſultante de telle autre valeur qu'on voudra donner à $m$.

*On fera auſſi le même uſage de ces eſpaces qu'on a fait de ceux de l'art.* 26. *dans ce même article & dans les ſuivans* 27. 28. & 29. *pour en avoir telle couche ou telle portion de couche qu'on voudra.*

XLIII. * En ſuivant la méthode dont on s'eſt ſervi dans l'art. 20. pour trouver en quelles Courbes ſe déroulent toutes les Spirales paraboliques dont les Paraboles génératrices ont leur ſommet au centre du cercle de révolution; on trouvera auſſi (en ſe ſervant ici des mêmes noms que là) que les Spirales dont il s'agit ici, ſe déroulent toujours en Courbes dont l'équation générale eſt $v = \frac{c \times \overline{a \mp y}^{m}}{b p^{m-1}} - \frac{m c \overline{a \mp y}^{m+1}}{m+1 \times a b p^{m-1}}$, en prenant (dis-je) $y$ & $v$ pour les coordonnées perpendiculaires de ces mêmes Courbes.

On verra de plus qu'entre les mêmes ordonnées ($y$) de part & d'autre, les longueurs de ces Courbes ſont par tout égales à celles des Spirales correſpondantes, & leurs eſpaces doubles de ceux de ces Spirales. Tout cela ſe trouvera de la même maniere qu'on l'a trouvé dans les art. 21. & 22. pour les Spirales paraboliques vertico-centrales de l'exemple premier.

*Il eſt à remarquer que ſi l'on faiſoit préſentement* m *négative, la Parabole génératrice* HHV *de l'art.* 38. *Fig.* 6. *ſe changeroit* (*Fig.* 7.) *en une hyperbole générale* HHV *entre les aſymptotes orthogonales* AX, AV; *& par conſéquent dont le centre ſeroit au point* A *de la circonférence du cercle de révolution* ABYA, *comme la Parabole y avoit ſon ſommet. Les Spirales paraboliques qu'on*

a

* *Déroulement des Spirales dont il s'agit ici, avec la maniere d'en trouver encore les eſpaces.*

*a vû* (art. 38) *réſulter de cette Parabole, ſe changeroient de même en hyperboliques; & tout ce qu'on a dit de ces premieres Spirales dans l'exemple où nous ſommes, deviendroit propre à celles-ci, de même qu'on a vû* (Exemple 2.) *ce qui concerne les Spirales paraboliques de l'exemple premier, devenir propre aux hyperboliques de l'exemple ſecond. Ainſi il n'y a rien là qui nous doive arrêter davantage. Nous ne nous arrêterons point non-plus aux rebrouſſemens que l'une & l'autre Spirale de cet exemple-ci, doit avoir en* C; *ce que nous en avons dit en général dans l'art. 12. doit ſuffire. L'art. 7. fait aſſez voir auſſi que les Spirales hyperboliques qui réſulteroient ici de* m *négative, different encore de celles de l'exemple ſecond, en ce que c'eſt en s'approchant du centre* C *que celles de cet exemple font une infinité de révolutions autour de lui avant que d'y arriver; au lieu que ce ſeroit en s'écartant ſeulement d'une diſtance finie de ce centre que celles qui réſulteroient ici de* m *négative, feroient une infinité de révolutions autour de lui, après y être arrivées en un nombre qui ſeroit ſeulement à l'unité comme l'ordonnée* SC *eſt au paramétre* AD.

## EXEMPLE IV.

XLIV. *Soit la Courbe génératrice *HHV* un demi-cercle quelconque dont le diamêtre ſoit *CX*, le centre *F*, & l'équation $z = \sqrt{2ry - yy}$, en ſuppoſant $CF = r$, & le reſte comme dans l'art.

* *Spirale circulaire appellée ici* vertico-centrale *pour la diſtinguer de tout ce que les differentes poſitions de ſon cercle générateur en pourroient encore produire d'autres.*

l'art. 2. Donc en ſubſtituant cette valeur de $z$ dans l'égalité générale $cz = bx$ ou $z = \frac{bx}{c}$ de l'art. 3. l'on aura $\frac{bx}{c} = \sqrt{2ry - yy}$ ou $x = \frac{c}{b}\sqrt{2ry - yy}$ pour celle de la Spirale particuliere $COEZAKLRESX$, à laquelle on voit commencer en $C$ (on pourroit auſſi ſuivant l'art. 5. la concevoir commencer en $X$), ſuivre $COEZAK$ à meſure que les $GH$ augmentent, arriver en $A$ (*art.* 8.) à la fin de la premiere révolution, en prenant $AD$ ($b$) pour une des ordonnées ($z$) du cercle générateur; ſe rebrouſſer (*art.* 12.) au point $K$ où l'arc circulaire $FK = \frac{crr - bcr}{ab}$ (tiré du centre $C$ par $F$) la rencontre, enſuite revenir en arriere ſuivant $KLRESX$ à meſure que les $GH$ diminuent juſqu'en $X$ où elle arrive à la fin de ſon retour après avoir fait $FL = AF$.

XLV. *De ce que (*art.* 44.) $x = \frac{c}{b}\sqrt{2ry - yy}$ eſt l'égalité qui exprime la nature de la Spirale dont il s'agit ici, l'on aura $\frac{cryy - cy^3}{ab\sqrt{2ry - yy}}$, ou (à cauſe de l'équation précédente) $\frac{ccryy - ccy^3}{abbx}$ pour l'expreſſion générale des ſoûtangentes de cette Spirale.

XLVI. †Quant à ſa Quadrature, l'élement triangulaire $\frac{yydx}{2a}$ de l'eſpace ſpiral $COEC$ ſe trou-

* *Tangentes de cette Spirale circulaire.* † *Sa Quadrature, ou les eſpaces qu'elle renferme.*

trouvant auſſi $= \frac{cryydy - cy^3dy}{2ab\sqrt{2ry - yy}} = \frac{c}{2ab} \times \frac{\frac{5}{3}ry^4dy - y^5dy}{\sqrt{2ry^5 - y^6}}$ $(A) + \frac{cr}{3ab} \times dy\sqrt{2ry - yy}\,(B) - \frac{4cr}{3ab} \times \frac{rydy}{2\sqrt{2ry - yy}}$ $(C)$. Or l'intégrale de $A$ eſt $= \frac{c}{2ab} \times \frac{1}{3}\sqrt{2ry^5 - y^6}$ $= \frac{cyy}{6ab}\sqrt{2ry - yy}$ ; celle de $B$ eſt $= \frac{cr}{3ab} \times$ $HVCGH = \frac{cr}{3ab} \times y\sqrt{2ry - yy} + \frac{cr}{3ab} \times$ ſeg. $CVHC$ ; & celle de $C$ eſt $= \frac{4cr}{3ab} \times$ ſeg. $CVHC$. Donc l'eſpace ſpiral $C0EC$ eſt $= \frac{cyy}{6ab}\sqrt{2ry - yy} + \frac{cr}{3ab} \times \frac{y\sqrt{2ry - yy}}{2} + \frac{cr}{3ab} \times$ ſeg. $CVHC - \frac{4cr}{3ab} \times$ ſeg. $CVHC = \frac{cyy + cry}{6ab} \times$ $\sqrt{2ry - yy} - \frac{cr}{ab} \times$ ſeg. $CVHC$, depuis $C$ juſqu'en $K$ où l'accord des $x$ & des $y$ à croître enſemble, ceſſe pour croître alternativement depuis $K$ juſqu'en $X$. De maniere qu'en faiſant l'ordonnée $FN$ avec la corde $CN$, l'on aura tout l'eſpace $C0EZAKC = \frac{cr^3}{3ab} - \frac{cr}{ab} \times$ ſeg. $CVHNC$. Au contraire depuis $X$ juſqu'en $K$ le ſecteur Spiral $CXSEC$ ſera $= \frac{cyy + cry}{6ab}$ $\sqrt{2ry - yy} - \frac{cr}{ab} \times$ ſeg. $CVHNHC + \frac{cr}{ab} \times$ $CVHNHXC = \frac{cyy + cry}{6ab}\sqrt{2ry - yy} + \frac{cr}{ab} \times$ ſect. $XCH$. De ſorte qu'en $K$, où $y$ eſt $= r$, & le ſecteur $XCH =$ ſect. $XCN$, l'on aura tout

tout l'eſpace $CXSERLKC = \frac{cr^3}{3ab} + \frac{cr}{ab} \times$ ſect. $XCN$.

On voit auſſi delà que la difference dont cet eſpace $CXSERLKC$ ſurpaſſe l'autre $C0EZAKC$, eſt $= \frac{cr}{ab} \times$ ſect. $XCN + \frac{cr}{ab} \times$ ſeg. $CVHNC = \frac{cr}{ab} \times CVNXC$ produit de $\frac{cr}{ab}$ par le demi-cercle générateur $CNXC$; & leur ſomme, c'eſt-à-dire, tout l'eſpace $CKAZE0CKLRESXC = \frac{2cr^3}{3ab} + \frac{cr}{ab} \times$ ſect. $XCN - \frac{cr}{ab} \times$ ſeg. $CVHNC = \frac{2cr^3}{3ab} + \frac{cr}{ab} \times$ 2 triang. $CNF = \frac{2cr^3}{3ab} + \frac{cr^3}{ab} = \frac{5cr^3}{3ab}$.

*Les differentes couches d'eſpace, qui ſe trouvent les unes ſur les autres dans tout cela, ſe détailleront comme l'on a fait celles des Spirales paraboliques de l'exemple premier.*

XLVII. * Il eſt aiſé de voir par l'équation $x = \frac{c}{b}\sqrt{2ry - yy}$ (*art.* 44.) de cette Spirale circulaire vertico-centrale, qu'elle ſe deroule en une Courbe méchanique dont l'équation differentielle eſt $dv = \frac{cry\,dy - cyy\,dy}{ab\sqrt{2ry - yy}}$, en prenant (comme ci-deſſus art. 20.) $v$ pour les abſciſſes de l'axe, & $y$ pour les ordonnées de cette Courbe dont la longueur eſt égale à celle de cette Spirale par parties correſpondantes.

XLVIII. Pour la conſtruction de cette Cour-

* *Deroulement de cette Spirale circulaire.*

Courbe méchanique, imaginons-en une autre géométrique $CM(E)m$,* dont l'équation ſoit $\frac{cry - cyy}{b\sqrt{2ry - yy}} = s$, ſes abſciſſes $CE = y$, & ſes ordonnées perpendiculaires $EM = s$. Cette équation fait aſſez voir que cette Courbe doit commencer en $C$ en touchant $CG$ parallele à ſes ordonnées, & s'élever enſuite vers $M$ de maniere qu'en prenant $CE = \frac{3r - r\sqrt{5}}{2}$, ſon point $M$ (au bout de l'ordonnée $EM$) ſoit le plus élevé de tous au-deſſus de ſon axe $CX$, & la tangente en ce point parallele à cet axe; qu'à la diſtance $CE(y) = r$ de ſon origine $C$, cette Courbe doit revenir couper ſon axe $CX$ en $(E)$, & faire là avec lui un angle dont le ſinus ſoit à celui de ſon complement :: $c.b.$ c'eſt-à-dire, comme la circonference $AMBY$ du cercle de révolution eſt au paramétre $AD$. Qu'après cela elle doit ſe continuer à l'infini au-deſſous de $CX$ ſans jamais rencontrer ſon ordonnée $X\mu$ diſtante de $C$ de la valeur de $CX = 2r$, laquelle en devient ainſi l'aſymptote.

Cela poſé, & $(G)$ $(g)$ étant perpendiculaire ſur $CX$ prolongée vers $A$ enſorte que $CA$ ſoit $= a$, ſi l'on fait le rectangle $CADG$ égal à l'eſpace $CEMC$: il eſt encore manifeſte que le point $F$, dans lequel les perpendiculaires $DG$ & $ME$ ſe rencontreront, ſera un de ceux de la Courbe cherchée; puiſque l'on aura pour lors $adv = sdy$ (*hyp.*) $= \frac{cry\,dy - cyy\,dy}{b\sqrt{2ry - yy}}$, c'eſt-à-dire,

* FIG. IX.

re, $dv = \frac{cry\,dy - cyy\,dy}{ab\sqrt{2ry - yy}}$ qu'on vient de voir (*art.* 47.) être l'équation de cette Courbe. Donc en faiſant par tout de même, l'on aura $CF\,(F)\,f\,(f)\,f\Phi$ pour la Courbe qui réſulte du déroulement de la Spirale circulaire dont il s'agit ici, laquelle Courbe doit toucher l'axe $CX$ en $C$; avoir un point d'inflexion en $F$ ſous le point $M$ le plus haut de la Courbe $CM\,(E)\,m$; deſcendre enſuite juſqu'au point $(F)$ qu'on trouve répondre auſſi au point $(E)$ en faiſant de même le rectangle $(G)\,CA\,(D)$ égal à l'eſpace $CM\,(E)\,C$; la tangente en ce point $(F)$ ſe trouve parallele à $CX$; delà la Courbe $CF\,(F)$ remonte vers $\Phi$, à cauſe qu'au delà du point $(E)$ du côté de $X$, l'eſpace $(E)\,em\,(E)$ devenant négatif par rapport à $CM\,(E)\,C$, le rectangle $gCAd$ correſpondant ne doit valoir que la difference de $CM\,(E)\,C$ à $(E)\,em\,(E)$; ce qui rehauſſe le point $f$ vers l'axe $CX$, ou vers $\Phi$: de maniere que lorſque l'eſpace $(E)\,(e)\,(m)\,(E)$ eſt $= CM\,(E)\,C$, alors $gd$ étant en $CA$, le point $(f)$ de cette Courbe doit ſe trouver en $(e)$ ſur $CX$; & enſuite monter vers $f$ juſqu'en $\Phi$ où elle doit toucher l'aſymptote $\mu X$ prolongée à une diſtance $X\Phi$ de l'axe $CX$, laquelle rende l'eſpace fini $CM\,(E) - \mu m\,(E)\,X\mu = CA\,(d)\,(g)$.

Cela étant, il ſuit du déroulement qui a engendré cette Courbe $CF\,(F)\,f\,(f)\,f\Phi$, qu'en prenant ici (*Fig.* 9.) $CE$ égale au petit rayon $CE$ de la Fig. 8. l'on aura l'arc $CF$ de cette déroulée, valant l'arc $CO\,E$ de la Spirale, & l'arc $CF\,(F) = CO\,EZ\,AK$; en prenant auſſi $Ce$ dans la Fig. 9. égale au grand rayon $CE$

de

de la Fig. 8. l'on aura de même l'arc $CF(F)f = C0EZAKLRE$, & $CF(F)f\Phi = C0EZAKLRESX$; par tout de même, en prenant $CE$ de la Fig. 9. égale au petit rayon $CE$ de la Fig. 8. ou $Ce$ de la Fig. 9. égale au grand rayon $CE$ de la Fig. 8.

*La Quadrature de cette Courbe $CF(F)f(f)f\Phi$, priſe comme dans la Spirale circulaire du déroulement de laquelle cette Courbe réſulte, ſe trouvant (à la maniere de l'art. 22.) double de celle qu'on vient de trouver (*art.* 46.) pour cette Spirale, on ne s'y arrêtera pas davantage.

## EXEMPLE V.

XLIX. †Soit la Courbe génératrice $HHV$ une logarithmique dont l'aſymptote ſoit $CV$ parallele à $GH$, ſes ordonnées $HK$ paralleles à $CX$, ſa ſoûtangente $KT = b$ conſtante, & les autres noms comme dans l'art. 2. l'équation de cette logarithmique ſera $\frac{b\,dy}{y} = -dz$ (à cauſe de l'équation $cz = bx$ des Spirales en général de l'art. 3.) $= -\frac{b\,dx}{c}$, ou $\frac{dy}{y} = -\frac{b\,dx}{bc}$.

De ſorte qu'en prenant les $dx$ conſtantes, c'eſt-à-dire, les $x$ ($AMB$ ou $ABYAMB$) en progreſſion arithmétique croiſſante, l'on aura les $y$ ($CE$) en progreſſion géométrique décroiſſante. Ce qui prouve que la Spirale $0ZEAREX$ qui en réſulte, eſt une Spirale logarithmique ordinaire, ainſi qu'on l'a déja vû dans l'art. 4.

On

* Fig. IX. † *Spirale logarithmique ordinaire.* ‡ Fig. X.

On voit auſſi que cette Spirale entrera par $A$ dans le cercle de révolution $ABYA$ à la fin de la premiere, conformément à l'art. 8. en prenant $AD$ ($b$) pour une des ordonnées de la Courbe génératrice $HHV$. Et que ſuivant l'art. 7. elle fera une infinité de révolutions avant que d'arriver à ſon centre $C$.

On voit enfin que les ordonnées ou rayons de cette Spirale ſont par tout à ſes ſoûtangentes correſpondantes :: $ab. hc.$ c'eſt-à-dire, en raiſon conſtante ; & par conſéquent auſſi les angles de cette Spirale avec ſes ordonnées ſont partout les mêmes, ainſi qu'on le ſuppoſe d'ordinaire dans la définition qu'on en donne.

L. *Cela étant, on aura $dy$ à l'élément ($ds$) de cette Spirale :: $ab. \sqrt{aabb+hhcc}$. Ce qui donne cet élement $ds = \frac{dy}{ab}\sqrt{aabb+hhcc}$; & par conſéquent $s = \frac{y}{ab}\sqrt{aabb+hhcc}$: c'eſt-à-dire que l'arc de cette Spirale logarithmique, compris entre chaque ordonnée $y$ ($CE$) & le centre $C$, eſt $= \frac{y}{ab}\sqrt{aabb+hhcc}$. D'où l'on voit que tous ces arcs ſont finis, quoiqu'ils faſſent chacun (*art.* 7.) une infinité de révolutions autour du centre $C$.

LI. †L'égalité $\frac{dy}{y} = -\frac{bdx}{hc}$ donne auſſi $-\frac{hcydy}{2ab} = \frac{yydx}{2a}$ élément de l'eſpace $COZEC$. Ainſi cet eſpace ſera $= \frac{hcyy}{4ab}$, dont les differen-

* *Longueur de cette Spirale logarithmique.* † *Sa Quadrature, ou l'eſpace qu'elle renferme.*

rentes couches ſe détailleront à l'infini comme l'on a fait celles des eſpaces ſpiraux paraboliques de l'exemple 1. dans l'art. 23. &c. Ces eſpaces ſpiraux logarithmiques $\left(\frac{hcyy}{4ab}\right)$ ſe trouvant ainſi comme les quarrez des ordonnées ou rayons ($y$), ſeront auſſi (*art.* 49.) en raiſon géométrique pendant que les arcs ($x$) de révolution ſeront en progreſſion arithmétique.

LII. *Si l'on examine le déroulement de cette Spirale logarithmique *OZEAREX* comme l'on a fait ceux des Spirales paraboliques du premier exemple dans les art. 20. 21. & 22. on trouvera que cette Spirale logarithmique ſe déroule en un triangle rectiligne rectangle dont la hauteur eſt à la baſe :: $ab$. $hc$. c'eſt-à-dire (*art.* 49.) comme les ordonnées ſont aux ſoûtangentes correſpondantes de cette Spirale logarithmique; ce qui donne encore ſa longueur & ſon eſpace tels qu'on les vient de trouver dans les art. 50. & 51. Car $y$ ($EC$) étant la hauteur de ce triangle, cette Analogie donnera $\frac{hcy}{ab}$ pour ſa baſe, & par conſéquent $\frac{y}{ab}\sqrt{aabb+hhcc}$ pour ſon hypothenuſe, & $\frac{hcyy}{2ab}$ pour ſon aire. Ainſi les longueurs correſpondantes de quelque Spirale que ce ſoit, & de ſa Déroulée, étant toûjours égales entr'elles, & l'eſpace de la Spirale toûjours moitié du correſpondant de ſa Déroulée; la longueur de la

* *Cette Spirale logarithmique ſe déroule en un triangle rectiligne rectangle, qui en donne encore la longueur, & la quadrature.*

la Spirale dont il s'agit ici, doit être $= \frac{y}{ab}\sqrt{aabb + hhcc}$, & ſon eſpace $= \frac{hcyy}{4ab}$, comme on l'a déja vû dans les art. 50. & 51.

*Outre cette Spirale logarithmique connue de tous les Géométres, en voici encore cinq autres pareillement logarithmiques dont perſonne (que je ſache) n'a parlé juſqu'ici.*

## EXEMPLE VI.

LIII. *La premiere de ces cinq nouvelles Spirales logarithmiques eſt encore formée, comme la précédente, par le moyen de la logarithmique ordinaire *HHV*, dont la ſoûtangente *GT* ſoit encore $= h$, mais dont *CX*† ſoit l'aſymptote, & $-\frac{hdz}{dy} = z$ ſon équation differentielle. Il eſt viſible que l'égalité $z = \frac{bx}{c}$ des Spirales en général de l'art. 3. donnant $dz = \frac{bdx}{c}$, ſi l'on ſubſtitue ces valeurs de $z$ & de $dz$ dans $-\frac{hdz}{dy} = z$, il en réſultera $-\frac{hbdx}{cdy} = \frac{bx}{c}$, ou $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{h}$ pour l'équation de cette nouvelle Spirale logarithmique *COZEAREX*.

On voit delà qu'en prenant ici les $dy$ conſtantes, c'eſt-à-dire, les $y$ (*CE* ou *CG*) en progreſſion arithmétique décroiſſante, les $x$ (*AMB* ou *ABYAMB*) en ſuivront une géométrique croiſ-

* *Premiere des nouvelles Spirales logarithmiques.*

† FIG. XI.

croiſſante; au lieu que dans l'autre Spirale logarithmique (*exemp.* 5.) les $x$ étant en progreſſion arithmétique, c'étoient les $y$ qui en ſuivoient une géométrique. On a déja vû tout cela dans l'art. 4.

LIV. *Il ſuit encore de l'équation $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{b}$ (*art.* 53.) de la Spirale dont il s'agit ici, que les ſoûtangentes de cette ſeconde Spirale logarithmique, ſont par tout $= -\frac{xyy}{ab}$, c'eſt-à-dire qu'elles ſont toûjours aux $y$ ($CE$) correſpondantes :: $xy.ab$.

LV. †On voit auſſi (*art.* 5.) que cette Spirale-ci commence du côté de $X$ à une diſtance infinie du point $C$, qu'enſuite (en prenant $AD$ pour une ordonnée de $HHV$) elle entrera (*art.* 8.) par $A$ dans le cercle $ABYA$ à la fin de la premiere révolution, pendant laquelle l'arc infini $XRA$ aura été décrit; & qu'enfin (*art.* 6.) elle arrivera au centre $C$ après un nombre fini de révolutions. Ce qui eſt tout le contraire de la précédente (*exemp.* 5.) qui commençoit à une diſtance finie du côté de $X$, & n'arrivoit au centre $C$ qu'après une infinité de révolutions.

LVI. ‡Pour voir préſentement, comme l'on a fait dans l'art. 33. pour les Spirales hyperboliques de l'exemple ſecond, ſi c'eſt en s'éloignant ou en s'approchant de la droite $CX$, que cette nouvelle Spirale logarithmique (qui coupe $VC$ prolongée en $N$) va à l'infini depuis $N$

* *Tangentes de cette nouvelle Spirale.* † *Cette Spirale commence à une diſtance infinie de ſon centre, où elle arrive après un nombre fini de révolutions.* ‡ *A quelle diſtance de ſon axe elle commence.*

$N$ du côté de $X$ ſans la rencontrer; ſoit encore un de ſes points quelconque $e$ pris ſur ſon arc $NX$ à telle diſtance qu'on voudra de ſon centre $C$, avec le rayon $Ce$ qui rencontre le cercle de révolution $ABYA$ en $b$; ſoient auſſi ſur $CX$ les perpendiculaires $bL = Sx$ (ſinus de l'arc $Ab = x$: $S$ ſignifie *ſinus*), & $ek = t$.

On aura $bL\,(Sx).ek\,(t) :: Cb\,(a).Ce\,(y)$. Ce qui donne $at = y \times Sx$, ou $adt = y \times dSx - Sx \times dy$, ou bien auſſi $\frac{adt - y \times dSx}{Sx} = -dy$ (à cauſe de l'équation $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{b}$ de l'art. 53.) $= \frac{b\,dx}{x}$. Mais parceque l'arc $Ab$, en devenant nul, rend $x = dx$, & $Sx = dx = dSx$; cette équation ſe changera alors en $\frac{adt - y\,dx}{dx} = \frac{b\,dx}{dx} = b$, ou en $adt - ydx = b\,dx$, d'où réſulte $\frac{dt}{dx} = \frac{b+y}{a}$: De ſorte qu'alors $y$, & par conſéquent auſſi $b+y$, ſe trouvant infinie par rapport à $a$, l'on aura de même $dt$ infinie par rapport à $dx$ infiniment petite du premier genre. Par conſéquent cette nouvelle Spirale logarithmique *COZEAREX* à une diſtance infinie de $C$ du côté de $X$, doit ſe trouver éloignée de la droite $CX$ du moins d'une diſtance finie. Le cours de l'impreſſion où ceci me vient, ne me permet pas d'en chercher davantage.

LVII. *Si l'on examine le déroulement de cette Spirale logarithmique comme l'on a fait ceux des Spirales paraboliques du premier exemple, dans les art. 20. 21. & 22. en faiſant de

* *Déroulement de cette nouvelle Spirale logarithmique.*

de ſes ordonnées concourantes ($y$) les ordonnées paralleles de ſa Déroulée, & en prenant $v$ pour les abſciſſes de l'axe de cette Déroulée, auquel ces ordonnées ſoient perpendiculaires; on trouvera $dv = \frac{vydy}{hh-hy}$ pour l'équation de cette même Déroulée, dont la longueur ſera auſſi la même que celle de cette Spirale, & ſon eſpace double de celui de cette même Spirale: le tout pris par rapport à des arcs correſpondans.

*Ces longueurs, ces eſpaces entiers & par couches, ſe chercheront comme dans l'exemple premier pour les Spirales paraboliques vertico-centrales. Je finis donc en rapportant ſeulement les conſtructions des quatre nouvelles Spirales qui nous reſtent encore à faire voir: réſervant le ſurplus pour une autre fois.*

## EXEMPLE VII.

LVIII. * Soit $dz = \frac{abdy}{cyy}\sqrt{hh-yy}$ l'équation de la Courbe génératrice *HHV*. Il eſt viſible que l'égalité générale (*art.* 3.) des Spirales, donnant $dz = \frac{bdx}{c}$, ſi l'on ſubſtitue cette valeur de $dz$ dans l'égalité précédente, l'on aura $dx = \frac{ady}{yy}\sqrt{hh-yy}$, ou $\frac{ydx}{a} = \frac{dy\sqrt{hh-yy}}{y}$ pour l'équation de la Spirale que la Courbe génératrice propoſée doit engendrer à la maniére de l'art. 1. De ſorte qu'en prenant $ds$ pour l'élement de cette Spirale, l'on aura

* *Seconde des nouvelles Spirales logarithmiques.*

aura $ds \sqrt{dy^2 + \frac{hhdy^2 - yydy^2}{yy}} = \frac{hdy}{y}$, ou $\frac{ds}{h} = \frac{dy}{d}$. D'où l'on voit qu'en prenant les arcs ($s$) de cette Spirale en progreſſion arithmétique, ſes ordonnées correſpondantes ($y$) ſeront en progreſſion geométrique. Ainſi cette Courbe ſera encore une Spirale logarithmique d'une troiſiéme eſpece.

Et ſi l'on prend encore $y$ & $v$ pour les coordonnées orthogonales de ſa Déroulée, il eſt viſible auſſi que $dv = \frac{dy}{y}\sqrt{hh - yy}$ ſera l'équation de cette Déroulée, dont la longueur ſera égale à celle de cette Spirale, & ſon eſpace double celui de cette même Spirale : le tout pris par rapport à des arcs correſpondans.

## EXEMPLE VIII.

LIX.* Soit de même $dz = \frac{abzdy}{\sqrt{aabbhh - ccyyzz}}$ l'équation de la Courbe génératrice $HHV$. L'égalité générale $z = \frac{bx}{c}$ (*art.* 3.) des Spirales, donnant $dz = \frac{bdx}{c}$, l'on aura $dx = \frac{abxdy}{\sqrt{aabbhh - bbxxyy}} = \frac{axdy}{\sqrt{aahh - xxyy}}$; ce qui donne $aabbhdx^2 = aaxxdy^2 + xxyydx^2$, ou bien $\frac{dx}{x} = \sqrt{\frac{aady^2 + yydx^2}{aahh}} = \sqrt{\frac{dy^2 + \frac{yydx^2}{a}}{h}} =$

* *Troiſiéme des nouvelles Spirales logarithmiques.*

$= \frac{ds}{h}$ pour l'équation de la Spirale qui doit réſulter de la Courbe génératrice propoſée, en prenant encore $ds$ pour l'élément de cette Spirale. D'où l'on voit qu'en prenant les arcs ($s$) de cette même Spirale en progreſſion arithmétique, les arcs correſpondans ($x$) de révolution ſeront en progreſſion geométrique. Ainſi cette Courbe ſera encore une Spirale logarithmique d'une quatriéme eſpece.

*Autrement.* Puiſque $dx = \frac{axdy}{\sqrt{aahh - xxyy}}$ l'on aura $\frac{ydx}{a} = \frac{xydy}{\sqrt{aahh - xxyy}}$, & $ds = \sqrt{dy^2 + \frac{xxyydy^2}{aahh - xxyy}} =$ $= \frac{ahdy}{\sqrt{aahh - xxyy}} = \frac{hdx}{x}$, ou $\frac{ds}{h} = \frac{dx}{x}$, comme ci-deſſus.

## EXEMPLE IX.

LX. * Soit préſentement $aab^3hdyddy =$ $= aabbcdy^2dz - bcchydydz^2 + c^3yydz^3$ l'équation de la Courbe génératrice $HHV$. L'égalité générale de l'art. 3. donnant $dz =$ $= \frac{bdx}{c}$, l'on aura $aab^3hdyddy = aab^3dxdy^2 - b^3hydx^2dy + b^3yydx^3$, ou $aahdyddy + hydx^2dy = aadxdy^2 + yydx^3$. Donc $\frac{h}{dx} \times \frac{aadyddy + ydx^2dy}{\sqrt{aady^2 + yydx^2}} = \sqrt{aady^2 + yydx^2}$; & en intégrant ($dx$ étant conſtante) $\frac{h}{dx}$ $\sqrt{aady^2 + yydx^2} = \int \sqrt{aady^2 + yydx^2}$, ou (en

* *Quatriéme des nouvelles Spirales logarithmiques.*

(en diviſant le tout par $a$) $\frac{b}{dx}\sqrt{dy^2+\frac{yydx^2}{aa}} =$
$=\int\sqrt{dy^2+\frac{yydx^2}{aa}}$, c'eſt-à-dire (en prenant encore $ds$ pour l'élément de la Spirale) $\frac{b\,ds}{dx}=s$, ou $\frac{ds}{s}=\frac{dx}{b}$ qui en ſera l'équation. D'où l'on voit que cette Courbe eſt encore une Spirale logarithmique d'une cinquiéme eſpece, dont les arcs ($s$) ſeront en progreſſion geométrique pendant que les arcs correſpondans ($x$) de révolution ſeront en progreſſion arithmétique.

## EXEMPLE X.

LXI. * Soit enfin $aabbdy^3=cchydydz^2-ccyydydz^2+cchyydzddz$ l'équation de la Courbe génératrice *IIIV*. L'égalité générale $z=\frac{bx}{c}$ de l'art. 3. donnant $dz=\frac{bdx}{c}$, & $ddz=\frac{bddx}{c}$, la ſubſtitution de ces valeurs de $dz$ & $ddz$ dans la précédente équation de la Courbe propoſée, la changera en $aabbdy^3=$
$=bbhydydx^2-bbyydydx^2+bbhyydxddx$,
ou $aady^3+yydydx^2=hydydx^2+hyydxddx$.
Ce qui donne $\frac{dy}{h}\sqrt{aady^2+yydx^2}=\frac{ydydx^2+yydxddx}{\sqrt{aady^2+yydx^2}}$.
De ſorte que ſi l'on intégre en prenant $dy$ conſtante, l'on aura $\frac{dy}{h}\times\int\sqrt{aady^2+yydx^2}=$
$=\sqrt{aady^2+yydx^2}$, ou (en diviſant le tout par

* *Cinquiéme des nouvelles Spirales logarithmiques.*

par $a$) $\frac{dy}{h} \times \int \sqrt{dy^2 + \frac{yy\,dx^2}{aa}} = \sqrt{dy^2 + \frac{yy\,dx^2}{aa}}$:

c'eſt-à-dire, $\frac{s\,dy}{h} = ds$ ou $\frac{dy}{h} = \frac{ds}{s}$ pour l'équation de la Spirale cherchée, en prenant encore $ds$ pour ſon élément. D'où l'on voit qu'en prenant les arcs ($s$) de cette Spirale en progreſſion geométrique, ſes ordonnées ($y$) ſeront en progreſſion arithmétique. Ainſi cette Courbe eſt encore une Spirale logarithmique d'une ſixiéme eſpece.

LXII. * Telle eſt la conſtruction des ſix Spirales logarithmiques promiſes ci-deſſus, leſquelles comprennent toutes les combinaiſons poſſibles de progreſſions arithmétique & geométrique entre leurs arcs ($s$), ceux de révolution ($x$), & leurs ordonnées ($y$). Car

1°. Si l'on prend les arcs ($x$) de revolution en progreſſion arithmétique, la Spirale de l'art. 49. aura ſes ordonnées ($y$), & celle de l'art. 60. ſes arcs ($s$) en progreſſion geométrique; Et réciproquement.

2°. En prenant les ordonnées ou rayons ($y$) de la Spirale en progreſſion arithmétique, celle de l'art. 53. aura ſes arcs ($x$) de revolution, & celle de l'art. 61. ſes propres arcs ($s$) en progreſſion geométrique; Et réciproquement.

3°. Enfin en prenant les arcs ($s$) de la Spirale en progreſſion arithmétique, celle de l'art. 59. aura ceux ($x$) de révolution, & celle de l'art.

* *Les ſix Spirales logarithmiques précedentes ſont tout ce qu'il en peut réſulter des combinaiſons des progreſſions arithmétiques & geométriques de leurs ordonnées, de leurs arcs, & de ceux de révolution.*

l'art. 58. ſes ordonnées ($y$) en progreſſion geométrique; Et réciproquement.

*Voilà beaucoup plus d'exemples qu'on ne s'étoit d'abord propoſé, de la formation générale des Spirales de l'art.* 1. *& de l'uſage qu'on doit faire de leur équation univerſelle trouvée dans l'art.* 3. *Mais la facilité avec laquelle la conſtruction des ſix précédentes Spirales logarithmiques s'en déduit, m'a paru digne d'être obſervée. Voici preſentement quelques uſages de cette formation générale pour la deſcription des Courbes dont les ordonnées concourent en un même point quelconque de leur plan.*

# U S A G E

## *De la Formation générale des Spirales de l'art.* 1. *pour la deſcription des Courbes dont les ordonnées concourent en quelque point que ce ſoit.*

LXIII. * Une Courbe quelconque $0EZ$, dont les ordonnées $EC$, $eC$, &c. concourent toutes en quelque point $C$ que ce ſoit, étant propoſée à décrire, ſoit cette Courbe imaginée comme une eſpece de Spirale, dont $C$ ſoit le centre ou le pole, $ABYA$ le cercle de révolution décrit de tel rayon $AC$ qu'on voudra, la circonférence duquel ſoit rencontrée en $B$, $b$, par deux rayons ou ordonnées $CE$, $Ce$, de cette Cour-

* *Manière de trouver les génératrices propres à décrire par le moyen de l'art.* 1. *& comme autant de Spirales, les Courbes dont les ordonnées concourent en quelque point que ce ſoit.* FIG. XII.

Courbe, infiniment proches l'une de l'autre; & tout le reſte comme dans l'art. 1. Soient auſſi les noms ici les mêmes que dans l'art. 2. Soient ſeulement de plus l'arc infiniment petit $EF$ décrit du rayon $CE$, appellé $dv$, & $AG$ ou $BE$ appellée $t$; & par conſéquent $a - y = t$, ou $y - a = t$, ſelon que $AC$ $(a)$ eſt plus grand ou moindre que $EC$ $(y)$. Pour éviter cette variété de ſignes, nous ſuppoſerons toûjours dans la ſuite $AC$ plus grand que $EC$; ſi le contraire arrive, on ſubſtituera $y - a$ & $dy$ à la place de $a - y$ & $-dy$ dans ce que nous allons dire. Cela poſé,

1°. Si $t$ & $x$, ou $y$ & $x$, ſont les variables de l'équation de la Courbe $OEZ$ propoſée à décrire; il n'y a qu'à conſidérer que l'équation générale $z\,c = b\,x$ de l'art. 3. donne $x = \frac{z\,c}{b}$, & $dx = \frac{c\,dz}{b}$: Car la ſubſtitution de ces valeurs de $x$ & de $dx$ à la place de ce qui s'en trouve dans l'équation donnée de la Courbe $OEZ$, changera cette même équation en une autre où il n'y aura de variables que $t$ & $z$, ou $y$ & $z$, avec leurs différences, ſi elle en a; & qui par conſéquent ſera l'équation de la Courbe génératrice $HHV$ requiſe pour décrire la Courbe $OEZ$ à la maniére de l'art. 1.

2°. Si $dv$ ſe trouvoit avec une ou pluſieurs des variables précédentes (j'y comprens auſſi leurs différences, s'il y en a) dans l'équation donnée de la Courbe $OEZ$ propoſée à décrire; il n'y auroit alors qu'à ſubſtituer dans cette équation la valeur de $dv$ qui réſulte de l'Analogie $CB$ $(a)$. $CE$ $(y)$ :: $Bb$ $(dx)$. $EF$ $(dv)$

$(dv) = \frac{y\,dx}{a}$. Et pour lors n'y reſtant plus de variables que $t$ & $x$, ou $y$ & $x$, cette équation ſera dans le cas paécédent (*n.* 1.); ainſi il n'y aura plus qu'à en chaſſer $x$ & $dx$ par la ſubſtitution de leurs valeurs $\frac{cz}{b}$, $\frac{c\,dz}{b}$, réſultantes de l'équation générale $cz = bx$ de l'art. 3. pour avoir celle de la Courbe cherchée $HHV$ génératrice de la Courbe $0\,E\,Z$ qu'on veut décrire.

## EXEMPLE I.

LXIV. 1°. Soit $px = tt$ l'équation de la Courbe $0\,E\,Z$ propoſée à décrire. Cette équation donnera $x = \frac{tt}{p}$. Mais l'équation générale $zc = bx$ de l'art. 3. donne auſſi $x = \frac{zc}{b}$. Donc $\frac{zc}{b} = \frac{tt}{p}$, ou $\frac{cpz}{b} = tt$ ſera l'équation de la Courbe $HHV$ génératrice de la Courbe $0\,E\,Z$ à décrire à la maniére de l'art. 1. Ce qui fait voir que cette génératrice $HHV$ doit être ici une Parabole ordinaire touchée en ſon ſommet $A$ par la droite $AC$.

Cette Parabole ainſi trouvée, étant décrite, l'article premier fait voir que ſi l'on prend l'arc $AMB$ à une ordonnée quelconque $HG$ de cette Parabole, comme la circonférence entiére $ABYA$ ($c$) eſt à la droite conſtante $AD$ ($b$), & qu'après avoir tiré la droite $CB$, on fait (du centre $C$) l'arc circulaire $GE$ qui rencontre cette droite $CB$ en $E$; ce point $E$ ſera un de ceux de la Courbe $0\,E\,Z$ à décrire.

En

En effet puiſque (*conſtr.*) $AMB$ ($x$). $HG$ ($z$) :: $ABYA$ ($c$). $AD$ ($b$) L'on aura $x = \frac{zc}{b}$. Donc en ſubſtituant $x$ au lieu de cette valeur dans l'équation $\frac{cpz}{b} = tt$ de la Parabole génératrice $HHV$, il en réſultera $px = tt$ pour l'équation de la Courbe $OEZ$ ainſi décrite par le moyen de cette Parabole génératrice $HHV$. Par conſéquent cette équation $px = tt$ étant la même que celle de la Courbe propoſée à décrire, il s'enſuit que cette Courbe eſt auſſi celle qui vient d'être décrite.

2°. Si au lieu de $px = tt$, on eût donné $px = \overline{a-y}^{2}$ pour l'équation de cette même Courbe $OEZ$; l'on auroit eu $pdx = \overline{2a-2y} \times -dy = 2ydy - 2ady$, ou $dx = \frac{2ydy-2ady}{p}$ (à cauſe de $a-y = t$, ou $y-a = -t$, & $dy = -dt$) $\frac{-2t \times -dt}{p} = \frac{2tdt}{p}$. Mais l'équation générale $zc = bx$ de l'art. 3. donne auſſi $dx = \frac{cdz}{b}$. Donc $\frac{cdz}{b} = \frac{2tdt}{p}$, ou (en intégrant) $\frac{pcz}{b} = tt$ ſera l'équation de la Courbe $HHV$, laquelle par conſéquent ſera encore la génératrice de $OEZ$ à la maniére de l'art. 1.

*Il eſt à remarquer que cette Courbe* OEZ *eſt encore la Parabole hélicoïde de M.* Bernoulli *Profeſſeur à* Bâle, *dont nous avons parlé ci-deſſus art.* 38.

## EXEMPLE II.

LXV. Soit de même $dx = \frac{adt\sqrt{et-ee}}{ae-et}$ l'équation de la Courbe $OEZ$ proposée à décrire. L'équation générale $zc = bx$ de l'art. 3. donnant aussi $dx = \frac{cdz}{b}$, l'on aura tout d'un coup $\frac{cdz}{b} = \frac{adt\sqrt{et-ee}}{ae-et}$, ou $dz = \frac{abdt\sqrt{et-ee}}{ace-cet}$ pour l'équation de la Courbe $HHV$ génératrice de $OEZ$ à la maniére de l'art. 1.

On décrira présentement cette Courbe comme l'on vient de faire celle du précédent exemple 1. art. 64.

Il est aussi à remarquer que cette Courbe $OEZ$ est la Paracentrique, elle-même, qu'on a démontrée dans les Mémoires de 1699. pag. 25. &c. avoir son origine entre $A$ & $C$ sur $AC$, & devoir faire une infinité de révolutions autour du centre $C$ avant que d'y arriver : il n'y a de différence entre l'équation qu'on en donne ici, & celle qui s'en trouve dans la pag. 25. de ces Mémoires, qu'en ce qu'on appelle ici $x, y, t, a, e, c, b, z$, ce qu'on appelle-là $z, y, x, c, a, e, g, k$. La substitution de ces dernieres grandeurs à la place des premiéres qui leur répondent, dans l'équation de la Courbe génératrice $HHV$ qu'on vient de trouver, la rendroit aussi la même que celle de la génératrice de la seconde description qui se trouve de la précédente Paracentrique dans la pag. 29. des Mémoires dont on vient de parler.

EX-

## EXEMPLE III.

LXVI. Soit auſſi $dv = \frac{\overline{a-t} \times dt}{\sqrt{2at+2pt-tt}}$ l'équation d'une Courbe $0EZ$ propoſée à décrire. Il ſuffit de conſidérer que $CB$ $(a)$. $CE$ $(y)$ :: $Bb$ $(dx)$. $EF$ $(dv) = \frac{y\,dx}{a}$. Et que l'égalité générale $zc = bx$ de l'art. 3. donnant $dx = \frac{c\,dz}{b}$, l'on aura $dv = \frac{y\,c\,dz}{ab}$ (*art.* 63.) $=$ $= \frac{\overline{a-t} \times c\,dz}{ab}$. Car la ſubſtitution de cette dernière valeur de $dv$ dans l'égalité propoſée, la changera en $\frac{\overline{a-t} \times c\,dz}{ab} = \frac{\overline{a-t} \times dt}{\sqrt{2at+2pt-tt}}$, ou en $dz = \frac{ab\,dt}{c\sqrt{2at+2pt-tt}}$, qui ſera celle de la génératrice $HHV$ propre à décrire à la maniére de l'art. 1. la Courbe $0EZ$ propoſée: Cette deſcription ſe fera encore comme celle de l'exemple 1. art. 64.

## AVIS.

LXVII. Quelque facile que paroiſſe la méthode de l'art. 1. pour la conſtruction des Courbes dont les ordonnées concourent en un même point, il faut cependant avoüer qu'il y a des cas où il s'en trouve de beaucoup plus faciles: Par exemple, en voici une pour conſtruire la Courbe $0EZ$ du dernier exemple 3. beaucoup plus ſimple & plus facile que celle du précédent art. 66.

En effet l'équation $dv = \frac{\overline{a-t} \times dt}{\sqrt{2at+2pt-tt}}$ de cette Courbe $0EZ$, donnant $\frac{adv}{a-t}(Bb) = \frac{adt}{\sqrt{2at+2pt-tt}}$, il eſt viſible que l'on aura auſſi $Bb = \frac{a}{a+p} \times \frac{\overline{a+p} \times dt}{\sqrt{2at+2pt-tt}}$. Or ſi l'on prend $CR = p$; que du centre $R$, & du rayon $AR\ (a+p)$, on décrive le demi cercle $AVK$, avec une de ſes ordonnées quelconque $GL$; & que de l'extrémité $l$ de ſon élément $Ll$ on ſuppoſe $lN$ parallele à $AK$, laquelle rencontre $GL$ prolongée en $N$: l'on aura $GL\ (\sqrt{2at+2pt-tt})$. $LR\ (a+p) :: Nl\ (dt)$. $lL = \frac{\overline{a+p} \times dt}{\sqrt{2at+2pt-tt}}$. Donc $Bb = \frac{a \times lL}{a+p} = \frac{AC \times Ll}{AR}$; & (en intégrant) $AB = \frac{AC \times AL}{AR}$. Ce qui donne enfin $AL.\ AB :: AR.\ AC.$ c'eſt-à-dire, les ſecteurs correſpondans $ARL$ & $ACB$ par tout ſemblables entr'eux. D'où l'on voit qu'en prenant deux angles quelconques $ARL$ & $ACB$ égaux entr'eux, ſi après avoir fait l'ordonnée $LG$, on décrit du centre $C$ par $G$ l'arc $GE$ qui rencontre le rayon $CB$ en $E$; ce point $E$ ſera un de ceux de la Courbe à décrire $0EZ$, dont on voit que le contour doit être $A0EZCDK$ en forme de B. *Ce qu'il faloit trouver.*

*On voit, dis-je, combien cette méthode eſt plus ſimple & plus aiſée que celle de l'art.* 1. *employée dans l'art.* 66. *&c. Mais auſſi en récompenſe celle de l'art.* 1. *eſt-elle beaucoup plus univerſelle en ce qu'elle peut ſervir à la conſtruction de toutes les Cour-*

*Courbes d'ordonnées concourantes, au lieu que celle du préſent art. 67. ne convient qu'à la Courbe de cet Article. Je finis par quelques Remarques ſur cette méthode générale de l'art. 1. & ſur quelques autres qu'elle m'a fait encore imaginer pour la formation de toutes ſortes de Spirales à l'infini.*

# REMARQUES

## *Sur différentes Formations générales de Spirales à l'infini.*

LXVIII. On a vû ci-deſſus (*art.* 38.) la maniére dont M. *Bernoulli* Profeſſeur à *Bâle*, a formé ſa Parabole hélicoïde dans les *Actes de Leipſic* de 1691. pag. 14. Il eſt viſible qu'on pourroit auſſi former autant d'autres Spirales qu'on peut imaginer d'autres Courbes au lieu de ſa Parabole, roulées comme elle : c'eſt-à-dire, * dont l'axe fût roulé en tant de révolutions qu'on voudroit ſur la circonférence d'un cercle quelconque $ABYA$; ayant ſes abſciſſes en $AMB$ $(x)$, dont l'origine eſt en $A$; & ſes ordonnées $BE$, tendantes toutes au centre $C$ de ce cercle, ou directement à contre-ſens. Il eſt, dis-je, viſible que toutes les Spirales $0\ E\ Z$ formées par les extrémités $E$ de toutes ces ordonnées, ſeroient auſſi différentes entr'elles que tout ce qu'on peut imaginer de Courbes ainſi roulées.

LXIX. Mais toutes ces Spirales ſe peuvent encore trouver aiſément par la méthode de l'art. 1. en imaginant du centre $C$ par tous ces points $E$, autant d'arcs de cercles $EG$, qui ren-

* Fig. XIV.

rencontrent $AC$ prolongée vers $X$, $x$, en autant de points $G$, deſquels ſoient élevées autant de perpendiculaires $GH$ ſur cet axe $Xx$, leſquelles ſoient chacune à une droite conſtante $AD$, comme l'abſciſſe correſpondante $AMB$ ou $nc + AMB$ de tant de révolutions qu'on voudra, eſt à la circonférence ($c$) du cercle $ABYA$, ſur laquelle circonférence on ſuppoſe que la génératrice, à la maniére de M. *Bernoulli*, a ſon axe roulé. Car il eſt manifeſte que la Courbe $HHV$ qui paſſera par tous les points $H$ ainſi trouvez, ſera la génératrice de toutes ces Spirales à la maniére de l'art. 1.

LXX. Il eſt auſſi fort aiſé de trouver l'équation de cette génératrice à la maniére de l'art. 1. par l'équation de l'autre génératrice à la maniére de M. *Bernoulli*. Car ſi outre les noms de l'art. 2. on appelle $v$, les ordonnées $BE$ de cette ſeconde génératrice roulée, dont les abſciſſes ſont (*hyp.*) $AMB$ ou $nc + AMB = x$; on trouvera $v = \pm a \mp y$. Ainſi l'équation donnée de cette Courbe roulée, donnant $v$ en $x$ & en conſtantes, il en réſultera une troiſiéme équation de $\pm a \mp y$ avec cette valeur de $v$, dans laquelle équation il n'y aura plus de variables que des $x$ & des $y$; & qui par conſéquent donnera de même $x$ en $y$ & en conſtantes, laquelle valeur de $x$ étant ſubſtituée dans l'égalité générale $cz = bx$ (*art.* 3.) des Spirales engendrées comme dans l'art. 1. la changera en celle de la Courbe $HHV$ requiſe pour décrire à la maniére de l'article 1. la Spirale $OEZ$ propoſée.

*Exemple.* Soit cette Spirale, *la Parabole hélicoïde* de M. *Bernoulli*, engendrée à ſa maniére par une Parabole ordinaire, laquelle ayant ſon

axe

axe roulé ſur la circonference du cercle *ABYA*, ait ſon ſommet en *A*, *AMB* (*x*) pour ſes abſciſſes, *BE* (*v*) pour ſes ordonnées tendantes au centre *C* de ce cercle, & ſon paramétre $= l$. L'équation de cette Parabole ſera $xl = vv$, ou $v = \sqrt{xl}$. Ainſi ayant déja (*hyp.*) $v = \overline{a \mp y}^{2}$, l'on aura auſſi $\overline{a \mp y}^{2} = \sqrt{xl}$, ou $xl = \overline{a \mp y}^{2}$; d'où réſultera de même $x = \frac{\overline{a \mp y}^{2}}{l}$. Donc ayant d'ailleurs (*art.* 3.) $cz = bx$, & par conſéquent auſſi $x = \frac{cz}{b}$; l'on aura enfin $\frac{cz}{b} = \frac{\overline{a \mp y}^{2}}{l}$, ou $\frac{czl}{b} = \overline{a \mp y}^{2}$ pour l'équation de la Courbe *HHV* propre à engendrer à la maniere de l'art. 1. la Parabole hélicoïde de M. *Bernoulli* : auſſi cette équation eſt-elle la même que celle qui réſulte de l'équation parabolique générale $\overline{a \mp y}^{m} = zp^{m-1}$ de l'art. 38. qu'on a déja vûe dans ce même article, devoir engendrer cette Spirale à la maniere de l'art. 1. en faiſant $m = 2$. En effet cette équation générale de la Courbe *HHV*, ſe réduit-elle alors à cette particuliere $\overline{a \mp y}^{2} = zp$, dont le paramétre *p* doit être ici $= \frac{cl}{b}$ pour avoir à la maniere de l'art. 1. la même Spirale numeriquement que M. *Bernoulli* a trouvée par la ſienne. Et ainſi de telle autre Spirale qu'on voudra rapporter de la maniere de M. *Bernoulli* à celle de l'art. 1.

LXXI. *On a vû à la fin de l'art. 3. que cette maniere de l'art. 1. quelque générale qu'elle ſoit, le peut encore devenir quelquefois davantage en faiſant $zc^{\pi} = bx^{\pi}$ au lieu de $zc = bx$ dans cet art. 3. En voici quelques exemples.

1°. L'équation $zc^{\pi} = bx^{\pi}$ donnant $z = \frac{bx^{\pi}}{c^{\pi}}$, ſi l'on introduit cette valeur de $z$ dans l'équation génératrice circulaire $z = \sqrt{2ry - yy}$ de l'art. 44. l'on aura $\frac{bx^{\pi}}{c^{\pi}} = \sqrt{2ry - yy}$, ou $bbx^{2\pi} = 2ryc^{2\pi} - yyc^{2\pi}$ pour l'équation des Spirales circulaires qui en doivent réſulter à la maniere de l'art. 1. qui donneroit alors $\overline{ABYA}^{\pi}$ $(c^{\pi})$. $\overline{AMB}^{\pi}$ ou $\overline{ABYAMB}^{\pi}$ $(x^{\pi})$ :: $AD$ $(b)$. $GH$ $(z)$. De ſorte qu'en prenant $\pi = 1$, il en réſulteroit $\frac{bx}{c} = \sqrt{2ry - yy}$ pour l'équation de la Spirale circulaire particuliere de l'art. 44. comme dans cet Article.

2°. De même ſi l'on prend ici l'équation $\frac{dz}{b} = -\frac{dy}{y}$ de l'art. 49. pour génératrice de la Spirale à trouver par le moyen de l'équation $zc^{\pi} = bx^{\pi}$, en s'en ſervant encore comme l'on a fait de $zc = bx$ dans cet art. 49. Cette équation générale $zc^{\pi} = bx^{\pi}$ donnant $dz = \frac{\pi bx^{\pi-1}dx}{c^{\pi}}$, l'on auroit ici $\frac{\pi bx^{\pi-1}dx}{bc^{\pi}} =$

* *Comparaiſon de deux équations de Spirales en général, réſultantes de l'article* 1.

$= -\frac{dy}{y}$ pour l'équation de la Spirale cherchée, au lieu de l'équation $\frac{b\,dx}{hc} = -\frac{dy}{y}$ à la Spirale logarithmique ordinaire, que $zc = bx$ donnoit là, & qu'on voit n'être encore qu'un cas de celle qu'on vient de trouver; puiſqu'en faiſant $\pi = 1$, ſon équation $\frac{\pi b x^{\pi-1} dx}{bc^{\pi}} = -\frac{dy}{y}$ ſe changera en $\frac{b\,dx}{hc} = -\frac{dy}{y}$ qui eſt celle de cette Spirale logarithmique ordinaire.

Et ainſi de pluſieurs autres Spirales où l'équation générale $zc^{\pi} = bx^{\pi}$ doit porter une univerſalité beaucoup plus grande que ne feroit $zc = bx$.

LXXII. Il eſt pourtant à remarquer que cette équation générale $zc^{\pi} = bx^{\pi}$ ſubſtituée à la place de $zc = bx$, ne produit pas toûjours ce ſurcroît d'univerſalité, ainſi qu'on en a averti à la fin de l'art. 3. & qu'on le vient encore d'inſinuer au commencement & à la fin du précédent art. 71. par les mots de *quelquefois* & de *pluſieurs*.

En effet 1°. ſi l'on prend encore la logarithmique génératrice du ſecond exemple de cet art. 71. n. 2. pour génératrice de celui-ci, en y prenant ſeulement ſon aſymptote pour ſon axe, ainſi que dans l'art. 53. au lieu que ci-deſſus (*art.* 71. *n.* 2.) c'étoit une des ordonnées à ſon aſymptote qu'on prenoit pour ſon axe, comme dans l'art. 49. En ce cas l'équation de cette logarithmique génératrice étant $\frac{dz}{z} = -\frac{dy}{h}$ comme dans l'article 53. Et l'équation générale

$zc^{\pi} = bx^{\pi}$ donnant $z = \frac{bx^{\pi}}{c^{\pi}}$, & $dz = \frac{\pi b x^{\pi-1} dx}{c^{\pi}}$: la ſubſtitution de ces valeurs de $z$ & de $dz$ dans l'équation génératrice $\frac{dz}{z} = -\frac{dy}{h}$, donnera $-\frac{dy}{h} = \frac{\pi b x^{\pi-1} dx}{b x^{\pi}} = \frac{\pi dx}{x}$, ou $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{\pi h}$ pour celle de la Spirale cherchée, laquelle on voit être encore une Spirale logarithmique de même nature que celle que la même génératrice a engendrée dans l'art. 53. par le moyen de $zc = bx$. Ainſi $zc^{\pi} = bx^{\pi}$ ne produit rien ici de plus général que $zc = bx$, l'inégalité des conſtantes $h$ & $\pi h$ n'y faiſant rien.

Pareillement 2°. ſi l'on prend l'équation parabolique $z = \frac{y^m}{a^{m-1}}$ de l'art. 13. pour la génératrice de la Spirale à trouver par le moyen de l'équation générale $zc^{\pi} = bx^{\pi}$ ; cette équation donnant $z = \frac{bx^{\pi}}{c^{\pi}}$, l'on aura $\frac{y^m}{a^{m-1}} = \frac{bx^{\pi}}{c^{\pi}}$, ou $c^{\pi} y^m = bx^{\pi} a^{m-1}$ pour l'équation de cette Spirale. De ſorte qu'en prenant $b = a$, comme dans l'art. 13. l'on aura $c^{\pi} y^m = x^{\pi} a^m$ pour l'équation de cette Spirale, laquelle on voit être celle de M. de *Fermat*, trouvée dans cet art. 13. par le moyen de $zc = bx$. Ainſi l'univerſalité de l'équation $zc^{\pi} = bx^{\pi}$ de l'art. 71. ne fait encore rien ici de plus que la ſimple $zc = bx$ de l'art. 3.

*Je n'entrerai point dans un plus grand détail, ne m'étant déja que trop étendu ſur cette matiere. Voici cependant encore une autre maniere de former des Spi-*

*Spirales à l'infini, qui me vient en penſée, laquelle eſt encore plus générale que celle de l'art. 1. Je n'en dirai que deux mots, me réſervant à la traiter plus à fond dans une autre occaſion.*

LXXIII. Toutes choſes demeurant les mêmes que dans l'art. 1. imaginons de plus une Courbe quelconque $LLS$ mobile autour du centre $C$, avec la Regle $CP$ qui en ſoit le diamêtre ou l'axe, & dont les ordonnées * ſoient $EL$ qui faſſent tel angle donné qu'on voudra avec cette Regle. Préſentement après avoir trouvé chaque point $E$ comme dans l'art. 1. au lieu d'y faire paſſer la Spirale cherchée, comme dans cet article, imaginons qu'elle paſſe par les extrémitez $L$ des ordonnées correſpondantes $EL$ de la Courbe $LLS$, que nous appellerons *ſeconde génératrice*, pour la diſtinguer de celle ($HHV$) dont nous nous ſommes ſervis juſqu'ici, laquelle pour cet effet s'appellera *premiere génératrice*.

Il eſt viſible que la Spirale $OLZLK$, qui en réſultera, ſera auſſi très-univerſelle, & ce d'autant plus que ſa ſeconde génératrice générale $LLS$ ſe peut diverſifier en autant de particulieres que ſa premiere $HHV$, & avoir ſur la Regle $CP$ des poſitions auſſi variables par rapport au centre $C$, que celles de $HHV$ le ſont ſur $CX$ par rapport à ce même point $C$.

LXXIV. Les noms demeurant auſſi les mêmes que dans l'art. 2. ſoient de plus les ordonnées $EL = v$. Il eſt encore manifeſte que l'équation générale $zc = bx$ de l'art. 3. ou celle $zc^{\pi} = bx^{\pi}$ de l'art. 71. doit entrer dans celle de la Spirale $OLZLK$ dont il s'agit ici; puiſque cet-

* Fig. XV.

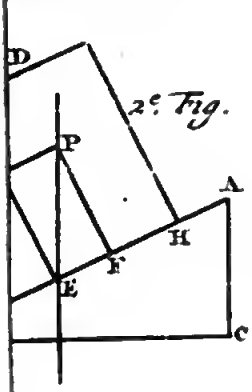
cette équation ſert à trouver les points $E$.

1°. Il en faut chaſſer $z$ par la ſubſtitution de ſa valeur en $y$ & en conſtantes, laquelle valeur de $z$ ſe tirera de l'équation donnée de la premiere Courbe génératrice $HHV$, comme l'on a fait ci deſſus pour trouver les équations particulieres des Spirales qu'on y a examinées. Ce qui donnera l'équation de celles qui paſſeroient par $E$ à la maniere de l'art. 1. laquelle équation ne ſera faite que de $x$, de $y$, & de conſtantes.

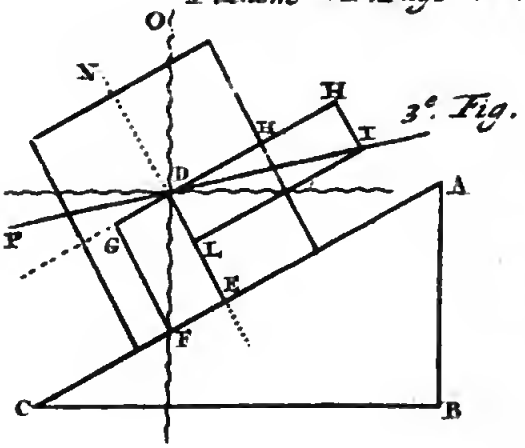
2°. Après cela l'équation donnée de la ſeconde génératrice $LLS$, donnant auſſi $y$ en $v$ & en conſtantes, la ſubſtitution de cette valeur de $y$ dans la derniere équation trouvée (*n.* 1.) pour celle des Spirales qui paſſeroient par $E$, ſe changera enfin en celle des Spirales qui doivent paſſer par $L$. *Ce qu'il faloit trouver.*

*Exemple.* Soit encore $z = \frac{y^m}{a^{m-1}}$ le lieu parabolique général de la premiere Courbe génératrice $HHV$, comme dans l'art. 13. & le circulaire $y = r \pm \sqrt{rr - vv}$ pour celui de la ſeconde $LLS$. La ſubſtitution de cette valeur de $z$ dans l'équation $zc = bx$ de l'art. 3. la changera en $\frac{cy^m}{a^{m-1}} = bx$ qui eſt celle de la Spirale de l'art. 13. de laquelle réſulte $y = \frac{\overline{bx\,a^{m-1}}^{\frac{1}{m}}}{c^{\frac{1}{m}}}$, que la ſubſtitution de la valeur de $y$, donnée par l'équation de la ſeconde Courbe génératrice $LLS$,

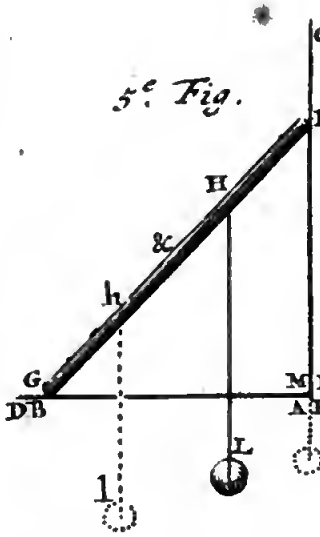
Planche VI. Page 260.



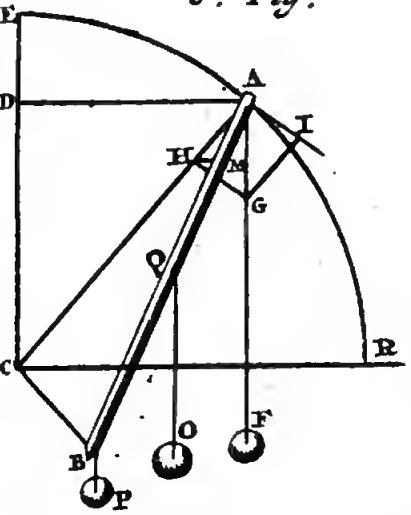

2e. Fig.




3e. Fig.

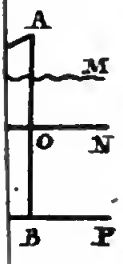


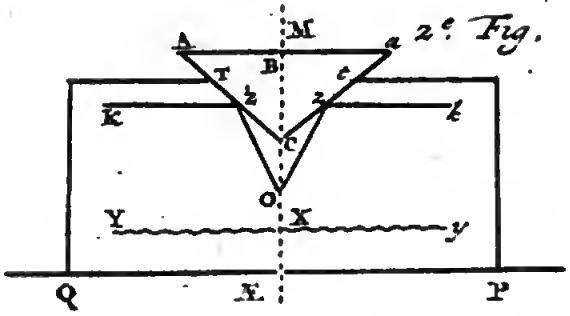

5e. Fig.




6. Fig.

ond memoire




2e. Fig.

$LLS$, changera en $r \pm \sqrt{rr - vv} = \frac{\overline{b \times a^m - 1^m}^{\frac{1}{m}}}{c^{\frac{1}{m}}}$,

ou $r c^{\frac{1}{m}} \pm c^{\frac{1}{m}} \sqrt{rr - vv}$, qui eſt l'équation cherchée de la Spirale $OLZLK$. Et ainſi des autres.

*J'aurois encore bien des choſes à dire ſur cette derniere génération de Spirales : ce ſera pour un autre Memoire, celui-ci n'étant déja que trop long.*

# OBSERVATION D'UNE NOUVELLE TACHE DANS LE SOLEIL.

Par M. MARALDI.

* OUTRE les trois differentes Taches qui ont paru au mois de Janvier & de Fevrier de cette année 1704, il en a paru une autre au mois de Mars. Nous commençâmes de la voir le 19 de Mars à 8 heures du matin proche du bord Oriental du Soleil. Nous déterminâmes auſſi-tôt ſa ſituation dans le Soleil par les fils qui ſe croiſent au foyer de la Lunette, & qui font entr'eux des angles de 45 degrez. La difference d'aſcenſion droite entre le bord Oriental & la Tache étoit de 15 ſecondes de

* 5. Avril. 1704.

de temps, & la difference de declinaiſon entre la Tache & le bord Septentrional étoit de 50 des mêmes parties.

La Tache vûe avec une Lunette de 18 pieds étoit compoſée de deux Taches obſcures un peu diſtantes l'une de l'autre, & envelopées dans la même nebuloſité. Le 20. à 10 heures le Soleil s'étant découvert, la difference d'aſcenſion droite entre le bord Oriental & la Tache fut de 27 ſecondes, & la difference de declinaiſon fut de 53″ ½. Le 21 à 8 heures & demi la difference d'aſcenſion droite entre le bord Oriental & la Tache fut de 38″, & la difference de declinaiſon entre le bord Septentrional & la Tache de 57″. La figure de la Tache étoit à peu près comme les jours précedens, excepté qu'on voyoit une petite Tache adherante à la nebuloſité qui n'avoit point paru le jour précedent. Le 22 & le 23 Mars le Ciel fut couvert. Le 24. la Tache étoit diminuée. A 2 heures ¾ la difference d'aſcenſion droite entre le bord Oriental & la Tache fut 1′ 20″, & la difference de declinaiſon entre le bord Meridional & la Tache de 52″ de temps. Par cette obſervation on trouve que la Tache paſſa par le milieu du Soleil le matin du 23 fort près de ſon centre apparent. Les jours ſuivans on ne pût plus voir la Tache, à cauſe qu'elle étoit diminuée, & que le Ciel ne fut pas bien clair. Cette Tache étoit dans l'Hémiſphere Meridional où ſe trouvent preſque toutes les Taches qui ont paru depuis trente ans : elle avoit auſſi une latitude Meridionale de 10 degrez, comme la plûpart des Taches qui paroiſſent depuis pluſieurs années.

COM-

# COMPARAISON

## *Des obſervations de M.* Manfredi *avec les nôtres.*

Par M. MARALDI.

* M. MANFREDI nous a envoyé les obſervations des Taches du Soleil qu'il a faites à *Bologne* les mois précedens, & ayant comparé ces obſervations avec celles que nous avons faites à l'Obſervatoire, on trouve qu'une Tache que M. *Manfredi* obſerva le 21 Decembre 1703, & qui ne put être obſervée à *Paris* à cauſe que le Ciel fut couvert depuis le 17 juſqu'au 25 Decembre, eſt la même Tache que nous obſervâmes proche du bord Oriental du Soleil le 7 de Janvier; car ſi l'on compare la ſituation qu'avoit la moyenne des trois Taches qu'il obſerva proche du bord Occidental du Soleil, en ſuppoſant la révolution des Taches de 27 jours & demi, on trouve que cette Tache après avoir parcouru l'Hémiſphere ſuperieur du Soleil, devoit ſe trouver à l'endroit où nous obſervâmes celle qui parut près du bord Oriental du Soleil le 7 Janvier. M. *Manfredi* trouva à la Tache du 21 Decembre une latitude Meridionale de 10 à 11 degrez, qui eſt celle que nous trouvâmes à la Tache du 7 Janvier. C'eſt-pourquoi ces deux déterminations étant les mêmes, il n'y a pas lieu de

* 5. Avril 1704.

de douter qu'elle ne ſoit la même Tache qui eſt retournée. C'eſt auſſi ce que M. *Manfredi* ſuppoſa lorſqu'il la vit le 12 de Janvier fort près du milieu du Soleil, ne l'ayant pas pû voir auparavant à cauſe des nuages. Ayant continué les obſervations de cette Tache autant que le temps le permit, il ceſſa de la voir fort proche du bord Occidental du Soleil le 18 de Janvier, qui fut auſſi le dernier jour que nous l'obſervâmes, étant paſſée le jour ſuivant dans l'Hémiſphere ſuperieur du Soleil. Cette Tache retourna quatorze jours après au bord Oriental du Soleil; mais elle étoit ſi fort diminuée qu'elle ne pût être obſervée à *Paris* & à *Bologne* avec des Lunettes ordinaires, que lorſqu'elle étoit éloignée du bord du Soleil, & approchoit du milieu de ſon diſque. Elle fut encore obſervée à *Paris* & à *Bologne* le 9 de Fevrier, ayant paſſé le milieu du Soleil où elle diſparut entierement, ayant fait preſque deux révolutions entieres autour du Soleil depuis la premiere obſervation que M. *Manfredi* en fit le 21 Decembre 1703.

La Tache que M. *Manfredi* obſerva le 25 Janvier près du bord Oriental du Soleil, & que nous ne pûmes voir que le 26 à cauſe du temps couvert, eſt celle que nous avions obſervée le 7 de Janvier proche du bord Occidental. Les obſervations qu'il a faites juſqu'à ſa ſortie du Soleil s'accordent avec les nôtres; car par l'obſervation qu'il fit de la Tache le 31 Janvier à 10 heures du matin, on trouve qu'elle étoit arrivée 9 heures auparavant au milieu du Soleil, comme nous avions trouvé par l'obſervation du 30. Il donne auſſi à la Tache une latitude Meridionale de 11 à 12 degrez, comme

nous

nous la déterminâmes par nos obſervations.

Nous obſervâmes auſſi le 10 Fevrier à midi les nouvelles Taches que nous n'avions point vû le 9, ni le matin du 10, que nous obſervâmes le Soleil au travers des nuages rares. Le premier jour que ces Taches parurent il n'y en avoit que deux: les jours ſuivans on en remarqua trois. Nous avons trouvé ces dernieres dans un parallele qui decline de l'équateur du Soleil de 13 degrez vers le midi.

Ces Taches ont été auſſi obſervées à *Gennes* par M. le Marquis *Salvago*, à *Marſeille* par le P. de *Laval* Jeſuite & Profeſſeur d'Hydrographie, à *Montpellier* par M. *Plantade* Conſeiller à la Cour des Aides & par M. de *Clapiers*, & à *Lyon* par les PP. *Fulchiron* & *Thyoli* qui nous ont envoyé leurs obſervations.

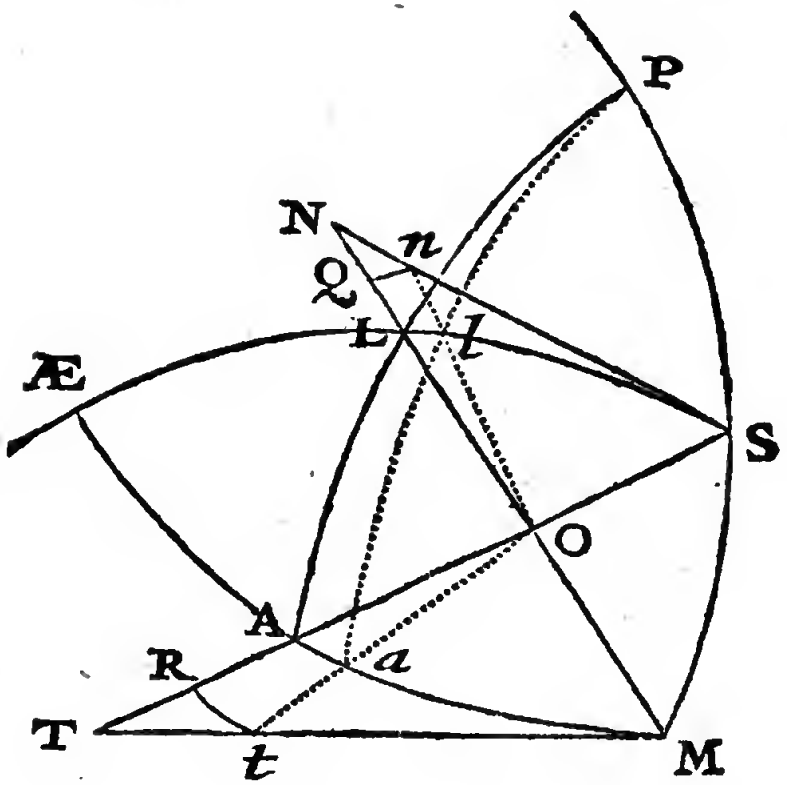
# DE'TERMINATION

## *Du temps auquel le mouvement du Soleil en longitude eſt égal à ſon mouvement en aſcenſion droite.*

Par M. PARENT.

* SOIT *P* le pôle de la ſphére, *PSM* un quart du colûre des ſolſtices, *ÆLS* un quart de l'écliptique, *ÆAM* un quart de l'équateur, *Æ* l'équinoxe, *S* le ſolſtice. *L* le lieu du Soleil dans l'écliptique au temps de ſon mouvement médiocre en aſcenſion

* 9. Avril 1704.




ſion droite qui eſt le temps deſiré. *PLA* le quart d'un cercle de déclinaiſon mené du pôle *P* par le Soleil *L* juſques à l'équateur en *A*; *Pla* le quart d'un pareil cercle rencontrant l'écliptique au point *l* indéfiniment proche de *L*, & l'équateur en *a*; ſoient conçues auſſi les tangentes *SN*, *MT* à l'écliptique & à l'équateur au ſolſtice *S*, & au point *M* de 90d de l'équateur, leſquelles rencontrent les rayons *Ol*, *OL*, *Oa*, *OA*, menez du centre *O* de la ſphére & prolongez indéfiniment aux points *n*, *N*, *t*, *T*.

Soit nommé *a* le ſinus de l'arc *PS* complément de l'obliquité *SM* de l'écliptique; *r* le rayon *OS*, *OL*, *OA*, *OM* de la ſphére; *x* la tangente *SN*; & *Nn*, *dx*.

Me-

Menant donc encore $nQ$ perpendiculaire à $NO$, on aura les triangles rectangles ſemblables $nNQ$, $ONS$ ; ce qui donnera les analogies ($Nn \mid nQ \| NO \mid OS \| nO \mid IO \| nQ \mid Ll$). Donc auſſi ($Nn \mid Ll \| NO^2 = OS^2 + NS^2 \mid OS^2$) ou ($dx \mid Ll \| r^2 + x^2 \mid r^2$). D'où l'on tire ($Ll = \frac{dxr^2}{r^2+x^2}$).

Menant de même la perpendiculaire $tR$ ſur $OT$ en $R$, on aura l'analogie ($Tt \mid Aa \| TO^2 = OM^2 + TM^2 \mid OM^2$). Or on ſait par les analogies des triangles ſpheriques rectangles que le ſinus de l'arc $PS = a$, eſt au ſinus total $= r$, comme la tangente de l'arc $LS$, ſavoir $NS = x$, eſt à la tangente de l'arc $AM$, ſavoir $TM$. Ce qui donne ($TM = \frac{rx}{a}$), & ($Tt = \frac{rdx}{a}$), d'où l'on tire l'analogie ($Tt = \frac{rdx}{a} Aa = Ll$ (par la ſuppoſition) $= \frac{dxr^2}{r^2+d^2} \mid OM^2 + TM^2 = \frac{a^2r^2+x^2r^2}{a^2} \mid r^2 = OM^2$), qui fournit l'égalité ſuivante ($ar^2 + ax^2 = a^2r + rx^2$) qui ſe change en cette autre ($rx^2 - ax^2 = ar^2 - a^2r$), & diviſant le tout par ($r - a$, il reſte enfin ($ar = x^2$).

D'où l'on conclud que la tangente $x$ ou $SN$ de la diſtance du ſolſtice $S$ au point $L$ du mouvement mediocre en aſcenſion droite, eſt moyenne proportionnelle entre le rayon de la ſphere, & le ſinus du complément de l'obliquité de l'écliptique.

Ajoûtant donc le logarithme du ſinus de 66d 31′ complément de la plus grande déclinaiſon

ſon du Soleil, ſavoir 99624527 au logarithme du ſinus total qui eſt 10000000, & prenant la moitié de la ſomme 199624527, ſavoir 99812263½, on aura le logarithme de la tangente d'un arc qui eſt le complément de 46d 14′; ce qui fait voir que quand le Soleil a 46d 14′ de longitude, ſon mouvement ſur l'écliptique eſt alors égal à ſon mouvement en aſcenſion droite.

Ceci peut donc ſervir à corriger quelques Tables Aſtronomiques qui pechent contre ce calcul, mettant le Soleil vers le 44 ou 45 degré de longitude au temps de ſon mouvement mediocre. Voyez les Tables du *Traité de Navigation* de M. *Bouguer*.

# DE'MONSTRATION

## *Du Principe de M.* Huygens, *touchant le centre de Balancement, & de l'identité de ce centre avec celui de percuſſion.*

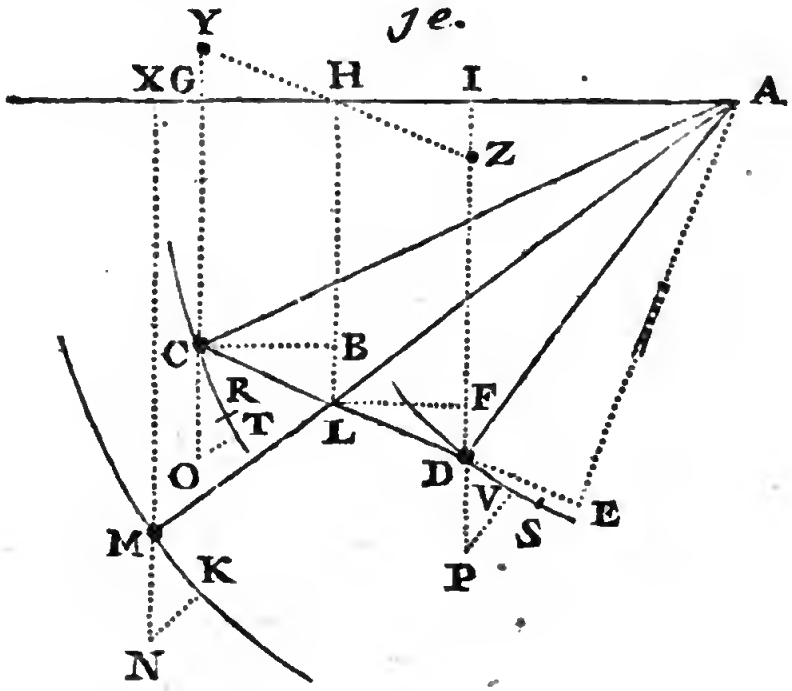
Par M. BERNOULLI Profeſſeur à *Bâle*.

*Lettre du* 3. *Avril* 1704.

* APRE'S la démonſtration de la doctrine du centre de Balancement que je donnai l'année paſſée à l'Academie, † par un principe inconteſtable tiré de la nature du Levier, il

* 19. Avril 1704. † *Voyez les Memoires de* 1703. *pag.* 96.

il me ſera préſentement facile, en retournant ſur mes pas, de démontrer la verité du Principe de M. *Huygens*, qui peut-être ſans cette démonſtration ſeroit plus ſujet à être conteſté: ſavoir que *le centre commun de gravité des parties d'un Pendule, qui deſcendent conjointement & remontent enſuite ſéparément chacune avec ſa viteſſe acquiſe, doit remonter préciſément à la même hauteur dont il eſt deſcendu.*




Pour cet effet ſoit la Figure que voici repetée de mon Memoire du 13. Mars de l'année paſſée, préſenté à l'Academie le 25. Avril de la même année. Soit, dis-je, encore *A* l'axe horizontal du balancement; *AXM* un plan vertical droit à l'axe; *AM* le diamêtre de la figure qui balance, auquel on ait appliqué dans le même plan l'ordonnée *CLD* à angle donné *ALD*, enſorte que *CL* ſoit égale à *LD*,

&

& dont $C$, $D$, ſoient deux petites parcelles de la figure, qui décrivent dans leur balancement les arcs $CT$, $DS$; ſoit auſſi $AM$ la longueur du pendule ſimple qui fait ſes vibrations dans le même temps que la figure. Soient de plus les verticales $MX$, $CT$, $LH$, $DI$, leſquelles rencontrent l'horizontale $AX$ en $X$, $G$, $H$, $I$; & ſur leſquelles prolongées de haut en bas, ſoient priſes des parties infiniment petites & égales $MN$, $C0$, $DP$, qui expriment chacune ce que la péſanteur ajoûte d'impulſion à chaque moment à chacun des poids $M$, $C$, $D$. Enſuite après avoir mené les droites $NK$, $0T$, $PV$, perpendiculaires aux arcs $MK$, $CT$, $DV$, ſoient $CB$, $LF$ perpendiculaires ſur $LH$, $DI$, & le reſte comme on le voit dans la Figure.

Quant aux noms, ſoient encore comme dans le Memoire du 25. Avril 1703. pag. 102. $MN=C0=DP=a$ ſinus total, le ſinus de l'angle $LAE=g$, $AC=l$, $AD=m$, $AM=t$, $AL=x$, $LC=LD=y$, $C=D=dp$. D'où l'on a trouvé dans ce Memoire $LE=\frac{gx}{a}$, $ll\,\overline{(AC)}^2=xx+yy+\frac{2gxy}{a}$, $mm\,\overline{(AD)}^2=xx+yy-\frac{2gxy}{a}$, & enfin $t=\frac{\overline{\int xx+yy}\times dp}{\int x\,dp}$. Outre ces noms ſoient auſſi $NK=c$, & le ſinus de l'angle $LCB=e$.

Cela fait, ſuppoſons que le diamêtre de la figure qui balance (ainſi que le pendule ſimple iſochrone) ſoit deſcendu de $AX$ en $AM$, & que les poids $M$, $C$, $D$, &c. s'étant enſuite détachez d'enſemble, remontent ſéparément chacun avec ſa vîteſſe acquiſe. Il eſt clair que

le

le poids $M$ du pendule ſimple doit remonter à la même hauteur $MX$ d'où il eſt deſcendu ; mais que les poids $C$ & $D$ remonteront à des hauteurs differentes, comme $C\Upsilon$, $DZ$, leſquelles ſe trouveront de la maniere que voici.

$MN(a).NK(c)::AL(x).LH=\frac{cx}{a}::AM(t).MX=\frac{ct}{a}.$

$\overline{AM}^2(tt).\overline{AC}^2(ll)::MX\left(\frac{ct}{a}\right).C\Upsilon=\frac{cll}{at}.$

$\overline{AM}^2(tt).\overline{AD}^2(mm)::MX\left(\frac{ct}{a}\right).DZ=\frac{cmm}{at}.$

Sin. tot. $(a)$. ſin. ang. $LCB(e)::LC$ ou $LD(y).$ $LB$ ou $DF=\frac{ey}{a}.$

Ce qui donne
$$\begin{cases} GG=LH-LB=\frac{cx-ey}{a}. \\ DI=LH+DF=\frac{cx+ey}{a}. \\ G\Upsilon=C\Upsilon-CG=\frac{cll}{at}-\frac{cx+ey}{a}. \\ IZ=DI-DZ=\frac{cx+ex}{a}-\frac{cmm}{at}. \end{cases}$$

Donc le produit du petit poids $C$ ou $\Upsilon$ par $G\Upsilon$ ſera $=\frac{cll\,dp}{at}-\frac{cx\,dp+ey\,dp}{a}$, & celui du petit poids $D$ ou $Z$ par $IZ=\frac{cx\,dp+ey\,dp}{a}-\frac{cmm\,dp}{at}.$

Et par conſéquent la ſomme de tous les produits de $\Upsilon$ par $G\Upsilon$ (moment de tous les poids $\Upsilon$ par rapport à la ligne $AX$) $=\int\frac{cll\,dp}{at}-\int\frac{cx\,dp}{a}$ $+\int\frac{ey\,dp}{a}=\frac{c}{at}\int ll\,dp-\frac{c}{a}\int x\,dp+\frac{e}{a}\int y\,dp$ ;

Et la ſomme de tous les produits de $Z$ par $IZ$ (moment de tous les poids $Z$ par rapport à la mê-

même ligne $AX$) $= \int \frac{c\,x\,dp}{a} + \int \frac{e\,y\,dp}{a} - \int \frac{c\,mm\,dp}{at}$

$= \frac{c}{a}\int x\,dp + \frac{e}{a}\int y\,dp - \frac{c}{at}\int mm\,dp.$

Or ces deux ſommes ſont égales entr'elles ; ce qui ſe prouve par mon Memoire du 25. Avril de l'année paſſée, en ce que j'y démontrai $t = \frac{\int \overline{xx+yy} \times dp}{\int x\,dp}$ : Car ſi l'on multiplie les deux parties de cette équation par $\frac{2c}{at}$ $\int x\,dp$, l'on aura $\frac{2c}{a} \times \int x\,dp = \frac{2c}{at} \times \int \overline{xx+yy} \times dp$ (à cauſe de $ll + mm = 2xx + 2yy$) $= \frac{c}{at} \times \int \overline{ll+mm} \times dp = \frac{c}{at} \times \int ll\,dp + \frac{c}{at} \times \int mm\,dp$ ; & en ôtant de part & d'autre $\frac{c}{a} \times \int x\,dp - \frac{e}{a} \times \int y\,dp + \frac{c}{at} \times \int mm\,dp$, on trouvera (comme j'ai dit) $\frac{c}{a} \times \int x\,dp + \frac{e}{a} \times \int y\,dp - \frac{c}{at} \times \int mm\,dp = \frac{c}{at} \times \int ll\,dp - \frac{c}{a} \times \int x\,dp + \frac{e}{a}\int y\,dp$ : c'eſt-à-dire que le moment de tous les $Z$ eſt égal au moment de tous les $Y$ par rapport à la ligne $AX$. Donc le centre commun de gravité de tous ces poids ſe trouve dans la même ligne $AX$ ; Et par conſéquent il eſt remonté auſſi haut qu'il étoit deſcendu. *Ce qu'il faloit premiérement démontrer.*

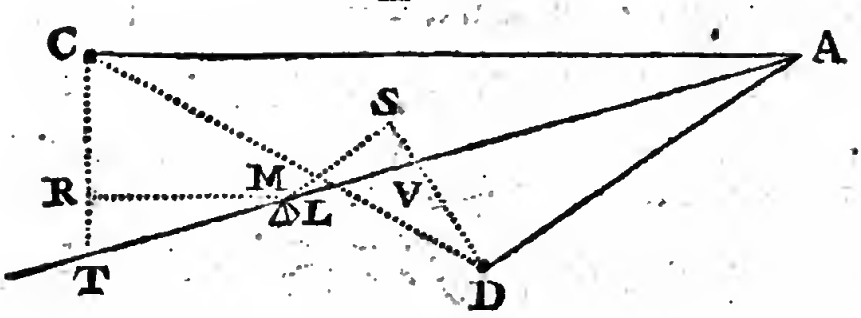
La même choſe ſe peut encore prouver d'une autre maniere plus ſuccincte, en faiſant voir que la ſomme des produits de $Y$ par $GY$ (en com-

comprenant auſſi ſous $Y$ les $Z$ de l'autre côté) eſt égale à zero ; ce qui eſt facile : on n'a qu'à ſubſtituer ſimplement $xx+yy$ au lieu de $ll$, & effacer entierement $\frac{e}{a} \times \int y\,dp$ ; parceque toutes les $y\,dp$ poſitives d'une part ſont détruites par autant de $y\,dp$ de l'autre : de cette maniere l'on aura $\frac{e}{at} \times \int \overline{xx+yy} \times dp - \frac{c}{a} \times \int x\,dp$ pour la ſomme de ces produits, c'eſt-à-dire (en mettant $\frac{\int \overline{xx+yy} \times dp}{\int x\,dp}$ au lieu de $t$) $\frac{e}{a} \times \int x\,dp - \frac{c}{a} \times \int x\,dp = o$. Car delà il ſuit encore que le centre commun de gravité de toutes les parties du pendule ſe trouve dans la ligne $AX$.

## *Identité des Centres d'oſcillation & de percuſſion.*

Pour démontrer l'identité des Centres d'oſcillation & de percuſſion, ſoient conçues trois verges $AC$, $AD$, $AT$, inflexibles, ſans peſanteur, & liées enſemble en un angle invariable $CAD$ dans la ſeconde Figure ; que les deux premieres de ces verges ſoient chargées à leurs extrémitez de poids égaux $C$, $D$, & que la troiſiéme paſſe par $L$ centre commun de gravité de ces poids. Il s'agit de trouver le centre de percuſſion $M$, qui doit être tel qu'ayant mû l'angle $CAD$ autour du point $A$, les choqs ou les *momens* de percuſſion à l'égard du point $M$ comme de l'apui, ſoient égaux de part &

2^e.




d'autre. Pour cela ſoient menées $CT$, $DS$, perpendiculaires à $AC$, $AD$; & $MR$, $MS$, perpendiculaires à $CT$, $DS$. Les droites $CT$, $DS$, ſeront les lignes de direction des poids, lorſque dans leur mouvement circulaire ils arriveront en $C$ & en $D$: ainſi le produit du poids $C$ par la vîteſſe $AC$ & par la diſtance $MR$, & celui du poids $D$ par la vîteſſe $AD$ & par la diſtance $MS$, marqueront les choqs de ces poids, ou leurs *momens* de percuſſion par rapport à l'apui $M$. Ayant donc marqué les quantitez homologues à celles du Memoire du 25. Avril de l'année paſſée par les mêmes lettres répetées au commencement de cet Ecrit-ci, nous trouverons ce qui ſuit. $AC\ (l).LC\ (y)$ :: ſin. ang. $ALC\ (\sqrt{aa-gg})$. ſin. ang. $LAC =$

$= \sqrt{\frac{aayy-ggyy}{ll}}$. Et $AD\ (m).LD\ (y)$ :: ſin. ang. $ALD\ (\sqrt{aa-gg})$. ſin. ang. $LAD = \sqrt{\frac{aayy-ggyy}{mm}}$.

Donc ſin. ang. $ATC = \sqrt{\frac{aall-aayy+ggyy}{ll}} =$

$= \sqrt{\frac{aall-aayy+ggyy}{l}}$, & ſin. ang. $AVD =$

$\sqrt{}$

$\sqrt{aa\frac{-aayy+ggyy}{mm}} = \sqrt{\frac{aamm-aayy+ggyy}{m}}$ : c'eſt-à-dire (en mettant au lieu de $ll$ & $mm$ leurs valeurs) ſin. ang. $ATC = \frac{\sqrt{aaxx+2agxy+ggyy}}{l} = \frac{ax+gy}{l}$, & ſin. ang. $AVD = \frac{\sqrt{aaxx-2agxy+ggyy}}{m} = \frac{ax-gy}{m}$. Après cela on trouve ſin. ang. $ATC\left(\frac{ax+gy}{l}\right)$. ſin. tot. $(a) :: AC\,(l).\,AT = \frac{all}{ax+gy}$. Et ſin. ang. $AVD\left(\frac{ax-gy}{m}\right)$ ſin. tot. $(a) :: AD\,(m).\,AV = \frac{amm}{ax-gy}$. Donc $TM = AT - AM = \frac{all}{ax+gy} - t$, & $MV = AM - AV = t - \frac{amm}{ax-gy}$.

De plus ſin. tot. $(a)$. ſin. ang. $ATC\left(\frac{ax+gy}{l}\right) :: TM\left(\frac{all}{ax+gy} - t\right)$. $MR = \frac{all-axt-gyt}{al}$. Et ſin. tot. $(a)$. ſin. ang. $MVS$ ou $AVD\left(\frac{ax-gy}{m}\right) :: MV\left(t - \frac{amm}{ax-gy}\right)$. $MS = \frac{axt-gyt-amm}{am}$. Donc $C \times AC \times MR = dp \times l \times \frac{all-axt-gyt}{al} = \frac{all-axt-gyt}{a} \times dp$ (en mettant pour $ll$ ſa valeur) $= \frac{axx+ayy+2gxy-axt-gyt}{a} \times dp$, & $D \times AD \times MS = dp \times m \times \frac{axt-gyt-amm}{am} =$

$= \frac{axt - gyt - amm}{a} \times dp$ (en mettant pour $mm$ ſa valeur) $= \frac{axt - gyt - axx - ayy + 2gxy}{a} \times dp$.

Donc auſſi puiſque la ſomme de tous les produits $C \times AC \times MR$ doit être égale à la ſomme de tous les produits $D \times AD \times MS$, l'on aura $\int xx\,dp + \int yy\,dp + \frac{2}{a} \times \int gxy\,dp - t \times \int x\,dp - \frac{t}{a} \int gy\,dp = t \times \int x\,dp - \frac{t}{a} \times \int gy\,dp - \int xx\,dp - \int yy\,dp + \frac{2}{a} \times \int gxy\,dp$; ce qui nous fournit $t = \frac{\int xx\,dp + \int yy\,dp}{\int x\,dp} = \frac{\int \overline{xx+yy} \times dp}{\int x\,dp}$.

On trouvera encore la même choſe en ne conſiderant qu'une ſeule des deux ſommes précédentes, en effaçant tous les termes où $y$ n'a qu'une dimenſion, & en égalant le reſte à zero: on trouvera, dis-je, encore de cette maniere $t = \frac{\int \overline{xx+yy} \times dp}{\int x\,dp}$, qui eſt la même quantité que nous avons trouvée pour le centre d'oſcillation dans le Memoire du 25. Avril de l'année paſſée. Donc le centre d'oſcillation & de percuſſion ne ſont toûjours qu'un ſeul & même point. *Ce qui eſt la ſeconde choſe qu'il faloit ici démontrer.*

RE-

# REFLEXIONS

## *Sur des Memoires touchant la Correction* Gregorienne, *communiquées par M.* Bianchini *à M.* Caſſini.

* M. *Bianchini* Camerier d'honneur du Pape, a trouvé dans la Bibliotheque Vaticane des Memoires de ce qui s'eſt paſſé dans les Congregations tenues ſur le Calendrier ſous le Pape *Gregoire XIII.*

Il témoigne que l'abregé du Calendrier de *Lilius*, envoyé par le Pape l'an 1577 aux Princes & aux Academies principales, fut reçû avec de grandes louanges, & qu'il jugea de l'avis preſque de tous qu'il devoit être préferé aux autres.

Cependant on ne laiſſa pas de tenir encore des Congregations ſur le Calendrier l'an 1580. Le Cardinal *Sirlet*, le Patriarche d'*Antioche*, l'Evêque de *Mont-Royal*, *M. Olivieri* Auditeur de Rote, le Pere *Clavius*, *Pierre Ciacconi*, *Antoine Lilius* frere de *Louis* Auteur du Calendrier, & le Pere *Ignace Dantes* y arrêterent des hypothêſes, parmi leſquelles il y en a de nouvelles; qui n'ont pas été ſuivies ni dans le Calendrier de *Lilius*, ni dans celui de *Clavius* qui eſt en uſage préſentement, & d'autres qui ſont dans l'uſage commun.

Par la premiere hypothêſe, ſuivant l'uſage de

* 9. Mai 1704.

de l'Egliſe, le jour commence à minuit, & dure 24 heures.

Par la ſeconde hypothêſe, ſi la pleine Lune arrive aux ſix dernieres heures du jour, elle s'entend être du jour ſuivant.

Dans la troiſiéme, on attribue au Concile de *Nicée* le Decret de célébrer la Pâque le Dimanche qui ſuit immédiatement le quatorziéme du premier mois, que l'on reconnoît être celui dont le quatorziéme arrive dans l'Equinoxe du Printemps, ou le ſuit de plus près; on ſuppoſe que le quatorziéme précede immédiatement la Lune pleine, qu'on dit être le quinziéme de la Lune.

Dans la quatriéme, on reconnoît que cet Equinoxe, par les obſervations, arrive tantôt au 20, tantôt au 21 de Mars, & l'on veut que quand le quatorziéme de la Lune arrive au 20 Mars, il appartienne au premier mois, quoique la Pâque ne doive jamais être célébrée avant le 21 de Mars.

Dans la cinquiéme, que la faute que l'on feroit en célébrant la Pâque au ſecond mois, ne ſeroit pas ſi grande que ſi on la célébroit au douziéme mois.

La ſixiéme eſt, qu'à cauſe des heretiques Quartadecimans, il eſt défendu abſolument de célébrer la Pâque le quatorziéme de la Lune.

La ſeptiéme, que s'il y a de l'erreur dans un Cycle, elle eſt plus grande lorſque le lieu de la conjonction ou de l'oppoſition du Soleil & de la Lune anticipe, que quand il ſuit les nouvelles & les pleines Lunes.

La premiere de ces hypothêſes eſt commune & naturelle: le midi diviſant le jour compoſé de 24 heures par la moitié, ſa premiere partie com-

commence à minuit précedent, la ſeconde finit à minuit ſuivant.

La ſeconde hypothêſe qui attribue au jour ſuivant la pleine Lune qui arrive aux ſix dernieres heures du jour, ne paroît pas conforme à la premiere, qui ne finit le jour qu'à minuit ſuivant.

Pour ce qui eſt de la troiſiéme, nous avons reconnu que la célébration de la Pâque fut autoriſée immédiatement par le Concile de *Nicée*; & nous avons attribué aux *Alexandrins*, députez par le Concile de *Nicée*, la regle de la célébrer le Dimanche qui ſuit immédiatement le quatorziéme de la Lune; d'autant que même après le Concile de *Nicée* les *Latins* ſoûtenoient encore leur regle ancienne, de ne pas la célébrer que le Dimanche qui ſuit le quinziéme, comme ils avoient pratiqué auparavant, juſqu'à ce que S. *Leon* Pape eut acquieſcé à la détermination des *Alexandrins*.

Touchant le rapport du quatorziéme de la Lune avec la Lune pleine, nous avons remarqué que le plein de la Lune arrivoit tantôt le 14, tantôt le 15 & tantôt le 16 du mois lunaire Eccleſiaſtique, & que cela eſt conforme à la pratique du Concile de *Nicée*.

La quatriéme hypothêſe: Que le quatorziéme de la Lune qui arrive au 20 Mars, appartient au premier mois, à cauſe que l'Equinoxe Aſtronomique arrive tantôt au 21, tantôt au 20 de Mars, paroît être une hypothêſe toute nouvelle, diverſe de la pratique du Concile de *Nicée* ou de ſes députez, qui ne pouvoient pas ignorer que l'Equinoxe veritable arrivoit en ce temps-là, tantôt au 21, tantôt au 20 de Mars. Et néanmoins ils prenoient toûjours pour E-

quinoxe Eccleſiaſtique le 21 de Mars, & pour premier mois lunaire celui dont le quatorziéme arrivoit au 21 ou après; ce qui s'eſt obſervé même juſqu'à la Correction *Gregorienne*, quand l'Equinoxe Aſtronomique arrivoit au dixiéme ou à l'onziéme de Mars, d'où il fut remis au 21; cette hypothêſe n'eſt pas non-plus conforme à la correction *Gregorienne* ni à la pratique d'aujourd'hui, qui tolere la difference d'un ou de deux jours entre l'Equinoxe Eccleſiaſtique & l'Aſtronomique, & regle la Pâque à l'Equinoxe Eccleſiaſtique fixé au 21 de Mars, le tenant autant d'accord avec l'Aſtronomique qu'il ſe peut par l'omiſſion de 3 jours en 400 années.

Il y a apparence que le Pape ne trouva pas bon qu'on ſe conformât à cette hypothêſe nouvelle, pour ne pas préferer une ſubtilité plus grande à l'uſage ancien des ſaints Peres. Ainſi *Clavius* qui avoit ſigné cette hypothêſe, n'y eut point d'égard dans l'execution.

A l'égard de la cinquiéme & de la ſeptiéme hypothêſe, elles ſont conformes à celles des anciens Peres contre l'uſage de ceux qui en ce temps-là prenoient pour premier mois un mois d'hyver, & pour premier jour du mois lunaire un jour qu'on voyoit encore la Lune dans ſon décours. Ils parloient contre ces anticipations extraordinaires qui étoient tolerées de pluſieurs, ainſi qu'il paroît par les Prologues de *Theophile* & de S. *Cyrille*.

Pour la ſixiéme hypothêſe, qui eſt qu'à cauſe des Quartadecimans, il eſt défendu de célébrer la Pâque au quatorziéme de la Lune. Il nous a paru que cette défenſe ne regarde point le concours accidentel de nôtre quinziéme,

dans

dans lequel nous pouvons célébrer la Pâque avec la quatorziéme des Quartadecimans déterminée par une methode differente de la nôtre, laquelle eſt la ſeule que nous devons reconnoître pour quatorziéme legitime, quand elle eſt conforme à la détermination du Concile de *Nicée*, & à la Bulle de *Gregoire XIII.*

Il y a apparence que la raiſon que les *Alexandrins* avoient de ne pas célébrer la Pâque qu'après le quatorziéme de la Lune, & celle que les *Latins* avoient de ne la célébrer qu'après le quinziéme, étoit parceque la Reſurrection de Nôtre-Seigneur que nous célébrons le jour de Pâque, n'arriva que le Dimanche après le quatorziéme de la Lune.

M. *Bianchini* propoſe une Periode Paſchale de 1184 années, qu'il appelle *Clementine*, dont il tire les Epactes par une methode particuliere, & il les compare avec celles qui réſultent de la Periode de 11600 ans, que j'ai propoſée dans l'Aſtronomie *Indienne*, & avec celles que le Pere *Bonjour* a publiées.

# DES EQUATIONS DES MOIS LUNAIRES ET DES ANNE'ES SOLAIRES.

Par M. CASSINI.

* LEs inventions excellentes du temps paſſé meritent d'être miſes dans leur jour, afin

* 31. Mai. 1704.

fin qu'elles ne ſoient pas negligées faute d'être éclaircies.

Les Equations des mois Lunaires & des années Solaires propoſées par les *Gregoriens*, ſont auſſi conformes aux Aſtronomiques qu'on le puiſſe ſouhaiter : leurs regles conſiſtent en deux mots. Elles ſont très-faciles à pratiquer, & auſſi propres pour l'uſage populaire, que pour l'Aſtronomique. Ceux qui auroient dû les employer n'en ont pas profité. Ils ont employé à leur place diverſes Tables Aſtronomiques, qui ne ſont pas ſi d'accord enſemble que ces Equations *Gregoriennes* le ſont avec ces mêmes Tables : car elles ſont comme moyennes entre celles qui ſont employées indifferemment au même ſujet. L'Auteur de l'explication du Calendrier auroit été plus d'accord avec ſoi-même, ſans s'éloigner de l'Aſtronomie, s'il ſe fût attaché uniquement à ces Equations qui lui étoient propoſées.

Quoique les Aſtronomes calculent par leurs Tables les heures, minutes & ſecondes des nouvelles & des pleines Lunes, & même des Equinoxes, & ne les negligent pas même dans les obſervations, l'experience continuelle fait connoître que diverſes obſervations ne s'accordent pas toûjours dans les minutes dans les Eclipſes de Lune qu'on employe à la conſtruction des Tables Lunaires, ni à un quart-d'heure près dans les obſervations des Equinoxes que l'on employe à la conſtruction des Tables du Soleil. Dans la derniere Eclipſe de Lune totale, dont le temps étoit plus facile à déterminer à cauſe qu'elle entroit plus directement dans l'ombre que jamais, divers Obſervateurs très-habiles ne ſe ſont accordez enſemble dans

la

la durée de l'Immerſion qu'à deux ou trois minutes près. On peut juger par-là de la difference qu'il y aura eu dans les obſervations des Anciens, qui n'avoient pas de Lunettes d'aproche pour diſtinguer aſſez bien les termes de l'ombre de la Lune, ni d'horloges aſſez propres pour meſurer le temps à minutes d'heure.

Les Tables Aſtronomiques ne ſont jamais plus exactes que les obſervations ſur leſquelles elles ſont fondées.

Quand les Tables ne different pas plus entr'elles que les obſervations ſur leſquelles elles ſont fondées, il n'y a point de raiſon de préférer les plus difficiles à conſtruire & à pratiquer, aux plus faciles, ou à une methode qui n'ait pas beſoin de Tables ni de Livres pour être pratiquée, & qui donne comme le milieu entre les plus eſtimées.

Les Equations des mois Lunaires & des années Solaires ont été introduites dans la Correction *Gregorienne* pour les accorder de temps en temps avec les Aſtronomiques, quand elle s'en éloigne environ d'un jour. Dans l'uſage Civil & Eccleſiaſtique on tient un milieu entre la facilité populaire, & l'exactitude Aſtronomique, en compoſant les mois & les années de jours entiers, & tolerant des excès & des défauts dans les heures & dans les minutes, qui ſe récompenſent partie les uns les autres, & ſe réduiſent enfin à l'égalité avec les Aſtronomiques par l'addition ou ſubtraction de quelques jours d'extraordinaire.

Au lieu de faire les mois Lunaires de 29 jours 12 heures & 44 minutes comme font les Aſtronomes, on eſt obligé de les faire d'abord alternativement de 30 jours, qui excedent les

Aſtronomiques de 11 heures 16 minutes, & de 29 jours qui different des Aſtronomiques de 12 heures 44 minutes: mais deux de ces mois ſe récompenſent enſorte que leur ſomme ne differe de deux mois Aſtronomiques que d'une heure & 28 minutes, dont on tient compte en certains tems, interrompant cette alternative, & faiſant deux mois de ſuite de 30 jours.

De même au lieu de faire les années Solaires de 365 jours & preſque 6 heures comme les Aſtronomes les ſuppoſent, on en fait trois de ſuite de 365 jours, qui ſont les communes, & la quatriéme de 366 jours, qui eſt la Biſſextile; de ſorte que la ſomme de 4 années Civiles eſt à peu près égale à la ſomme de 4 années Aſtronomiques. Celle-ci eſt l'Equation *Julienne* des années Civiles, qui les rapproche plus des Aſtronomiques: mais parceque quatre années Civiles égalées par cette maniere excedent quatre années Aſtronomiques d'environ 43 minutes 12 ſecondes, qui en quatre cens ans font trois jours, on en retranche 3 jours en 400 années, qui eſt l'Equation *Gregorienne* du Soleil.

En comparant les mois Lunaires avec les années Solaires, on fait ces années de 12 mois Lunaires & onze jours. Ces onze jours ſont l'Epacte Lunaire en une année Solaire ſuppoſée de 365 jours & un quart; quoique dans l'uſage l'on ne faſſe point réflexion à cette difference d'un quart de jour, attribuant la même Epacte indifferemment aux années communes & aux Biſſextiles.

Une année portant l'autre l'Epacte Civile & Eccleſiaſtique excede d'abord l'Aſtronomique de quelques heures: mais quand les Epactes de

plu-

pluſieurs années excedent 30 jours on prend ces 30 jours pour un mois Emboliſmique, au lieu de prendre 29 jours & demi. Cette ſubtraction exceſſive rapproche l'Epacte Civile de l'Aſtronomique, de ſorte qu'en 4 années qui en comprennent une Biſſextile & une Emboliſmique, l'Epacte Civile & Eccleſiaſtique s'égale à l'Aſtronomique à une ou deux minutes d'heure près, ce qui arrive ſouvent deux fois de ſuite. Mais il y a auſſi ſouvent deux Emboliſmiques en quatre années, qui troublent cette égalité par l'excès d'onze heures & 20 minutes.

Les Anciens ont ſuppoſé pendant quelque tems, qu'en quatre années Solaires il y ait 49 mois Solaires & demi, & par conſéquent 99 mois en 8 années. Mais on y a depuis trouvé une difference qui monte à un jour & demi, ce qui a obligé de s'éloigner de cette hypotheſe. On s'eſt plus approché de la préciſion Aſtronomique lorſqu'on a ſuppoſé que dix-neuf années Solaires *Juliennes* de 365 jours & un quart contiennent 235 mois Lunaires, & que 76 années *Juliennes* comprennent 940 mois Lunaires. Le Concile de *Nicée* ſe ſervit de cette hypotheſe dans la détermination des quatorziémes Paſchales.

Mais les obſervations de 24 Siecles comparées enſemble, ont fait connoître que quatre Cycles de 19 années Solaires *Juliennes*, qui en font un de 76 années, excedent 940 mois Lunaires de 5 heures 50 minutes, qui eſt l'Epacte & l'Equation Lunaire qui convient à ces 76 années.

Les *Gregoriens* ont déterminé cette Equation en raiſon de huit jours en vingt-cinq

Siecles. La partie proportionnelle de cette Equation dûë à un Cycle de 19 années, eſt d'une heure 27′ 33″ 7‴ 12⁗; ainſi 235 mois Lunaires s'accompliſſent en 6939 jours 16 heures 32′ 26″ 52‴ 48⁗. Le mois Lunaire qui en reſulte eſt de 29 jours 12 heures 44′ 3″ 10‴ 41⁗ 34$^{65}$. On peut conſtruire ſur ce fondement une Table des mois Lunaires, & des Epactes Aſtronomiques qui ſerviront pour tous les Siecles.

La regle des Equations Lunaires *Gregoriennes* attribue donc des Epactes aux intervalles compoſez de Cycles de 19 années *Juliennes*, auſquels les Anciens n'en attribuoient point. Et c'eſt dans cette Epacte inconnue aux Anciens, diſtribuée proportionnellement aux années Solaires Juliennes en raiſon de 8 jours en 25 Siecles, que conſiſte l'Equation *Gregorienne* de la Lune.

Quoique les termes de cette Analogie *Gregorienne* ſoient des Siecles entiers & des jours entiers, elle ſe trouve très-conforme aux mois Lunaires moyens déterminez par des excellens Aſtronomes à jours, heures minutes, ſecondes & tierces; & pour des intervalles encore plus grands que ceux qui ſont échûs depuis le commencement du monde juſqu'à preſent, elle donne les Epactes qui s'accordent à deux ou trois minutes près avec celles que l'on trouve par les bonnes Tables Aſtronomiques.

En 7600 années *Juliennes* qui comprennent 400 Cycles de 19 années, on trouve par cette Analogie pratiquée par la regle Arithmetique des proportions, l'Equation *Gregorienne* de 24 jours 7 heures 40 minutes & 48 ſecondes, qui eſt l'Epacte *Gregorienne* de ces années *Juliennes*.

Par

Par les Tables Aſtronomiques employées par *Clavius*, auxquelles ſont aſſez conformes les Tables *Rudolphines* & celles de *Riccioli*, on trouve l'Epacte de 7600 années, au Chapitre 12 & 28 du Calendrier *Gregorien*, de 24 jours 7 heures 42′ 27″ 5‴, qui excede la *Gregorienne* d'une minute 19″ 5‴. Au Chapitre 14 du même Livre on la trouve de 24 jours 7 heures 37′ 53″ 20‴ moindre que la *Gregorienne* de 2′ 54″ 40‴. Celle qui ſe trouve par l'Analogie *Gregorienne* ſans Tables, qui eſt de 24 jours 7 heures 40′ 48″, eſt donc moyenne entre celle qui ſe trouve par ces differentes Tables employées par le même Auteur, qui ſont ſi conformes à celles des autres Aſtronomes dont nous avons parlé, qu'elles n'en different tout au plus que de trois minutes dans un ſi grand intervalle, dans lequel cette difference eſt tout-à-fait inſenſible.

Cet intervalle excede de trois fois les plus grands intervalles qui ſe trouvent entre les obſervations modernes de la Lune & les plus anciennes que nous ayons, qui ne ſont pas ſi préciſes qu'il n'y ait ſouvent de l'ambiguité de quelque quart-d'heure, d'autant que les Anciens avoient de la peine à répondre des heures préciſes de leurs obſervations. Ainſi la difference de quelque demie-heure qu'il y auroit dans un triple intervalle entre les Epactes trouvées par ces Equations & celles qui ſe tirent de quelques Tables Aſtronomiques, paſſeroit pour inſenſible par rapport à la préciſion que l'on peut avoir juſqu'à preſent, en comparant les obſervations les plus recentes avec les plus anciennes.

L'accord des Epactes trouvées par l'Analogie

gie *Gregorienne* ſans les ſecours des Tables Aſtronomiques pour un ſi grand intervalle, eſt donc auſſi précis que l'Aſtronomie d'aujourd'hui le puiſſe avoir avec certitude par la comparaiſon des obſervations que nous avons juſqu'à preſent.

La facilité de trouver ces Epactes par cette Analogie eſt grande : ſi l'on ſe contente de les avoir à heure pour de ſi grands intervalles, une operation par la regle ordinaire des proportions en tres-petits nombres eſt ſuffiſante.

Dans le cas propoſé on fera comme 25 Siecles à huit jours. Ainſi 76 Siecles à 24 jours & $\frac{8}{25}$ qui ſont un peu moins de 8 heures, un vingt-cinquiéme de jour ne differe d'une heure que de deux minutes 24″. Les vingt-cinquiémes fractions ordinaires dans cette Analogie peuvent donc paſſer pour des heures dans les calculs, quand on ne cherche point les minutes, dont on n'a pas toûjours de beſoin. Si l'on ne veut pas negliger les minutes, on n'a qu'à en ôter autant de fois 2′ 24″ qu'il y a de vingt-cinquiémes, prenant le reſte pour heures & minutes : huit fois 2′ 24″ font 19′ 12″, qui ôtées de 8 heures font 7 heures 40′ 48″ ; ainſi l'Equation dûe à 76 Siecles, qui eſt ſon Epacte *Gregorienne*, ſe trouve de 24 jours 7 heures 40′ 48″, & celle de 100 ans eſt de 7 heures 40′ 48″. Car 7500 années qui eſt le triple de 2500 demandent 24 jours.

Parmi 4 periodes de 19 années Civiles *Juliennes*, il y en a toûjours une qui n'a que 4 années Biſſextiles ; mais les periodes de 76 années qui en comprennent 4 de 19 en ont toûjours 19 Biſſextiles, & ſont égales entr'elles

les. Tous les intervalles compoſés de periodes de 76 années Civiles ont les Epactes égales à leurs Equations ; car l'Epacte Lunaire d'une periode d'année Civile eſt l'excès de ces années ſur les mois Lunaires entiers qu'elles comprennent, & cet excès dans le Cycle de 19 années & dans ceux qui en ſont compoſez, eſt l'Equation Lunaire *Gregorienne*.

Par l'Analogie *Gregorienne* on trouvera l'Equation d'une periode de 76 années de 5 heures 50′ 12″ 28‴ 48⁗, qui eſt auſſi ſon Epacte. La Table des Epactes Aſtronomiques de *Clavius* inſerée au Chapitre 28 du Calendrier, qui parmi celles qu'il employe eſt la plus conforme à l'Analogie *Gregorienne*, la donne de 5 heures 50′ 13″ 20‴. Elle n'excede pas ici la *Gregorienne* d'une ſeconde entiere, mais ſeulement de 51‴ 12⁗, qui ſont des fractions inſenſibles, & elles s'accordent auſſi dans les ſecondes avec celle qui eſt inſerée au Chapitre 13, que *Clavius* donne comme conforme aux Tables calculées par *Moletius*, par *Magini* & par *Paul* de *Middelbourg*, & à celle qu'il rapporte encore au Chapitre 25 du Calendrier. Mais dans la Table inſerée au Chapitre 8 & au Chapitre 14, *Clavius* calcule cette Epacte de 5 heures 50 minutes 10″ 44‴. Celle qui ſe trouve par Analogie *Gregorienne* excede cette derniere d'une minute 44‴ 48⁗. Cette plus grande difference ne monte qu'à une minute & trois quarts en 4560 ans. On pourroit refaire ces Tables ſur l'Analogie *Gregorienne*, s'il en valoit la peine. Mais pour l'uſage Civil, & même pour l'Aſtronomique, il eſt indifferent de quelle de ces Tables l'on ſe ſerve. Car la plus fine Aſtronomie d'aujourd'hui ne ſauroit répondre de cette diffe-

ference en tout l'intervalle qui eſt échû depuis le commencement du monde juſqu'à preſent; & pour de grands intervalles compoſez de periodes de 76 années, on a plûtôt fait de trouver les Epactes Aſtronomiques par le calcul tiré de l'Analogie *Gregorienne*, que d'avoir recours à un Livre pour les calculer par les Tables mêmes.

C'eſt une choſe digne de remarque que les intervalles compoſez de 25 années, donnent les Equations Lunaires préciſes à ſecondes ſans autres fractions, & que les intervalles compoſez de periodes de 125 années, donnent les Equations préciſes à minutes. Que ceux qui ſont compoſez de periodes de 625 années, donnent les Equations préciſes à jours entiers. En 25 années l'Equation Lunaire eſt d'une heure 55′ 12″, en 125 années elle eſt de 9 heures 36 minutes, & en 625 années elle eſt de deux jours entiers; ce qui facilite le calcul & la conſtruction des Tables des Equations Lunaires *Gregoriennes* & Aſtronomiques.

Ayant aſſigné à 2500 années l'Equation de huit jours, & prenant la moitié de ces nombres, il eſt aiſé de voir qu'elle avoit augmenté de 4 jours entiers en 1250 ans qui étoient échus depuis le Concile de *Nicée* juſqu'au Pontificat de *Gregoire* XIII. tant ſuivant la regle, que ſuivant les Tables de *Clavius*, qui dans l'execution ne les augmenta que de trois jours.

Cette Equation *Gregorienne* remet les nouvelles Lunes en 3400 années *Juliennes* au même jour & à la même heure, à une demie minute près ſous le même meridien.

*Viete* reprochoit à *Clavius* de n'avoir pas fait mention dans ſon Apologie de cette periode de

de 3400 années. *Clavius* pouvoit lui répondre qu'on trouve cette periode marquée dans ſes Tables des Epactes inſerées dans ſon Apologie, où il ne donne à 3400 années qu'une minute & 11 ſecondes d'Epactes ; & néanmoins *Clavius* lui répond qu'il ne ſauroit faire mention de ce qui n'eſt pas, & qui ne ſe trouve point écrit d'aucun Auteur de merite, quoiqu'il ne nie point qu'elle n'approche beaucoup de la verité. Une minute & 11″ de difference en 3400 années doit paſſer pour inſenſible dans l'Aſtronomie, & d'autant plus dans l'uſage Eccleſiaſtique. *Clavius* même a calculé la Table des Fêtes mobiles pour une de ces periodes de 3400 années, qui commence par l'année 1600, & finit par l'année 5000.

## *Des Epoques* Gregoriennes.

Après avoir démontré la conformité de l'Analogie *Gregorienne*, qui regle les Equations des mois Lunaires & des Epactes avec les Tables Aſtronomiques les plus célébres, il reſte à examiner la conformité des Epoques de ces Equations, qu ſont les principales d'où l'on peut tirer toutes les autres.

Les Aſtronomes prennent pour Epoque de leurs Tables quelque année, & quelque jour memorable, & une heure commode ſous quelque meridien célébre. Il n'importe pas quelle année ni quel jour ou heure l'on prenne, pourvû que l'on ſache le rapport qu'elle a avec l'Epoque uſuelle. La plus célébre de toutes les Epoques eſt préſentement l'année même de *Jeſus-Chriſt* ſuivant l'uſage vulgaire, qui dans le rang des années *Juliennes* eſt ſuppoſée Biſſextile & premiere des Cycles de 19 années, mar-

marquée du nombre d'Or I, ſuivant l'ordre qui s'obſerve préſentement depuis le Concile de *Nicée*.

Il y a des Aſtronomes qui dans leurs Tables prennent pour Epoque des Epactes Aſtronomiques le midi qui préceda le premier de Janvier de cette année de *Jeſus-Chriſt*, & d'autres qui prennent le minuit qui préceda ce même jour; d'autres qui prennent le midi du même jour. Il y en a d'autres qui prennent le midi du dernier jour de la même année, d'autres le minuit ſuivant, & d'autres le midi du premier jour de Janvier ſuivant. Il y a enfin de ceux qui prennent pour Epoque des années Biſſextiles le midi du premier Janvier, & des années communes le midi précedent, afin qu'entre les années communes & les Biſſextiles, il n'y ait de difference qu'en Janvier & Fevrier; au lieu que ſuivant les autres methodes, il n'y a point de difference en ces deux mois: mais il y a la difference d'un jour aux autres dix mois de l'année Biſſextile. Dans le Calendrier *Gregorien* on aſſigne la même Epacte au premier de Janvier & au premier de Mars, tolerant dans l'année Biſſextile trois mois Lunaires de ſuite de 30 jours. Cet excès récompenſant le défaut d'autres mois.

Il y auroit de la commodité & plus de juſteſſe à prendre toûjours pour Epoque des Epactes le premier de Mars qui ſuit toûjours l'intercalation du jour dont le mois de Fevrier eſt prolongé aux années Biſſextiles. C'eſt auſſi le mois où arrive l'Equinoxe du Printemps, que l'on employe à déterminer le premier mois Lunaire dans lequel arrive la Pâque.

L'on voit aſſez que les Epoques des mois Lu-

Lunaires Eccleſiaſtiques & de leurs Epactes, ne ſauroient s'accorder ſans réduction avec les Epoques de divers Aſtronomes, qui ne s'accordent pas tous dans la même Epoque, ni dans le jour ni dans l'heure, ni dans le meridien, d'autant que le choix en eſt arbitraire.

Les Epactes annuelles Eccleſiaſtiques, qui conviennent au nombre d'Or courant pendant un ou deux Siecles, ont particulierement cette ſujetion, qu'il faut qu'elles s'accommodent aux Epactes diſpoſées dans le Calendrier à chaque jour des mois, pour marquer la nouvelle Lune au jour du mois où elles ſont placées. Si l'on changeoit cette diſpoſition dans le Calendrier, il faudroit auſſi changer les Epactes annuelles aſſignées au même nombre d'Or dans le Cycle de 19 années. En changeant les Epactes ſous les mêmes nombres d'Or ſans changer les Epactes dans le Calendrier, on trouveroit les nouvelles Lunes en differens jours du même mois.

L'Epacte d'une année trouvée par le nombre d'Or, peut être differente de l'Epacte de la même année trouvée par les Tables Aſtronomiques, & s'accorder avec elle en montrant dans le Calendrier la nouvelle Lune au même jour que l'Epacte Aſtronomique la donne ſuivant les préceptes des Tables.

Dans la Correction *Gregorienne* on aſſigna 7 jours d'Epacte à la premiere année des Cycles des trois premiers Siecles de *Jeſus-Chriſt*. La Lune eut ſept jours accomplis d'Epacte Aſtronomique le premier jour de Mars de l'année même de *Jeſus-Chriſt* Biſſextile premiere d'un Cycle de 19 années ſur le midi à un meridien plus Oriental que *Rome* d'une heure & 17 minutes,

nûtes, comme eſt à peu près celui de *Nicée*.

C'eſt une Epoque célébre des Epactes Lunaires, qui moyennant le Cycle de 19 années & les Equations *Gregoriennes*, ſert à trouver aiſément toutes les autres Epactes avant & après.

Suivant ces Equations l'Epacte ordinaire augmente d'un jour en 312 ans & demi. Mais pour la commodité populaire on a trouvé à propos de l'augmenter 7 fois d'un jour de 300 ans en 300 ans, & la huitiéme fois d'un jour en 400 ans, qui ſont en tout huit jours en 2500 ans.

A ce compte, après avoir pris pour Epoque des Epactes l'année de *Jeſus-Chriſt*, on auroit dû les augmenter d'un jour l'année 300. *Clavius* marque l'Equation à l'année 320, & *Lilius* à l'année 325, qui fut celle du Concile de *Nicée*; ce qui eſt une licence priſe contre la regle ordinaire de faire les Equations aux centiémes années toûjours pratiquée de l'un & de l'autre Auteur. Pour le reſte du Siecle du Concile de *Nicée*, & pour deux Siecles ſuivans, les Tables *Gregoriennes* donnent aux premieres années des Cycles l'Epacte huit, qui étant placée au 23 de Mars, y montre la nouvelle Lune Eccleſiaſtique en ces premieres années.

Nous avons remarqué que la nouvelle Lune Aſtronomique arrivoit auſſi ordinairement au 23 de Mars aux premieres années des Cycles de ce temps-là, qui furent la 304, 323, 342, 361, 380 & 399 de *Jeſus-Chriſt*. Mais que ſous le même meridien elles arriverent en differentes heures du même jour en ces differens Cycles, juſqu'à ce qu'elles montoient au ſoir du 22, d'où elles retournoient le Cycle ſuivant au 23 de Mars.

Nous

Nous les avions comparées d'abord au meridien d'*Alexandrie*, où les Tables de *Ptolomée* avoient été conſtruites, ſuppoſant que ces Tables pouvoient avoir été conſultées dans la détermination des nouvelles Lunes Eccleſiaſtiques; ce que nous avons fait pour entrer dans les deſſeins que le Concile pouvoit avoir eu de les conformer à l'Aſtronomie de ce temps-là, autant qu'il le jugeoit convenable à l'uſage de l'Egliſe.

Nous les comparerons préſentement au meridien de *Rome*, employant nôtre Epoque ordinaire qui ſuppoſe la conjonction moyenne de la Lune avec le Soleil à ce meridien ſur le point du midi le premier de Janvier de l'an 32 de *Jeſus-Chriſt*; ce qui s'accorde à une ou deux minutes près avec les Tables Aſtronomiques les plus excellentes; & ſuppoſant le moyen mouvement des Tables corrigées par l'Analogie *Gregorienne*, nous avons trouvé que la nouvelle Lune de Mars arrivoit alors aux premieres années du Cycle le 23 de ce mois, comme on voit ici.

*Conjonctions moyennes de la Lune avec le Soleil au Siecle du Concile de* Nicée, *aux premieres années du Cycle pour le meridien de* Rome.

| | | | |
|---|---|---|---|
| L'année 304 de J. C. | le | 23 de Mars à | 0h 6min. du matin. |
| L'année 323 | le | 23 de Mars à | 4h 38min. du ſoir. |
| L'année 342 | le | 23 de Mars à | 9h 11min. du matin. |
| L'année 361 | le | 23 de Mars à | 1h 43min. du matin. |
| L'année 380 | le | 22 de Mars à | 6h 16min. du ſoir. |
| L'année 399 | le | 23 de Mars à | 10h 48min. du matin. |

On

On voit qu'au Siecle du Concile de *Nicée* les nouvelles Lunes de Mars, aux premiéres années des Cycles réduites au meridien de *Rome*, arrivoient ordinairement au 23 de ce mois, & que de ſix Cycles, il n'y en a que le penultiéme, dont la premiére année eût la nouvelle Lune le ſoir du 22 de Mars à un quart-d'heure de la nuit ſuivante, d'où elle retournoit le Cycle ſuivant au 23.

Ainſi dans le Calendrier ancien le nombre d'Or I placé au 23 de Mars montroit la nouvelle Lune Eccleſiaſtique conforme à l'Aſtronomique aux premieres années des Cycles au Siécle du Concile de *Nicée*, & l'Epacte huit qui dans le Calendrier *Gregorien* de *Lilius* & dans celui de *Clavius* eſt placée au 23 de Mars, où elle marque la nouvelle Lune, dans les Tables *Gregoriennes* de ces deux Auteurs, eſt bien attribuée au nombre d'Or I au Siecle du Concile de *Nicée*, quand les nouvelles Lunes Aſtronomiques de ces premieres années arrivoient ordinairement au 23 Mars. On pourra donc juger que les nouvelles Lunes Eccleſiatiques ſeront remiſes au même état qu'elles avoient été au Siecle du Concile de *Nicée*, quand elles concourront avec les Aſtronomiques de la même maniere qu'elles concouroient au Siecle du Concile de *Nicée*, avec les differences qui reſultent neceſſairement d'un Cycle à l'autre.

Il n'y a pas aucune regle Eccleſiaſtique de rapporter les nouvelles Lunes plutôt à un meridien qu'à l'autre, quoique dans leurs Epoques elles ſe trouvent aſſez proche du Meridien de *Rome*. Elles s'accommodent dans la ſuite à d'autres meridiens en diverſes années du

du même Cycle aux mêmes années de divers Cycles. Cette variation eſt naturelle, on n'a pas entrepris de l'éviter dans la Correction *Gregorienne*, où pendant un ou deux Siecles on attribue la même Epacte à la même année de differens Cycles, quoique dans cet intervalle les heures des nouvelles Lunes varient beaucoup ſous le même meridien, duquel on les rapproche, quand à la fin des Siecles elles s'en ſont éloignées d'un jour ou environ.

Suivant le projet *Gregorien* l'an 1900 l'Equation de la Lune ſera 13, & l'Equation du Soleil contraire ſera auſſi 13, & ainſi l'Epacte *Gregorienne* ſera nulle. Cette année ſera donc conſiderable non-ſeulement pour finir le 19 Siecle, & être la premiere du centiéme Cycle de 19 années après l'Epoque de J. C. qui fut la premiere d'un Cycle; mais auſſi principalement pour n'avoir point d'Epacte *Gregorienne*, & avoir par conſéquent la nouvelle Lune Eccleſiaſtique & l'Aſtronomique au premier de Janvier & de Mars, où l'Epacte nulle eſt marquée dans le Calendrier.

Elle ſera donc naturellement une nouvelle Epoque des Cycles & des Epactes, qui exemptera la poſterité d'avoir recours aux Epoques éloignées. C'eſt delà qu'on pourra prendre non-ſeulement les Cycles de 19 années, comme on les prend préſentement de l'Epoque de J. C. mais auſſi les Equations de la Lune & du Soleil.

# OBSERVATION

*Sur un battement de veines ſemblable au battement des arteres.*

Par M. HOMBERG.

* LE battement des arteres ſuit à peu près les contractions du cœur, ſelon les portions du ſang qui en ſont pouſſées alternativement & par ſecouſſes dans les arteres: mais ce ſang étant reſorti des arteres par leurs extrémitez capillaires & preſſé enſuite dans les veines, il y coule uniformément & ſans ſecouſſes, perdant entierement les pulſations dont on s'appercevoit pendant qu'il couloit dans les arteres. Ceci s'obſerve ordinairement dans tous les animaux, qu'ils ſoient malades ou en bonne ſanté. Je ne me ſouviens pas d'avoir vû aucun Auteur qui ait remarqué un mouvement pareil aux veines que nous remarquons aux arteres; j'ai eu le hazard d'en obſerver un que je rapporte par la ſingularité du cas.

Une Dame âgée d'environ trente-cinq ans étant malade depuis quinze ou ſeize ans des poûmons, à ce qu'on croioit, me pria de l'aſſiſter de mes conſeils dans le dernier temps de ſa vie: ſes principaux ſymptomes étoient un aſthme cruel & fréquent, un très-grand mal de tête qui ne la quittoit jamais, accompagné d'une

d'une insomnie perpetuelle, des douleurs dans la poitrine très-vives & sans relâche, & au moindre effort qu'elle faisoit son asthme la prenoit avec une palpitation du cœur très-violente, qui duroit quelquefois une heure ou une heure & demie, outre beaucoup d'autres accidens très-fâcheux, dont je ne fais point mention, qui changeoient & qui se succedoient les uns aux autres.

Tous ces symptomes redoubloient, particulierement son asthme, & mettoient la malade à la mort à chaque fois que ses ordinaires étoient accoûtumez de paroître, & qui avoient cessé peu de temps avant que je l'eusse vûe.

Je ne marquerai pas les remedes que plusieurs personnes habiles lui avoient fait devant moi, ni ceux que je lui ai ordonné pendant deux ans que je l'ai traitée avec grand soin, sans la pouvoir guerir, ne faisant rien à l'observation dont il s'agit.

La malade étant morte & ayant été ouverte, l'on a trouvé toutes les parties de la tête dans leur état naturel & sans aucun défaut, quoiqu'elle ait eu un coup violent à la tête à l'âge de douze ans dont elle a pensé mourir, & qu'on a toûjours soupçonné être la premiere cause de sa maladie. Les parties du bas ventre étoient extrémement flétries, aussi-bien que les poûmons, sans être autrement gâtées. Son estomac étoit très-petit, & ne paroissoit pas pouvoir contenir la valeur d'une chopine. Son cœur étoit une fois plus grand qu'il ne devoit être, & flétri comme une poche de cuir mollasse: les cavitez en étoient fort amples, & les parois fort minces: il y avoit dans chaque tronc des arteres un polype attaché aux parois inter-

nes du cœur, dont celui qui bouchoit l'aorte, ayant été arraché, avoit plus de deux pieds de long ſans les extrémitez qui étoient reſtées dans les branches de cette artere: le tronc de ce polype étoit d'une chair fibreuſe, vermeille & ferme comme de la vraie chair, de la longueur d'environ ſix ou ſept pouces: le reſte changeoit inſenſiblement, prenant la couleur & la conſiſtance du ſang caillé.

Dans le temps que cette Dame étoit le plus agitée des palpitations du cœur, qui accompagnoient toûjours ſes accès d'aſthme, on ſentoit aux veines des bras & du col un battement très-ſenſible, dont la fréquence étoit un peu differente de celle des arteres, mais qui ſuivoit exactement les violentes ſecouſſes que l'on ſentoit que le cœur ſe donnoit; & quand cet accès étoit fini, on ne s'appercevoit plus du battement à ces veines. Ceci arrivoit ordinairement une fois ou deux en vingt-quatre heures, & quelquefois plus ſouvent. Je me ſuis imaginé que ce battement de veines a pû ſe faire de cette maniere: Le ſang couloit ſans aucun obſtacle dans le cœur, parcequ'il n'y avoit pas de polype dans les veines: ce ſang ſortoit du cœur avec embarras, parceque les troncs des arteres étoient bouchez par les polypes: le cœur étoit donc continuellement rempli de ſang, qui en dilatoit & ammincifſoit les parois: cette dilatation étant douloureuſe au cœur en a cauſé des contractions convulſives, ce qui faiſoit ſans doute la palpitation du cœur: ces contractions convulſives s'étant jointes aux contractions naturelles du cœur, ont comprimé le ſang contenu dans ſes cavitez plus violemment que par les ſeules contractions naturelles

turelles : ces violentes contractions ont repouſſé par ſecouſſes le ſang dans les veines, leurs valvules étant forcées par l'effort violent dont le cœur les preſſoit : ce ſang repouſſé par ſecouſſes dans les veines les a gonflées par intervalles, en conſervant fort ſenſiblement les impreſſions de ces ſecouſſes, ce qui a imité dans les veines les plus proches du cœur une pulſation approchante de celle que l'on ſent aux arteres ; & comme ces pulſations étoient ſeulement cauſées par les contractions convulſives du cœur, elles ſuivoient exactement ces contractions, en quoi elles étoient differentes des pulſations des arteres, qui m'ont toûjours paru avoir des contractions propres & indépendantes du cœur. L'on pourroit comparer ce repouſſement ſurnaturel du ſang dans les veines au gonflement & au repouſſement des eaux coulantes des rivieres par les hautes marées.

Le gonflement extraordinaire des veines qui s'obſervoit toûjours dans cette malade, cauſé par les arteres bouchées, nous donne occaſion d'expliquer facilement tous les ſymptomes dont elle étoit affligée.

Son aſthme n'eſt provenu que de la trop grande quantité de ſang qui occupoit les poûmons, & qui par conſéquent n'admettoit pas une ſuffiſante quantité d'air dont il avoit beſoin.

Les veines du cerveau trop gonflées ont comprimé le cerveau & en partie dérangé, ce qui a cauſé ſon mal de tête continuel ; & comme la douleur toûjours réïterée réveille continuellement, elle a ſouffert une inſomnie perpetuelle.

Les douleurs aigues dans la poitrine qui ne la quittoient jamais, ont été ſelon toutes les

apparences l'effet de la dilatation douloureuſe du cœur & des poûmons, produite par la trop grande quantité de ſang qu'ils contenoient.

Le volume du ſang qui occupoit douloureuſement les parties qui en étoient inondées, étant augmenté par les fermentations menſtruales, redoubloit toutes les incommoditez de la malade dans le temps que ſes ordinaires devoient paroître; & cela d'autant plus que ſes ordinaires étoient arrêtez, parceque le gonflement de la maſſe du ſang, ordinaire dans cette occaſion, ſe faiſant, mais non pas aſſez fort pour forcer les extrémitez des arteres, qui devoient en laiſſer échaper une partie, ne faiſoit que preſſer davantage & augmenter les douleurs, leſquelles n'ont jamais été ſoulagées que par la ſaignée; & même la ſaignée ayant précedé ce gonflement, les douleurs ne ſe ſont pas augmentées.

J'ai obſervé un fait particulier à cette Dame, qui eſt qu'elle ne prenoit preſque pas de nourriture. Elle a vêcu pluſieurs mois ſans prendre autre choſe qu'environ un demi-ſeptier de bouillon maigre par jour, c'eſt-à-dire, une décoction ſimple de quelque herbe potagere dans de l'eau avec un peu de ſel, & elle ne beuvoit environ qu'une chopine d'eau cuillerée à cuillerée pendant les vingt-quatre heures.

Il eſt étonnant qu'avec ſi peu de nourriture une perſonne ait pû vivre ſans diminuer conſiderablement. Voici comment je m'imagine que cela a pû ſe faire : Nous ne ſommes obligez de prendre de la nourriture que pour réparer ce que l'inſenſible tranſpiration ſepare de nôtre ſubſtance. La tranſpiration m'a toûjours paru ſe faire plus ou moins, ſelon que le ſang con-

contenu dans les arteres eſt pouſſé avec plus ou moins de force ou de quantité dans les parties qui doivent être nourries; & que ſelon cette force la nouvelle matiere nourriciere ſe plaçant, elle pouſſe & chaſſe l'ancienne par tous les vaiſſeaux excretoires.

Nous avons trouvé dans nôtre malade non-ſeulement les embouchures mais auſſi tous les gros canaux des arteres preſque bouchez par des polypes, qui ont premierement admis fort peu de ſang dans les arteres: ſecondement les arteres étant remplies d'un corps ſolide comme le polype, n'ont pas pû ſe contracter librement, enſorte qu'il s'y eſt pouſſé foiblement fort peu de ſang à la fois; ainſi l'ancienne matiere nourriciere n'étant déplacée que lentement & en petit nombre, il ne s'eſt preſque pas fait de tranſpiration dans nôtre malade, & par conſéquent elle n'a pas eu beſoin de beaucoup de nourriture, c'eſt-à-dire de réparer la diminution de ſa ſubſtance que la tranſpiration non empêchée auroit pû cauſer. Nous voyons à peu près arriver la même choſe aux Viperes enfermées, qui vivent un an entier ſans manger, & à certains animaux dans les pays froids, qui dorment preſque tout l'hyver ſans prendre de nourriture, & ſans diminuer conſiderablement de ſubſtance; parceque ne faiſant aucun exercice, ils ne donnent pas d'occaſion à la tranſpiration, & ils conſervent par-là la plûpart de la graiſſe qu'ils avoient au commencement de l'hyver.

## *QUE TOUS LES BAROMETRES, tant doubles que ſimples qu'on a conſtruits juſqu'ici, agiſſent non-ſeulement par le plus ou le moins de poids de l'air, mais encore par ſon plus ou moins de chaleur; & le moyen de prévenir dorénavant ce défaut dans la conſtruction des Barometres doubles, & d'en corriger l'erreur dans l'uſage des Barometres ſimples.*

Par M. AMONTONS.

* IL eſt à propos avant toute choſe de rapporter le détail de quelques experiences pour en déduire enſuite, s'il eſt poſſible, une conſtruction qui puiſſe remedier à l'alteration que la chaleur cauſe dans le poids du mercure dont les Barometres ordinaires ſont remplis.

### *PREMIERE EXPERIENCE.*

Les Thermometres dont il eſt parlé à la fin de la *Connoiſſance des Temps* de 1704 étant à 54 pouces 5 lignes, on a rempli de mercure un Areometre dans lequel il en eſt entré 18 onces 7 gros 63 grains peſant. Après avoir vuidé l'Areometre on l'a rempli d'eſprit de vin: il y en eſt entré 1 once 1 gros 28 grains. Le mercure, l'eſprit de vin & le Thermometre avoient

* 18. Juin 1704.

avoient été un temps conſiderable, comme de pluſieurs jours, dans le même lieu l'un proche de l'autre.

Il ſuit de cette experience que le poids du mercure eſt à celui de l'eſprit de vin en maſſe égale environ comme $16\frac{1}{4}$ à 1, lorſque nous n'experimentons ni un grand froid ni un grand chaud.

## *SECONDE EXPERIENCE.*

Les mêmes Thermometres étant à 54 pouces 11 lignes, on a rempli un petit verre de Thermometre ordinaire plein de mercure, il y en eſt entré en tout 757 grains peſant: la groſſeur du tube étoit telle que ſur la longueur de 11 lignes il contenoit 18 grains peſant. Sur ce pied un tube de pareille groſſeur & de 38 pouces 6 lignes $\frac{2}{3}$ de long auroit contenu les 757 grains peſant de mercure. Les Thermometres étant deſcendus à 50 pouces 11 lignes, le petit Thermometre à mercure étoit baiſſé de 2 lignes juſtes; d'où l'on doit conclurre que du grand chaud au grand froid de nôtre climat communément pris, c'eſt-à-dire, dans le temps que mes Thermometres parcourent depuis 50 juſqu'à 58 pouces de leur graduation, le mercure augmente ſon volume d'environ $\frac{1}{115}$ de celui qu'il avoit dans le grand froid, & qu'en volumes égaux il diminue de ſon poids dans le grand chaud auſſi de $\frac{1}{115}$ de celui qu'il auroit dans le grand froid.

## *TROISIE'ME EXPERIENCE.*

Les Thermometres étant à 54 pouces, on

a mis de l'eſprit de vin dans un tube de verre ſcellé par un bout : il occupoit dans ce tube 32 pouces 4 lignes en long ; on a enſuite ſcellé l'autre bout du tube, & on l'a laiſſé en experience. Les Thermometres étant deſcendus à 50 pouces, l'eſprit de vin du tube étoit baiſſé de 7 lignes $\frac{1}{4}$ ; d'où il ſuit que du grand froid au grand chaud de nôtre climat communément pris, l'eſprit de vin augmente ſon volume d'environ $\frac{1}{27}$ de celui qu'il avoit dans le grand froid.

Il ſuit encore des trois experiences ci-deſſus, que dans le grand froid de nôtre climat le poids du mercure eſt à celui de l'eſprit de vin environ comme 16 à 1.

Ceci établi, ſi nous ſuppoſons que dans le grand froid l'eſpace entre les ſurfaces du mercure des deux boetes du Barometre double eſt de 28 pouces 8 lignes : un de ces pouces contrebalancera ou fera équilibre à 16 pouces d'eſprit de vin, & le deſſus de ces 16 pouces d'eſprit de vin marquera pour lors dans ſon tube en cet endroit, que l'atmoſphere égale les 27 pouces 8 lignes reſtans.

En prenant au deſſus & au deſſous de ce point des parties égales de 16 lignes, chacune de ces parties ſeront analogues aux lignes de mercure du Barometre ſimple, c'eſt-à-dire, que l'eſprit de vin du tube étant à la premiere diviſion au deſſous de celle qui marque 27 pouces 8 lignes, marquera que l'air peſera alors 27 pouces 9 lignes, & ſeulement 27 pouces 7 lignes lorſque l'eſprit de vin ſera à la premiere diviſion au deſſus de celle qui marque 28 pouces 8 lignes.

Il faut cependant obſerver que chacune de ces

ces parties de 16 lignes doivent être diminuées de $\frac{32}{18}$ de ligne, si l'ouverture du tube que contient l'esprit de vin est la moitié de celle d'une ligne, & que le diamêtre de la boete soit d'un pouce, dont la raison est que l'esprit de vin qui entre dans ce tube ne sauroit sortir de la boete, qu'il ne fasse descendre le vif argent d'une quantité qui égale $\frac{1}{18}$ de ligne; ce qui fait une difference de $\frac{1}{9}$ de ligne dans la hauteur du mercure pour chaque partie, & qu'il faut $\frac{16}{9}$ d'esprit de vin pour équilibrer $\frac{1}{9}$ de mercure.

Le froid étant supposé toûjours le même, & le Barometre étant ainsi reglé, il est évident qu'il marquera préciſément tous les changemens qui arriveront au poids de l'atmosphere, avec cet avantage sur le Barometre simple, qu'il les marquera au moins quatorze fois aussi sensiblement: mais dans les grandes chaleurs de nôtre climat ces 28 pouces 8 lignes de mercure, qui dans le grand froid faisoient équilibre avec le poids de l'atmosphere, peseront $\frac{1}{115}$ moins, & devroient par conséquent pour continuer à contre-balancer la même pesanteur d'air, être augmentez d'environ 3 lignes, qui sont à peu près le $\frac{1}{115}$ de 28 pouces 8 lignes, sans quoi l'esprit de vin baisseroit dans son tube de 48 lignes moins $\frac{48}{18}$ de ligne, c'est-à-dire, d'un peu plus de 3 pouces $\frac{3}{4}$.

Cette augmentation de 3 lignes à la hauteur de la colomne de mercure, ne se sauroit faire que la surface du mercure de la boete inferieure ne baisse d'une ligne & demie; car alors cette ligne & demie de mercure étant chassée dans la boete superieure, fera une hauteur totale de mercure de 28 pouces 11 lignes entre les sur-

faces du mercure des deux boetes. Or il faudroit pour empêcher que cet abaiſſement du mercure dans la boete inferieure n'apportât aucun changement à la hauteur de l'eſprit de vin du tube, que la partie de l'eſprit de vin qui eſt dans la boete inferieure ſe dilatât aſſez pour remplir cet eſpace d'une ligne & demie que le mercure abandonne; ce qui arrivera neceſſairement, ſi on donne à la partie de la boete qui contient l'eſprit de vin, une capacité égale à celle d'un cylindre de même diamêtre que la boete, & de 40 lignes $\frac{1}{2}$ de haut, puiſque ces 40 lignes $\frac{1}{2}$ contiennent 27 fois 1 ligne & demie, & que l'eſprit de vin par la troiſiéme Experience ci-devant rapportée augmente ſon volume de $\frac{1}{27}$ du grand froid au grand chaud.

Il reſte maintenant à conſiderer les changemens que la chaleur peut apporter à l'eſprit de vin contenu dans le tube, ſuivant qu'il s'y trouve à des hauteurs differentes, & que les degrez de chaleur varient.

Premierement, il eſt maintenant bien certain que tant que le poids de l'atmoſphere arrêtera l'eſprit de vin au bas du tube qui le contient, quelque changement qui arrive à la chaleur de l'air, l'eſprit de vin dans le tube ne changera pas de ſituation, & que toute l'action de la rarefaction de la liqueur ſe fera du côté de la boete ſuperieure.

Il eſt encore bien évident que dans le grand froid, quelque hauteur qu'ait l'eſprit de vin dans le tube qui le contient, il marquera toûjours préciſément l'augmentation ou la diminution du poids de l'atmoſphere, puiſque c'eſt dans l'état du grand froid qu'on ſuppoſe que le Barometre a été reglé.

Il

Il n'y a donc uniquement que les differentes hauteurs de l'eſprit de vin dans le tube,

hors le temps du grand froid, qui puiſſe apporter quelque alteration dans la préciſion de ce Barometre; & quoique cette alteration dans les plus grandes hauteurs de l'eſprit de vin dans le temps des plus grandes chaleurs ne puiſſe aller au plus qu'à environ 14 lignes, & qu'elle eſt très-peu conſiderable dans tous les autres temps où la chaleur eſt moindre, voici cependant de quelle maniere on en pourra faire la correction lorſqu'il s'agira de préciſion dans les obſervations.

Si dans le tube qui contient l'eſprit de vin il y étoit monté par le peu de peſanteur de l'atmoſphere dans le temps des grandes chaleurs à la hauteur de 28 pouces, il y auroit alors ſur cette hauteur de 28 pouces un pouce de correction à faire, parce qu'alors ces 28 pouces ne peſeroient qu'autant que 27 pouces dans le temps du grand froid. C'eſt-pourquoi ſi l'on prend ce tube de 28 pouces pour l'une des jambes d'autour l'angle droit d'un triangle rectangle, & qu'à cette hauteur de 28.

pouces on tire une ligne d'un pouce perpendiculaire au tube qui faſſe l'autre jambe de l'angle droit dudit triangle ; cette derniere jambe étant diviſée en autant de parties égales que le Thermometre contient de degrez de l'hyver à l'été, & numerotez de même, par exemple, en 8 avec les mêmes chiffres, & que de chacune de ces parties on mene des lignes droites à l'extrémité de l'autre jambe, enſorte qu'elles partagent le triangle en huit triangles égaux, il n'y aura plus que de toutes les diviſions de cette premiere jambe mener des lignes paralleles à la ſeconde jambe : ces paralleles ſeront diviſées chacune en autant de parties qu'elle par les lignes menées de ſes diviſions à l'extrémité de la premiere jambe, & toutes ces diviſions ſeront analogiques aux degrez du Thermometre, & indiqueront la correction qu'on doit faire à la liqueur, c'eſt-à-dire, combien on doit retrancher de ſa hauteur.

## EXEMPLE.

Le Thermometre étant à 56 pouces, la liqueur du Barometre à 27, on retranchera de la hauteur de la liqueur une quantité égale à la partie de la parallele 27 compriſe entre les lignes 50 *A* & 56 *A*, & ainſi des autres.

Pour ce qui eſt du Barometre ſimple, comme toute l'étendue de la marche eſt bornée en un trop petit eſpace pour qu'une échelle ſemblable à la précedente pût ſervir utilement à faire la correction neceſſaire, on peut ſe ſervir de la Table ſuivante, qui marque de combien une colomne de mercure de 28 pouces 9 lignes s'allongeroit ou diminueroit à tous les de-

degrez de chaleur indiquez par mon Thermometre.

Cette augmentation ou diminution eſt exprimée dans cette Table par des $\frac{1}{32}$ de ligne. Ainſi, par exemple, vis-à-vis 55 pouces 5 lignes on trouve 65, ce qui veut dire que dans le temps que mes Thermometres marquent 55 pouces 5 lignes, il faut diminuer la hauteur du mercure du Barometre ſimple d'une quantité égale à 2 lignes $\frac{1}{32}$ de ligne.

Il eſt encore bon d'avertir ici que quoique 28 pouces 9 lignes ne ſoient pas la hauteur moyenne du Barometre ſimple, cette hauteur étant le plus ordinairement de 27 pouces 6 lignes; on peut néanmoins ſe ſervir utilement de cette Table, ſans craindre de tomber dans aucune erreur ſenſible.

## *TABLE DES HAUTEURS DE Mercure qu'il faut ajoûter ou ôter de celle du Barometre ſimple, ſuivant les differens degrez de chaleurs indiquez par mon Thermometre.*

| Degrez du Thermometre. | | Hauteurs à corriger. |
|---|---|---|
| 49 pouc. | 0 lign. | —— ajoûtez 12 32e de ligne. |
| 49 — | 1 | —— —— 11 |
| 49 — | 2 | —— —— 10 |
| 49 — | 3 | —— —— 9 |
| 49 — | 4 | —— —— 8 où $\frac{1}{4}$ de ligne. |
| 49 — | 5 | —— —— 7 |
| 49 — | 6 | —— —— 6 |
| 49 — | 7 | —— —— 5 |
| 49 — | 8 | —— —— 4 |

De-

| Degrez du Thermometre. | | Hauteurs à corriger. | |
|---|---|---|---|
| 49 pouc. | 9 lign. | ajoûtez | 3 32e de ligne. |
| 49 — | 10 | — | 2 |
| 49 — | 11 | — | 1 |
| 50 — | 0 | — | 0 |
| 50 — | 1 | ôtez | 1 |
| 50 — | 2 | — | 2 |
| 50 — | 3 | — | 3 |
| 50 — | 4 | — | 4 |
| 50 — | 5 | — | 5 |
| 50 — | 6 | — | 6 |
| 50 — | 7 | — | 7 |
| 50 — | 8 | — | 8 ou $\frac{1}{4}$ de ligne. |
| 50 — | 9 | — | 9 |
| 50 — | 10 | — | 10 |
| 50 — | 11 | — | 11 |
| 51 — | 0 | — | 12 |
| 51 — | 1 | — | 13 |
| 51 — | 2 | — | 14 |
| 51 — | 3 | — | 15 |
| 51 — | 4 | — | 16 ou $\frac{1}{2}$ de ligne. |
| 51 — | 5 | — | 17 |
| 51 — | 6 | — | 18 |
| 51 — | 7 | — | 19 |
| 51 — | 8 | — | 20 |
| 51 — | 9 | — | 21 |
| 51 — | 10 | — | 22 |
| 51 — | 11 | — | 23 |
| 52 — | 0 | — | 24 ou $\frac{3}{4}$ de ligne. |
| 52 — | 1 | — | 25 |
| 52 — | 2 | — | 26 |
| 52 — | 3 | — | 27 |
| 52 — | 4 | — | 28 |
| 52 — | 5 | — | 29 |
| 52 — | 6 | — | 30 |
| 52 — | 7 | — | 31 |

De-

| Degrez du Thermometre. | | Hauteurs à corriger. | |
|---|---|---|---|
| 52 pouc. | 8 lign. | Ôtez | 32 ou 1 ligne. |
| 52 — | 9 | | 33 |
| 52 — | 10 | | 34 |
| 52 — | 11 | | 35 |
| 53 — | 0 | | 36 |
| 53 — | 1 | | 37 |
| 53 — | 2 | | 38 |
| 53 — | 3 | | 39 |
| 53 — | 4 | | 40 ou 1 ligne $\frac{1}{4}$. |
| 53 — | 5 | | 41 |
| 53 — | 6 | | 42 |
| 53 — | 7 | | 43 |
| 53 — | 8 | | 44 |
| 53 — | 9 | | 45 |
| 53 — | 10 | | 46 |
| 53 — | 11 | | 47 |
| 54 — | 0 | | 48 ou 1 ligne $\frac{1}{2}$. |
| 54 — | 1 | | 49 |
| 54 — | 2 | | 50 |
| 54 — | 3 | | 51 |
| 54 — | 4 | | 52 |
| 54 — | 5 | | 53 |
| 54 — | 6 | | 54 |
| 54 — | 7 | | 55 |
| 54 — | 8 | | 56 ou 1 ligne $\frac{3}{4}$. |
| 54 — | 9 | | 57 |
| 54 — | 10 | | 58 |
| 54 — | 11 | | 59 |
| 55 — | 0 | | 60 |
| 55 — | 1 | | 61 |
| 55 — | 2 | | 62 |
| 55 — | 3 | | 63 |
| 55 — | 4 | | 64 ou 2 lignes. |
| 55 — | 5 | | 65 |
| 55 — | 6 | | 66 |

De-

| Degrez du Thermometre. | | | Hauteurs à corriger. | |
|---|---|---|---|---|
| 55 pouc. | 7 lign. | ——— ôtez | 67 | 32e de ligne. |
| 55 — | 8 | ——— | 68 | |
| 55 — | 9 | ——— | 69 | |
| 55 — | 10 | ——— | 70 | |
| 55 — | 11 | ——— | 71 | |
| 56 — | 0 | ——— | 72 | ou 2 lignes $\frac{1}{4}$. |
| 56 — | 1 | ——— | 73 | |
| 56 — | 2 | ——— | 74 | |
| 56 — | 3 | ——— | 75 | |
| 56 — | 4 | ——— | 76 | |
| 56 — | 5 | ——— | 77 | |
| 56 — | 6 | ——— | 78 | |
| 56 — | 7 | ——— | 79 | |
| 56 — | 8 | ——— | 80 | ou 2 lignes $\frac{1}{2}$. |
| 56 — | 9 | ——— | 81 | |
| 56 — | 10 | ——— | 82 | |
| 56 — | 11 | ——— | 83 | |
| 57 — | 0 | ——— | 84 | |
| 57 — | 1 | ——— | 85 | |
| 57 — | 2 | ——— | 86 | |
| 57 — | 3 | ——— | 87 | |
| 57 — | 4 | ——— | 88 | ou 2 lignes $\frac{3}{4}$. |
| 57 — | 5 | ——— | 89 | |
| 57 — | 6 | ——— | 90 | |
| 57 — | 7 | ——— | 91 | |
| 57 — | 8 | ——— | 92 | |
| 57 — | 9 | ——— | 93 | |
| 57 — | 10 | ——— | 94 | |
| 57 — | 11 | ——— | 95 | |
| 58 — | 0 | ——— | 96 | ou 3 lignes. |
| 58 — | 1 | ——— | 97 | |
| 58 — | 2 | ——— | 98 | |
| 58 — | 3 | ——— | 99 | |
| 58 — | 4 | ——— | 100 | |
| 58 — | 5 | ——— | 101 | |

De-

| Degrez du Thermometre. | | | Hauteurs à corriger. |
|---|---|---|---|
| 58pouc. | 6lign. | ——— | ôtez 102 32e de ligne. |
| 58 — | 7 | ——— | 103 |
| 58 — | 8 | ——— | 104 ou 3 lignes $\frac{1}{4}$. |
| 58 — | 9 | ——— | 105 |
| 58 — | 10 | ——— | 106 |
| 58 — | 11 | ——— | 107 |
| 59 — | 0 | ——— | 108 ou 3 lignes $\frac{1}{4}$. |

# NOUVELLE STATIQUE AVEC FROTEMENS ET SANS FROTEMENS, OU

*Regles pour calculer les Frotemens des machines dans l'état de l'équilibre.*

## PREMIER MEMOIRE,

Qui contient tout ce qui ſe fait ſur des plans inclinez.

Par M. PARENT.

*De l'angle que doit faire une ligne avec un plan pour gliſſer deſſus.*

1°.* SOIT un plan rude *FG* contre lequel une puiſſance *A* pouſſe la verge ſolide *AB*

*AB* ſous l'inclinaiſon *ABG*; ſi l'on prend ſur *AB* la partie *CB* pour exprimer la puiſſance *A*, & qu'ayant mené la parallele *CE* & la perpendiculaire *CD* à *FG*, on diviſe l'effort fait ſelon *CB* dans les 2 *CE*, *CD*; ce dernier marquera la quantité d'effort dont la puiſſance *A* preſſe le plan *FG*, lequel effort cauſe le frotement en *B*, & *CE* exprimera en même-temps la quantité d'effort dont la puiſſance *A* agit parallelement à *FG* pour vaincre ce frotement. De ſorte qu'on peut enviſager ſi l'on veut l'effort *CD* comme un poids qui peſe en *B*, & l'effort *CE* comme une force qui tirant ce poids vers *F* le tient tout prêt à partir, en ſuppoſant l'angle *ABG* tel, que *AB* ſoit toute prête à gliſſer. Cela étant, il eſt évident que la tangente *CD* de l'inclinaiſon de la verge *AB* ſur le plan *FG*, doit être au ſinus total *BD* ou *CE*, comme le poids de la verge *AB* couchée ſur *FG* à la force qu'il faudroit pour commencer à vaincre ſon frotement ſur le plan *FG*, ſi on la tiroit parallelement à ce plan. De ſorte que ſi l'on fait l'angle *ABG* un peu plus grand, la verge ne pourra gliſſer, quelque effort que l'on faſſe. Et ſi au contraire on fait cet angle *ABG* moindre, la verge *AB* ne pourra s'arrêter, quelque peu d'effort qu'on employe. On appellera dorénavant *ABC l'angle d'équilibre*.

On peut dire ſi l'on veut pour le rapport du frotement de *AB* ſur *FG* à ſa peſanteur celui de 7 à 20, que nous avons démontré dans cette Aſſemblée le 9. Janvier 1700, ou prendre tout d'un coup (pour abreger) celui de 1 à 3, à cauſe que les frotemens ne ſont pas préciſément les mêmes pour tous les corps, & que ce rap-

rapport eſt à peu près un milieu entre les plus grands & les moindres, puiſqu'il convient au cuivre, au plomb & au bois enduits d'oing, & combinez entr'eux.

*De l'angle que doit faire un plan avec l'horizon, afin qu'un corps poſé deſſus commence à gliſſer.*

* 2°. De même lorſqu'on aura un corps $DHE$ ſur un plan incliné $AB$, aiant pris ſur la direction $PE$ de ſon centre de gravité $P$ la partie arbitraire $PE$ pour marquer ſon poids, mené la parallele $PG$ & la perpendiculaire $PF$ à $AB$, & diviſé l'effort $PE$ dans les 2 $PG$, $PF$, ce dernier marquera la quantité dont le poids $DHE$ preſſe ce plan, & $PG$ l'effort qu'il fait pour gliſſer & vaincre le frotement cauſé par l'effort $PF$. De ſorte qu'il eſt conſtant que quand l'angle $ABC$ eſt tel, que ce corps eſt prêt à gliſſer, l'effort $PG$ doit être à l'effort $PF$, comme le frotement de ce corps ſur $AB$ ſuppoſé horizontal eſt à ſa peſanteur, en le ſuppoſant tiré parallelement à $AC$. Or à cauſe des paralleles $PE$, $AC$, les angles $PEF$, $BAC$ étant égaux, & les angles $PFE$, $ABC$ droits, les triangles $PFE$, $ACB$ ſont ſemblables. Donc $PF \mid FE = PG \parallel BC \mid CA$; c'eſt-à-dire, que pour que le corps $DHE$ ſoit prêt à gliſſer, il faut que le ſinus total $BC$ ſoit à la tangente $CA$ de l'élevation du plan $AB$ ſur l'horizon $BC$, comme $PF$ à $FE$ ou $PG$, ou comme le poids de ce corps à ſon frotement ſur $AB$ ſuppoſé horizontal.

De

* Fig. II.

De ſorte que pour peu que $AB$ ſoit plus élevé, le corps $DHE$ gliſſera auſſi-tôt; & pour peu qu'il le ſoit moins, le corps $DHE$ y demeurera en repos, comme ſur un plan horizontal.

Nous appellerons le plan $AB$ qui tient le corps prêt à gliſſer *plan d'équilibre*, & l'angle $ABC$ *l'élevation d'équilibre.*

Il eſt évident que ſi l'angle $ABC$ étant moindre que *l'élevation d'équilibre*, la direction $PE$ du corps $DHE$ ſortoit hors de ſa baſe du côté de $E$, il tomberoit en roulant ſeulement vers $B$; mais ſi cette élevation étoit plus grande, la direction $PE$ tombant ſur la baſe $HE$ du corps, il gliſſeroit ſeulement enbas. Enfin ſi la direction $PE$ tomboit hors la baſe, $HE$, le plan $AC$ étant au-deſſus de *l'élevation d'équilibre*; alors le corps $DHE$ rouleroit, & gliſſeroit en même-tems vers le bas du plan.

*De la Force neceſſaire pour tirer ſelon quelque direction que ce ſoit un corps ſitué ſur un plan qui ſoit incliné à ſouhait.*

3° * Si l'on a un corps peſant $GDE$ à tirer ſur un plan $AC$ incliné ſous un angle quelconque $ACB$, ayant pris ſur ſa direction $DF$ pour marquer ſon poids, & diviſé cet effort dans un parallele $DG$ & dans un perpendiculaire $DE$ au plan, comme dans les deux articles précédens, on prendra encore ſur la direction $DM$ de la force motrice $M$ la partie $DI$ pour marquer

* FIG. III.

quer cette force; on menera la parallele $IL$ à $AC$ sur $DE$ en $L$, & la perpendiculaire $IH$ sur $DG$ prolongée, & divisant l'effort $DI$ dans les 2 $IL$, $IH$; $DL = IH$ marquera la quantité de force dont $M$ presse le plan $AC$, & $DH$ celle avec laquelle elle fait effort pour vaincre la force opposée $DG$ du poids $GDE$, & le frotement qui naît des pressions $DE$, $DL$.

Appellant donc $DF$, $p$; $DI$, $f$; $CB$, $b$; $AB$, $h$; & supposant que $DM$ coupe $AC$ en $M$, on aura $DE$ pour la tangente de l'angle donné $DME$, & $ME$ pour le sinus total; & l'on nommera $DE$, $t$, & $EM$, $s$. Or à cause des paralleles $LI$, $EM$, on aura ($DL \mid LI \mid DI \parallel DE \mid EM \mid DM$.) D'où l'on tirera les Analogies $AC = \sqrt{b^2 + h^2} \mid CB = b \parallel DF = p \mid \left(GF = \frac{ph}{\sqrt{b^2+h^2}} = DE.\right)$ Et $AC = \sqrt{b^2+h^2} \mid AB = h \parallel DF = p \parallel \left(DG = \frac{ph}{\sqrt{b^2+h^2}} = EF\right)$: Et $DM = \sqrt{s^2+t^2} \mid ME = s \parallel DI = f \mid LI = \frac{fs}{\sqrt{s^2+t^2}} = DH.$ Et enfin $DM\sqrt{s^2+t^2} \mid DE = t \parallel DI = f \mid \left(DL = \frac{ft}{\sqrt{s^2+t^2}}\right)$. Faisant donc encore comme le poids $\pi$ du corps $GDE$, est à son frotement $\Phi$ sur le plan $AC$ supposé horizontal; ainsi les deux pressions ensemble $DE$, $DL = \frac{ph}{\sqrt{b^2+h^2}} + \frac{ft}{\sqrt{s^2+t^2}}$ à un quatriéme

terme

terme $\left(\frac{p\,b\,\phi}{\pi\sqrt{b^2+h^2}}+\frac{f\,t\,\phi}{\pi\sqrt{s^2+t^2}}\right)$, on aura la force neceſſaire pour vaincre le frotement qui naît des preſſions $DL, DE$, en tirant parallelement $aAC$; mais il faut outre cela vaincre la force $DG$. Il faut donc 1°. Que le ſeul effort $DH$ ſoit égal à ce frotement total, & à $DG$ enſemble, ce qui donne l'égalité ſuivante: $\left(\frac{p\,b\,\phi}{\pi\sqrt{b^2+h^2}}+\frac{f\,t\,\phi}{\pi\sqrt{s^2+t^2}}+\frac{p\,h}{\sqrt{b^2+h^2}}=\frac{f\,s}{\sqrt{s^2+t^2}}\right)$.

D'où l'on tire en tranſportant cet autre $\left(\frac{\frac{p\,b\,\phi}{\pi}+p\,h}{\sqrt{b^2+h^2}}\right.$

$\left.=\frac{f\,s-\frac{\phi}{\pi}f\,t}{\sqrt{s^2+t^2}}\right)$; & enfin $\left(f=\frac{\frac{b\,\phi}{\pi}+h\sqrt{s^2+t^2}}{\sqrt{b^2+h^2}\times s-\frac{\phi\,t}{\pi}}\times p\right)$

$=\left(p\times\frac{h}{\sqrt{b^2+h^2}}\times\frac{\sqrt{s^2+t^2}}{s}\right)$ lorſque $(\Phi=0)$.

2°. Si l'on ſuppoſe que $DM$ paſſe entre $DH$, & $EDN$ au-deſſus de $DH$; alors $DL=\frac{f\,t}{\sqrt{s^2+t^2}}$ auroit le ſigne — dans l'égalité précédente; ce qui donneroit dans ce cas $\left(f=\frac{\frac{b\,\phi}{\pi}+h\sqrt{s^2+t^2}}{\sqrt{b^2+h^2}\times s+\frac{\phi}{\pi}}\times p\right)$.

Ce qui eſt aiſé à voir.

3°. Si $DM$ paſſoit entre $DE$ & $DG$ au-deſſous de $DE$, la force $DH$ s'uniſſant alors à la force $DG$, on auroit l'égalité $\left(\frac{p\,b\,\phi+f\,t\,\phi}{\pi\sqrt{b^2+h^2}\,\pi\sqrt{s^2+t^2}}\right.$

$\left.=\right.$

$= \frac{fs}{\sqrt{s^2+t^2}} + \frac{ph}{\sqrt{b^2+h^2}}$ au lieu de celle du premier cas ; d'où l'on tireroit $\left(\frac{\frac{\varphi}{\pi}pb-ph}{\sqrt{b^2+h^2}} = \frac{fs-\frac{\varphi}{\pi}ft}{\sqrt{s^2+t^2}}\right)$ qui donneroit

$$\left(f = \frac{\pm\frac{\varphi}{\pi}b \mp h\sqrt{s^2+t^2}}{\sqrt{b^2+h^2} \times \pm s \mp \frac{\varphi}{\pi}t} \times p\right).$$

4°. Si $DM$ passoit entre $DG$ & $DN$ au-dessous de $DN$ en $DP$, le second terme de l'égalité précédente $\left(\frac{ft\varphi}{\pi\sqrt{s^2+t^2}}\right)$ auroit le signe $(-)$ ce qui donneroit alors $\left(f = \frac{+\frac{\varphi}{\pi}b-h\times\sqrt{s^2+t^2}}{\sqrt{b^2+h^2}\times s-\frac{\varphi}{\pi}t} \times p\right)$.

5°. Si dans le second cas ci-dessus $DM$ tomboit sur $DF$ prolongée en dessus en $DO$, prenant $t$ pour sinus total & pour tangente, les rapports $\left(\frac{\frac{\varphi}{\pi}b+h}{\sqrt{b^2+h^2}}\right)$ & $\left(\frac{\frac{\varphi}{\pi}t+s}{\sqrt{s^2+t^2}}\right)$ seroient alors les mêmes ; ce qui donneroit seulement $(f=p)$ comme on le sait.

6°. Mais si $DM$ tomboit sur $DF$ vers le bas, on auroit dans le troisiéme cas encore $f=p$, c'est-à-dire $f$ arbitraire comme $p$, parce qu'a-

lors les rapports $\left(\frac{\mp\frac{\Phi}{\pi}b \mp h}{\sqrt{b^2+h^2}} \text{ \& } \frac{\mp s \mp \frac{\Phi}{\pi}t}{\sqrt{s^2+t^2}}\right)$, prenant $t$ & $s$ comme dans le cas précédent, $b\frac{\Phi}{\pi}$, devant dans celui-ci être $\mp h$, $(\frac{\Phi}{\pi}t = s$.

7°. Si dans le premier cas $DM$ étoit parallele à $CB$, les angles $DMF$, $ACB$, étant égaux, on auroit l'Analogie : $b \mid h \mid\mid s \mid t$. Ce qui donneroit $\left(f = \frac{\frac{\Phi}{\pi}b + h}{b - \frac{\Phi}{\pi}} \times p\right)$ & $\left(= \frac{h}{b} \times p\right)$, quand $\Phi = o$.

8°. Mais dans le quatriéme cas où la puiſſance tire ſelon $DP$, on auroit $\left(f = \frac{\mp\frac{\Phi}{\pi}b \mp h}{b + \frac{\Phi}{\pi}h} \times p\right)$.

9°. Si dans le premier & ſecond cas $DM$ eſt parallele au plan $AC$ tirant ſelon $DH$, $t = DE$ ſera $= o$ par rapport à $EM = S$; ce qui donnera ſimplement . . . . . .

$$\left(f = \frac{\frac{\Phi}{\pi}b + h}{\sqrt{b^2+h^2}} \times p\right)\left(\text{\& } = \frac{h}{\sqrt{b^2+h^2}} \times p\right),$$

quand $(\Phi = o)$. Soit $b = 30$, $h = 1$, $\Phi = 5$, $\pi = 7$, & $p = 3000$ livres, on aura avec frotement $f = 2243$ livres; au lieu de 2250 livres, comme on le trouve dans les Memoires de l'Academie des Sciences en 1699. page 258.

10°.

10°. Mais si dans le troisiéme & quatriéme cas $DM$ est parallele à $AC$ tirant vers le bas selon $DG$, on aura $\left(f=\frac{\pm\frac{\Phi}{\pi}b+h}{\sqrt{b^2+h^2}}\times p\right)$.

11°. Si $DM$ dans le troisiéme cas tomboit sur $DE$ tirant vers $E$, on auroit alors $(s=0)$ & $t$ infinie; ce qui donneroit $\left(f=\frac{h-\frac{\Phi}{\pi}b}{\sqrt{b^2+h^2}}\times\frac{\pi}{\Phi}p\right)$ (=l'infini) lorsque $(\Phi=0)$.

12°. Si dans le quatriéme cas $DM$ tombe sur $DN$ tirant vers $N$, on aura toûjours $(s=0)$, & $t$ infinie; ce qui donneroit $\left(f=\frac{-h+\frac{\Phi}{\pi}b}{\sqrt{b^2+h^2}}\times\frac{\pi}{\Phi}p\right)$

13°. Si $b=0$, ou si le plan $AC$ est l'horizon $DM$ tirant en bas entre $DH$ & $DE$ comme dans le premier cas, on aura $\left(f=\frac{\Phi\sqrt{s^2+t^2}}{\pi s-\Phi t}\times p\right)$ $(=0$, lorsque $\Phi=0)$.

14°. Si $AC$ étant horizontal, $DM$ passe au-dessus de $DH$, comme dans le second cas on aura $\left(f=\frac{\Phi p\sqrt{s^2+t^2}}{\pi s+\Phi t}\right)$ $(=0$, lorsque $\Phi=0)$.

15°. Si $AC$ étant toûjours horizontal, $DM$ tombe sur $DH$, $S$ étant alors infinie, on aura seulement $\left(f=\frac{p\Phi}{\pi}\right)$ comme on l'a supposé.

16°. Si $AC$ eſt vertical, on aura dans le premier cas $b \sqsupseteq CB \sqsupseteq o$; ce qui donnera auſſi $(f \sqsupseteq \frac{\pi\sqrt{s_2+t_2}}{\pi s-\varphi t} \times p)$ $(\sqsupseteq \frac{\sqrt{s^2+t^2}}{s} \times p$, lorſque $\varphi \sqsupseteq o)$.

17°. Si $AC$ étant toûjours vertical, $DM$ tire en bas comme dans le troiſiéme cas, on aura encore $(b \sqsupseteq o)$, ce qui donnera $(f \sqsupseteq \frac{\pi p\sqrt{s^2+t^2}}{\varphi t-\pi s})$.

18°. Enfin ſi $AC$ étant toûjours vertical, $DM$ tombe ſur $DE$, on aura $s \sqsupseteq o$, ce qui donnera $f \sqsupseteq \frac{\pi p}{\varphi}$, & $f$ infinie quand $\varphi \sqsupseteq o$.

*Une verge étant poſée dans un angle, trouver le point où il faut ſuſpendre un corps, pour commencer à la faire gliſſer d'un côté ou d'autre.*

4°. *Soient encore deux plans rudes inclinez $CA$, $BA$, ſur leſquels on ait poſé la verge ſolide & rude $GF$, à laquelle il faut ſuſpendre le poids $N$ en $H$; enſorte que cette verge ſoit prête à gliſſer d'un côté ou d'un autre, & cela ſans avoir égard à ſon poids. Pour trouver le poids $H$, on le partagera par penſée en deux autres $I$ & $L$, que l'on concevra ſuſpendus en $G$ & $F$, & qui ſoient entre eux réciproquement comme les diſtances $FH$, $GH$; on prendra ſur les directions $FL$, $GI$ les parties $FQ$, $GW$ qui expriment ces poids; on menera les perpendiculaires $FT$, $GÆ$, aux plans $CA$

* FIG. IV.

$CA$, $BA$, & ſur ces plans & ſur leurs perpendiculaires les perpendiculaires $QS$, $QT$, $WK$, $W\text{Æ}$, afin de diviſer les efforts $FQ$, $GW$, dans les efforts $FT$, $FS$; $G\text{Æ}$, $GK$. On prendra auſſi ſur $GF$ prolongée, ſi l'on veut, les parties $FP$, $GX$ égales entr'elles, pour marquer l'effort que cette ligne fait ſelon ſa longueur vers $F$ & vers $G$; & menant les perpendiculaires $PO$, $PV$; $X\Upsilon$, $XZ$, ſur les plans & ſur leurs perpendiculaires, on diviſera les efforts $FP$, $GX$, dans les efforts $FO$, $FV$; $G\Upsilon$, $GZ$, & on conſiderera que quand le point $H$ eſt tel que $FG$ doive gliſſer vers $B$, demeurant cependant en équilibre, l'effort que $G$ fait ſelon $G\Upsilon$ doit vaincre l'effort oppoſé de $I$ ſelon $GK$ plus le frotement qui naît des preſſions $GZ$, $G\text{Æ}$; & l'effort de $L$ ſelon $FS$ doit vaincre l'effort contraire de $FG$ ſelon $FO$ plus le frotement qui naît des preſſions $FV$, $ET$, d'où nous tirerons l'inconnue $GH$.

Mais quand le point $b$ eſt tel que $G$ doive gliſſer vers $A$, alors l'effort $GK$ de $I$ doit vaincre l'effort contraire $G\Upsilon$, plus le frotement qui vient des preſſions $GZ$, $G\text{Æ}$; & l'effort $FO$ de $GF$ doit en même temps vaincre l'effort contraire $FS$ de $L$ plus le frotement produit par les charges $FV$, $FT$ du plan $AC$.

Soit donc appellée la baſe $AD$ du plan $AB$, $b$; ſa hauteur $BD$, $b$; le rapport du poids de $FG$ à ſon frotement, en la tirant directement ſur $AB$ ſuppoſé horizontal, $\left(=\frac{\pi}{\varphi}\right)$ la baſe $AE$ du plan $AC$, $B$; ſa hauteur $CE$, $H$; le rapport du poids de $FG$ à ſon frotement ſur $AC$ pris comme ci-deſſus $\left(=\frac{P}{F}\right)$. Soient auſſi les

longueurs arbitraires $AC$, $AB$, $=c$, menez les perpendiculaires $FR$, $GM$ ſur $BA$, $CA$, appellez $GM$, $T$; $FM$, $S$; $GR$, $s$; $FR$, $t$; $GF$, $q$; la force dans $GF$, $f$; $GH$, $x$, & le poids $N$, $a$; on aura $HF=q-x$; ce qui donnera l'Analogie : $GF=q \mid HF=q-x \parallel a=N \mid I=\left(\frac{aq-ax}{q}\right)$, d'où l'on tirera $\left(L=N-I=\frac{ax}{q}\right)$. On aura auſſi à cauſe des triangles rectangles ſemblables, & des paralleles : $GF=q$ eſt à $FM=S$, comme la force $FP=f$, eſt à l'effort $\left(FO=\frac{fS}{q}\right)$; & $GF=q$, eſt à $GM=T$, comme la force $FP=f$, eſt à l'effort $\left(FV=\frac{fT}{q}\right)$. On aura auſſi, comme $AC=c$, eſt à $CE=H$; ainſi la force $FQ=\frac{ax}{q}$, à l'effort $FS=\frac{Hax}{cq}$; & comme $AC=c$, eſt à $AE=B$, ainſi la force $FQ=\frac{ax}{q}$, à l'effort $\left(FT=\frac{Bax}{cq}\right)$. Faiſant encore comme $P$ eſt à $F$, ainſi l'effort $FV+FT=\frac{fT}{q}+\frac{Bax}{cq}$, à un quatriéme terme, on aura $\left(\frac{FTf}{qP}+\frac{BaxF}{cqP}\right)$ pour tout le frotement en $F$. Ce qui donnera dans le premier cas l'effort $FS$ égal à tout ce frotement plus l'effort $FO$, ou $\left(\frac{Hax}{cq}=\frac{FTf}{qP}+\frac{BFax}{cqP}+\frac{fs}{q}\right)$, d'où l'on tire $\left(\frac{PH-FB}{SP+TF}\times\frac{ax}{c}=f\right)$.

Fai-

Faisant de même comme $GF = q$ est à $GR = s$, ainsi la force $GX = f$ à l'effort $GY = \frac{fs}{q}$; & comme $GF = q$ est à $FR = t$, ainsi la force $GX = f$ à l'effort $GZ = \frac{ft}{q}$; & comme $BA = c$ est à $BD = b$, ainsi la force $GW = \frac{aq - ax}{q}$ à $(GK = \frac{baq - bax}{cq})$; & comme $AB = c$ est à $AD = b$, ainsi $GW = \frac{aq - ax}{q}$ à $(G\text{Æ} = \frac{baq - bax}{cq})$; & enfin comme $\pi$ est à $\Phi$, ainsi les deux pressions ensemble $GZ + G\text{Æ} = \frac{ft}{q} + \frac{baq - bax}{cq}$ à un quatriéme terme $(\frac{ft\Phi}{\pi q} + \frac{baq\Phi - bax\Phi}{\pi cq})$, on aura tout le frotement en $G$.

Egalant donc dans le premier cas l'effort $GY$ à ce frotement total, & à $GK$, on aura l'égalité $(\frac{fs}{q} = \frac{ft\Phi}{\pi q} + \frac{baq\Phi - bax\Phi}{\pi cq} + \frac{haq - hax}{cq})$; d'où l'on tire $(f = \frac{\pm haq\pi \pm hax\pi \pm baq\Phi \pm bax\Phi}{\pm s\pi + t\Phi c})$.

Enfin égalant ces deux valeurs de $f$, on en tire aussi $(x = \frac{\overline{h\pi + b\Phi} \times \overline{SP + TF} \times q}{\overline{PH - FB} \times \overline{\pm S\pi + t\Phi} \times \overline{\pm h\pi \pm b\Phi} \times \overline{SP \pm TF}} = \frac{Shq}{sH + Sh})$ lorsque $\Phi$ & $F$ sont $= o$.

Pour le second cas on a au lieu de la premiere égalité ci-dessus: $(\frac{Sf}{q} = \frac{FBax}{Pcq} + \frac{FTf}{Pq} + \frac{Hax}{cq})$, d'où l'on tire $(f = \frac{\overline{HP + FB}}{SP - ET} \times \frac{xa}{c})$, & au lieu

de la 2e $\left(\frac{haq-hax}{cq}=\frac{baq\phi-bax\phi}{\pi cq}+\frac{ft\phi}{\pi q}+\frac{sf}{q}\right)$, d'où l'on tire $\left(f=\frac{\pi haq-hax\pi-baq\phi+bax\phi}{t\phi c+s\pi c}\right)$; & comparant ces deux valeurs de $f$, on en tire la valeur de $Gh=\left(x=\frac{\overline{\pi h-b\phi}\times\overline{SP-FT}\times q}{\overline{HP+FB}\times\overline{t\phi+s\pi}+\overline{SP-FT}\times\overline{h\pi-b\phi}}\right)$ $\left(=\frac{Shq}{Hs+hS}\right)$ lorsque $\Phi$ & $F$ sont $=o$, comme ci-dessus.

Il est évident que si l'on veut avoir la partie $Hh$ (qu'on pourroit appeller *Aquinétique*, puisqu'un corps suspendu dans toute son étendue y demeure en repos), on n'a qu'à prendre les differences des deux valeurs $GH$, $Gh$, ou des deux $x$ ci-dessus, qui sera $=o$, lorsque $\Phi$ & $F$ sont $=o$.

Lorsque $AB$ est un plan horizontal, & $AC$ un plan vertical, les lignes $BD$, $AE$ étant alors $=o$, $AB=AD=AC=CE$; $GR=S=GM=T$, & $FR=t=FM=S$, la premiere valeur de $x$ se change en celle-ci: $\left(x=\frac{\overline{PS+TF}}{T}\times\frac{\Phi}{P\pi+F\phi}\times q\right)=HG=o$, lorsque $\Phi$ & $F$ sont $=o$; & toute cette partie $GH$ est *aquinétique* & $=o$, lorsque $\Phi$ & $F$ sont $=o$.

*Trouver l'élevation d'une échelle, afin qu'un homme étant tout au haut, elle soit prête à glisser dans un plan vertical.*

*Si l'on suppose que $GF$ soit une échelle ap-

* FIG. V.

appuyée contre un mur vertical $CM$, $N$ le poids du corps d'un homme ſitué tout au haut en $F$, & qu'on veuille que cette échelle demeure ſtable dans la ſituation la plus droite qu'il ſe puiſſe; on ſuppoſera que cet homme étant en $F$, le centre de gravité tant de l'homme que de l'échelle ſoit en $H$. Ainſi prenant ſur $GF$ le centre de gravité & de l'échelle nommant $G\&, a$, & $F\&, q-a$, le poids de l'échelle $e$, & celui de l'homme $b$. On aura à cauſe du centre de gravité commun $e \mid b \parallel FH\ H\&$, & $e+b \mid b \parallel F\& = q = a \mid \left(\frac{bq-ba}{e+b} = H\&\right)$; ce qui donnera $GH = \frac{ae+ab+qb-ab}{e+b} = \frac{ae+qb}{e+b}$, & cette valeur étant égalée à $x$ ci-deſſus, donnera l'égalité ſuivante: $\left(\frac{ae+qb}{e+b} = \frac{PS+TF}{T} \times \frac{\varphi}{P\pi+F\varphi} \times q\right)$. Dans laquelle ſubſtituant la valeur de $T = GM = \sqrt{q^2-s^2}$, il vient cette autre égalité $\left(\frac{ae+qb}{e+b} - \frac{F\varphi q}{P\pi+F\varphi} = \frac{P\varphi qs}{P\pi+F\varphi\sqrt{q^2-s^2}}\right)$ & $\left(\frac{ae+qb}{e+b} \times \overline{P\pi+F\Phi} - F\Phi p = \frac{P\varphi qs}{\sqrt{q^2-s^2}}\right)$ & $\left(\frac{aeP\pi+aeF\varphi+qbP\pi-F\varphi qe}{e+b} = \frac{P\varphi qS}{\sqrt{q^2-s^2}}\right)$, & quarrant le tout, & nommant $qb^2$ le premier membre de cette équation, on a $\left(q^2b^4 = \frac{P^2\varphi^2q^2s^2}{q^2-s^2}\right)$, & $\left(b^4q^2 = \overline{P^2\varphi^2+b^4} \times s^2\right)$, & enfin $\frac{b^4q^2}{P^2\varphi^2+b^4} = s^2$, ou $\left(s = \frac{b^2q}{\sqrt{P^2\varphi^2+b^4}}\right)$ $FM$ deſirée, qui eſt

le ſinus de l'angle $FGM$, $GF$ étant priſe pour ſinus total. On a $FM=FG$ lorſque $\Phi=o$, ce qu'on connoît d'ailleurs.

*Trouver la ſituation d'une échelle, dans laquelle elle eſt prête à gliſſer, par ſa propre peſanteur dans un plan vertical.*

Si l'on veut avoir la ſituation dans laquelle l'échelle eſt prête à gliſſer par ſon ſeul poids, on ſuppoſera le poids $N$ de l'homme $=h=o$, ce qui donnera $(qb^2=aP\pi+aF\Phi-F\Phi q)$ dans l'égalité ci-deſſus, & dans la valeur de $s$.

Enfin ſi l'on ſuppoſe en même temps que $a=G\&=\frac{1}{2}GF=\frac{q}{2}$, & toûjours $h=o$, on aura $(qb^2=\frac{qP\pi}{2}-\frac{qF\Phi}{2})$ & $(b^2=\frac{P\pi-F\Phi}{2})$ & $(b^4=\frac{\overline{P\pi-F\Phi}^2}{4})$; ce qui changera la valeur de $s$ ci-deſſus en cette autre $(s=\frac{\sqrt{q\times P\pi-F\Phi}}{\sqrt{4P\Phi+\overline{P\pi-F\Phi}^2}})$ qui donne $(s=\frac{4}{5}q)$, en ſuppoſant $(\pi\,|\,\Phi\,||\,P\,|\,F\,||\,3\,|\,1)$. On a encore $(s=q)$ ou $FM=FG$ lorſque $\Phi=o$.

*Trouver la ſituation d'une échelle ou d'un priſme poſé de travers contre un mur dans laquelle il eſt prêt à tomber.*

5. *Soit encore $AB$ une verge ſolide fixe par

* FIG. VI.

par un de ſes bouts ſur le ſol en $B$, & s'appuyant de l'autre $A$ contre un mur vertical $CEAF$. Soit $BC$ une perpendiculaire au mur menée du point $B$ dans le plan horizontal, & $CE$ une verticale menée ſur le plan vertical. Je ſuppoſe de plus que la droite ſolide $AB$ ſoit mobile autour de $CB$ comme axe, & qu'elle ſoit tellement panchée à l'égard de la verticale $CE$, qu'elle ſoit prête à gliſſer de $E$ vers $A$, & à tomber; & je demande quelle eſt ſon obliquité dans cet état à l'égard de $CE$.

Pour cet effet je décris du point $C$ comme centre avec l'intervalle $CA$ un arc de cercle qui rencontre $CE$ en $E$; je mene la perpendiculaire $AD$ ſur $CE$, & je cherche quelle eſt la valeur de l'arc $AE$ en degrez, ou quel eſt ſon ſinus $AD$. Et afin d'y parvenir je conſidere que quelque poids $O$ qu'on ſuſpende à la verge $AB$, & en quelque endroit $Q$ qu'on l'attache, il n'y apportera aucun changement; & lorſqu'elle ſera une fois prête à tomber, elle le ſera toûjours, quoiqu'on y ajoûte. Car en quelque endroit $Q$ qu'on attache ce poids, il fera la même choſe que s'il étoit partagé en deux autres $F, P$ ſuſpendus en $A$ & $B$, qui fuſſent entr'eux dans le rapport réciproque de $BQ$ à $QA$, puiſqu'alors $Q$ ſeroit le centre de gravité de ces deux poids $P$ & $F$. Or l'effort du poids $P$ ſeroit entierement aneanti par la réſiſtance du point $B$. Donc en quelque endroit qu'on ſuppoſe $Q$, il ne fera pas un autre effet, que ſi on le ſuſpendoit en $A$, à l'égard du renverſement de $AB$. Suppoſant donc une partie du poids de la verge, ou du poids de cette verge & du poids $O$ conſiderez comme un ſeul $F$ ſuſpendue en $A$, menant le rayon $CA$ & la tangente

$AI$ à l'arc $EA$, prenant ſur $AF$ la partie $AG$ pour exprimer ce poids, menant ſur $AC$, $AI$ les perpendiculaires $GH$, $GI$, je diviſe l'effort $AG$ dans les efforts $AH$, $AI$; & élevant encore la perpendiculaire $HM$ au plan $CEA$ qui rencontrera $BA$ comme en $M$, & diviſant la réſiſtance de la verge $BA$ ou du point fixe $B$ ſelon $BA$ dans les deux efforts $MH$, $HA$, je conſidere que l'effort $MH$ fait tout le frotement en $A$ qui doit être vaincu par l'effort $AI$ du poids $F$, puiſque $AI$ eſt la route du point $A$. A l'égard de l'effort $AH$ du poids $F$, il eſt égal & par conſéquent anéanti par l'effort contraire $HA$ de la réſiſtance $B$, puiſqu'on ſuppoſe que le point $B$ eſt immobile.

Nommant donc $F$ ou $AG$, $p$; $AB$, $l$; $CB$, $d$; $CE$ ou $AC$, $r$; $AD$, $x$; on aura $CD = \sqrt{r^2 - x^2}$; & $AC = r = \sqrt{l^2 - d^2}$, à cauſe des angles droits $ADC$, $ACB$. De plus les angles alternes $ACD$, $CAF$, dans les triangles rectangles $ACD$, $CAF$, donneront l'Analogie: $r = AC \mid CD = \sqrt{r^2 - x^2} \parallel AG = p \mid \left(\frac{p\sqrt{r^2 - x^2}}{r} = AH\right)$: & $AC = r \mid AD = x \parallel AG = p \mid GH = \left(AI = \frac{px}{r}\right)$. De plus les triangles rectangles $AHM$, $ACD$, ſemblables à cauſe de l'angle commun $A$, donneront l'Analogie: $AC = r \mid CB = d \parallel AH = \frac{p\sqrt{r - x^2}}{r} \mid \left(HM = \frac{p\,d\sqrt{r^2 - x^2}}{r^2}\right)$.

Enfin ſuppoſant que le poids de $AB$ eſt à ſon frotement ſur le plan $AEC$ ſuppoſé horizontal en la tirant parallelement à ce plan, comme $\pi$ eſt à $\Phi$, on multipliera la valeur de

$HM$

$HM$ ci-dessus par le rapport $(\frac{\Phi}{\pi})$, ce qui donnera $(\frac{p\,d\,\Phi}{\pi r^2}\sqrt{r^2-x^2})$ pour le frotement en $A$, qu'il faut égaler à l'effort $AI$ du poids $F$; ce qui donne l'égalité $(\frac{p\,d\,\Phi\sqrt{r^2-x^2}}{\pi r^2}+\frac{px}{r})$, d'où l'on tire $(d\Phi\sqrt{r^2-x^2}=\pi r x)$, & quarrant chaque membre on a $(d^2\Phi^2 r^2-d^2\Phi^2 x^2=\pi^2 r^2 x^2)$ & $(\frac{d^2\Phi^2 r^2}{\pi^2 r^2+\Phi^2 d^2}=x^2)$, & enfin $(\frac{d\Phi r}{\sqrt{\pi^2 r^2+\Phi^2 d^2}}=x)$ desirée; dans laquelle valeur substituant, si l'on veut, la valeur de $r=\sqrt{l^2-d^2}$, on trouve $(x=\frac{d\Phi\sqrt{l^2-d^2}}{\sqrt{\pi^2 l^2-\pi^2 d^2+\Phi^2 d^2}}$ $(=0$, lorsque $\Phi=0)$, comme on le sait d'ailleurs.

Si l'on suppose $\frac{\Phi}{\pi}=\frac{1}{2}$, on aura $(-\pi^2 d^2+\Phi^2 d^2=-2\pi^2 d^2)$, ce qui donnera $(x=\frac{d\sqrt{l^2-d^2}}{\sqrt{3l^2-2d^2}})$, & $AC \mid AD \| \sqrt{l^2-d^2} \mid \frac{8\sqrt{l^2-d^2}}{\sqrt{3l^2-2d^2}} \| \sqrt{3l^2-2d^2} \mid d$, & $(AD=\frac{d\times AC}{\sqrt{3l^2-2d^2}})$.

On voit que la valeur du poids $F=p$ n'entre point dans la composition de $x$; ce qui confirme ce qu'on a avancé au commencement de cette Analyse, que tel que fût le poids $F$ l'arc $AE$ seroit toûjours le même, tandis que $BC$, $BA$, demeureroient les mêmes.

Si l'angle $ABC$ étoit de $45^d$, on auroit $(\sqrt{l^2-d^2}=d)$ & $(2d^2=l^2)$, ce qui donneroit

$(x = \frac{d^2}{\sqrt{2l^2}} + \frac{d^2}{\sqrt{4d^2}} = \frac{d^2}{2d} = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2}AC = AD)$, ce qui donneroit l'arc $AE$ de $30^d$.

Si l'angle $ABC$ eſt de $60^d$, & $BAC$ de 30, on aura $(BC = \frac{1}{2}AB)$ & $BC^2 = d^2 = \frac{1}{4}AB^2 = \frac{1}{4}l^2)$, ce qui donnera $(\sqrt{l^2 - d^2} = \sqrt{\frac{3}{4}l^2} = \frac{l}{2}\sqrt{3})$, & $(\sqrt{3l^2 - 2d^2} = \sqrt{\frac{10}{4}l^2} = \frac{l}{2}\sqrt{10})$; ce qui donneroit $(x = \frac{d\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \frac{1}{10}d\sqrt{30})\ \frac{AC}{\sqrt{10}} = AD$, & l'arc $AE$ de $18^d$ 27 minutes.

Enfin ſi l'angle $ABC$ eſt de $30^d$ ou $BAC$ de 60, on aura $(BC = d, \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{3}{2}l^2} = \sqrt{\frac{3}{4}l^2})$, & $2d^2 = \frac{3}{2}l^2)$ & $\sqrt{3l^2 - 2d^2} = \sqrt{\frac{3}{2}l^2}$, & enfin $(x = = AC \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{AC}{\sqrt{2}})$ : & $(\sqrt{2} \mid 1 \parallel AC \mid AD = x)$ ou $(2 \mid 1 \parallel AC^2 \mid AD^2)$. Donc l'arc $AE$ ſeroit alors de $45^d$.

On peut remarquer que ſi $d = CB = o$, $AD = o$ ; & que ſi $d = CB = l = AB$, alors $(AD = AC)$, c'eſt-à-dire que le point $A$ ſeroit alors ſur la ligne horizontale $CR$.

SE-

# SECOND MEMOIRE.

*Trouver la force avec laquelle il faut pouſſer un coin, pour ſeparer un corps ou directement, ou ſur un point fixe, ou ſur deux.*

1°.* SI au lieu de concevoir que la puiſſance $M$ (1. *Fig.*) tient le poids $D$ en équilibre ſur le plan incliné $AC$ en tirant horizontalement, tandis qu'une autre puiſſance $N$ arrête le plan incliné en le repouſſant ſelon l'horizontale $NO$, comme dans le premier Memoire; on ſuppoſe que la puiſſance $M$ retient ſeulement le poids $D$; tandis que la puiſſance $N$ pouſſe le plan incliné $ACB$ ſous ce poids; le plan incliné $ACB$ s'appellera alors un coin rectangle. Or il eſt évident que les deux puiſſances $M$ & $N$ étant oppoſées doivent être égales, puiſqu'elles ſont en équilibre entr'elles. Donc les mêmes dénominations ſubſiſtant, comme dans l'article 3. du premier Memoire, on aura la puiſſance $(N = \frac{\phi b + \pi h}{\pi b - \phi h} = f)$ comme dans le 7e cas de cet article 3. A quoi il faudra ajoûter le frotement cauſé par le poids $D$, & même par le plan $ACB$ ſur le plan horizontal $PQ$ $(= \frac{D + ACB \times \phi}{\pi})$.

2°. Si l'on joint enſemble deux coins égaux ſemblables au précédent dans la droite $BC$ pour en

* 2. Juillet 1704.

en compoſer le coin ſcalene $ACa$ (2. *Fig.*), que l'on introduiſe ce coin dans la fente $TOt$, d'un corps $TQPt$, dont on veut écarter les deux portions $TQÆ$, $tPÆ$, en les faiſant gliſſer ſur le plan horizontal $QP$; on cherchera premierement la réſiſtance que ces deux parties font à être ſeparées directement dans leur partie commune $OÆ$ ſelon la droite $TXy$ perpendiculairement à $OÆ$; à quoi on ajoûtera la réſiſtance qui vient du frotement de la partie $TQÆ$ ſur le plan $QP$, lorſqu'elle s'écarte de la partie $tPÆ$, ſavoir $\left(\frac{\Phi}{\pi} \times TQÆ\right)$, & on appellera ces deux réſiſtances enſemble $p$, parcequ'elles font le même effet ici que le poids $D$ du cas précédent. On partagera enſuite la force motrice $M$ ou $f$ en deux égales, qu'on appliquera à chaque moitié du coin $ABC$, $aBC$; alors ce cas deviendra tout ſemblable au précédent, en regardant la ſurface dans laquelle les deux coins s'appuyent l'un ſur l'autre comme le plan horizontal $PQ$ du cas précédent; ce qui donnera pour chaque force qui doit être appliquée aux moitiez $ABC$, $aBC$, du coin $\left(\frac{\Phi b + \pi h}{\pi b - \Phi h} \times p\right)$. Donc la force totale $M$ ou $f$ deſirée $\left(= 2p \times \frac{\Phi b + \pi h}{\pi b - \Phi h}\right)$, ce qui donne auſſi $\left(p = \frac{f}{2} \times \frac{\pi b - \Phi h}{\Phi b + \pi h}\right)$. On a auſſi $\left(f = \frac{2ph}{b}\right)$ & $\left(p = \frac{fb}{2h}\right)$, lorſque $\Phi = o$.

3°. Mais lorſqu'il faut ſeparer les parties $TQÆ$, $tPÆ$ (3. *Fig.*) ſur un point fixe $Æ$, l'effort $M$ eſt très-different du précédent; & pour

pour le trouver je le ſuppoſe partagé en deux parties égales, & chaque moitié appliquée à chaque demi-coin $ABC$, $aBC$, comme ci-deſſus agiſſante ſelon les directions verticales $ND$, $nd$, qui paſſent par les centres de gravité $D$, $d$, des faces $TI$, $ti$, du coin. Je prends ſur ces verticales les parties arbitraires $ND$, $nd$, qui marquent ces deux forces ou $\frac{1}{2}f$. Je mene les perpendiculaires $HDL$, $hdl$, à ces faces, & je diviſe chacun des efforts $ND$, $nd$, dans les perpendiculaires & paralleles $NT$, $NH$, $nt$, $nh$, aux faces $AC$, $ac$; je mene encore les perpendiculaires $DE$, $de$, à l'axe du coin $BC$, & je prends deſſus les parties $DE$, $de$, qui expriment les réſiſtances que ces deux coins rectangles ſe font l'un à l'autre dans leur baſe commune $BC$. Je diviſe de même les efforts $ED$, $ed$, dans les paralleles & perpendiculaires $EG$, $EF$, $eg$, $ef$, aux faces du coin, & je conſidere que les efforts $HD$, $GD$, $hd$, $gd$, font tout le frotement en $D$, $d$, & que les efforts $NH$, $nh$, de $M$ doivent vaincre ces frotemens, & outre cela les efforts contraires $EG$, $eg$, de la réſiſtance $BC$.

Je réduis enſuite par penſée toutes les réſiſtances des parties de $0Æ$ dans leur centre $X$ agiſſantes ſelon la perpendiculaire $YXy$ à $0Æ$, en ſuppoſant que ces parties ſont au moins un peu extenſibles (puiſque l'experience nous apprend qu'il n'y a point de corps qui n'ait du reſſort, & que les filets de verre même ſont fort ſenſiblement extenſibles); & prolongeant les directions $HGDL$, $hgdl$, & $TD$, $td$, je mene deſſus les perpendiculaires $ÆL$, $Æl$; $ÆR$, $Ær$; & je conſidere que l'effort $NH$ diminué de l'effort contraire $EG$, & multiplié par

par ſon levier $ÆR$ ſe joint à l'effort de $OÆ$ ſelon $\Upsilon Xy$ multiplié par ſon levier $ÆX$ pour équilibrer l'effort $HD$ plus l'effort $GD$ multipliez par leur levier commun $ÆL$, les premiers agiſſant autour de $Æ$ du ſens contraire des derniers, & de même pour l'autre face $aC$ du coin.

Ceci étant établi, j'appelle $p$ la réſiſtance en $\Upsilon Xy$ multipliée par $ÆX$; $Æl$, $a$; $ÆR$, $d$; $AM$, $b$; $MC$, $b$; $AC$, $c$; $ND = nd$, $\frac{1}{2}f$; & $DE$, $x$. Or les triangles rectangles $NDT$, $ACM$, $DEF$, ſemblables en ce ſens, donnent les Analogies: $AC = c \mid CM = b \parallel ND = \frac{1}{2}f \mid \frac{fb}{2c} = DT = NH$, & $AC = c$, $AM = b \parallel ND = \frac{f}{2} \mid NT = DH = \frac{bf}{2}$. On aura auſſi: $AC = c \mid AM = b \parallel DE = x \mid DF = \frac{bx}{c} = EG$, & $AC = c \mid CM = b \parallel DE = x \mid FF = DG = \frac{bx}{c}$, ſuppoſant auſſi que $\pi$ eſt à $\Phi$, comme le poids du coin $AC$ à ſon frotement ſur la face $TO$ du corps à fendre ſuppoſée horizontale, en tirant parallelement à cette face, on aura l'Analogie, comme $\pi$ eſt à $\Phi$, ainſi les preſſions $DH$ plus $DG$ enſemble $(= \frac{bf}{2c} + \frac{bx}{c})$ à un 4$^e$ terme $(\frac{bf\Phi}{2c\pi} + \frac{bx\Phi}{c\pi}$ qui ſera la valeur du frotement cauſé en $D$ par les preſſions $DH, DG$.

Egalant donc maintenant l'effort $NH$ aux deux frotemens $DH, DG$, & à l'effort contraire $EG$, on a l'égalité $(\frac{\pi fb}{2c\pi} = \frac{bf\Phi + 2bx\Phi + 2bx\pi}{2c\pi})$.

D'où

D'où l'on tire $\left(\frac{\pi fb - hf\varphi}{2b\varphi + 2h\pi} = x\right)$.

On aura auſſi l'équilibre $(\overline{HD + GD} \times \overline{ÆL} = \overline{NH - EG} \times \overline{ÆR} + p$; c'eſt-à-dire $\left(\frac{abf + 2abx}{2c} = \frac{fbd - 2hxd + 2cp}{2c}\right)$. D'où l'on tire $(2abx + 2bdx = fbd + 2cp - abf)$, & $\left(x = \frac{fbd + 2cp - abf}{2ab + 2hd}\right)$.

Enfin égalant le premier $x$ avec le ſecond, on aura l'égalité $\left(\frac{\pi fb - hf\varphi}{b\varphi + h\pi} = \frac{fbd + 2cp - abf}{ab + hd}\right)$, & $(2cpb\Phi + 2cph\pi = \overline{ab^2\pi + ab^2\pi - ch^2\Phi - db^2\Phi} \times f)$, & enfin $\left(f = \frac{2cp \times \overline{b\varphi + h\pi}}{\overline{a\pi c^2 - ch^2 - db^2} \times \varphi}\right.$ & $\left.(f = \frac{2p \times \overline{b\varphi + h\pi}}{\overline{a\pi - c\varphi} \times c})\right)$ en ſuppoſant $AC = ÆR$, ce qui eſt libre.

On auroit donc auſſi $\left(p = \frac{fc}{2} \times \frac{\overline{a\pi - c\varphi}}{b\varphi + h\pi}\right)$, ce qui ſe réduit à $\left(f = \frac{2ph}{ac}\right)$ & $\left(\frac{fac}{2h} = p\right)$ lorſque $(\Phi = o)$.

4°. Si au lieu d'un point fixe $P$, on ſuppoſoit que le corps à fendre fut ſitué ſur le plan horizontal $Qq$ (4. *Fig.*) ſans pouvoir gliſſer, enſorte que ſes deux moitiez duſſent s'écarter l'une de l'autre en tournant ſur leurs extrémitez $Q, q$, comme points fixes; ayant prolongé les directions $HD$, $hd$, des faces du coin, on meneroit deſſus les perpendiculaires $Q Æ$, $q æ$, & ayant multiplié la réſiſtance en $X$ par la diſtance perpendiculaire $Q\Upsilon$, $q y$, de points $Q, q$, à ſa direction $\Upsilon X y$, on meneroit encore les perpendiculaires $QV$, $qu$, aux faces du coin pro-

prolongées, & ayant nommé $QÆ$, $a$ ; $QV$, $d$, & le produit de la réſiſtance $X$ par $QT$, $p$, & le reſte demeurant comme ci-deſſus, on auroit encore $f$ & $p$ des mêmes valeurs, comme il eſt évident.

# SUITE DU SECOND MEMOIRE,

## *Qui comprend ce qui ſe fait ordinairement avec la vis ancienne ou à écrou, & la vis-ſans-fin.*

### *De la Force de la vis ancienne, y compris les frotemens contre ſon écrou, & contre ſa baſe.*

5°. Soit encore un plan incliné (5. & 6. *Fig.*) dont $AB$ ſoit la hauteur, & $CB$ la baſe, & $DCA$ un autre plan incliné tout ſemblable & égal au précédent, dont $AD$ ſoit la baſe, & $CD$ la hauteur, qui ſoit poſé ſur le premier en ſens renverſé, enſorte que leurs hypothenuſes $AC$ ſe couvrent. Si l'on met ſur le plan $ADC$ un poids $E$, on pourra le concevoir diſtribué à tous les points du plan $AC$ ; & ſi l'on ſuppoſe qu'une puiſſance $F$ pouſſe le plan incliné $ACB$ ſelon la droite $FG$ parallele à la baſe $CB$, tandis qu'une autre puiſſance $G$ égale à la premiere retient le plan incliné $ACB$ ſelon la même $GF$; alors $ACB$ ſera ſeulement regardé comme un plan incliné, & $ADC$ comme un poids. Mais ſi l'on conçoit $G$ pouſſante, & $F$ ſeulement réſiſtante, $ACB$ ſera alors regardé comme un coin. Et de même s'il s'agit de preſſer des corps $E$ ou $I$, qui ſoient de

côté

côté ou d'autre des baſes des plans inclinez $AD$, $CB$, alors ces plans ſont ſimplement regardez comme des coins; les plans inclinez ne ſe diſant qu'à l'égard des poids à élever, & non pas à l'égard de toutes ſortes de preſſions.

Si l'on tourne maintenant le rectangle $ADCB$ (*5. Fig.*) ſur un cylindre droit, enſorte que ſes côtez $CB$, $AD$, ſoient paralleles aux circuits de ſes baſes, la droite $AC$ ſera changée dans une veritable hélice ou vis, de ſorte que ſi $CB$ eſt égale en longueur au circuit d'une des baſes dévelopée, $AC$ formera la longueur d'un des pas de l'hélice, & $AB$ ſa hauteur; ou ſi $AB$ eſt égale à toute la hauteur du cylindre, telle qu'elle ſoit, $AC$ ſera égale à la longueur de l'hélice entiere, & $CB$ au circuit de la baſe pris autant de fois qu'il y a de pas dans la vis.

Suppoſant donc que la puiſſance $F$ ou $G$ agiſſe toûjours ſelon une tangente à la ſurface du cylindre laquelle ſoit parallele à ſa baſe, la force ſera la même ou pour faire monter le plan incliné $ADC$ ſur $ACB$, ou pour introduire le coin $ACB$ ſous le plan incliné $ADC$, que ſi ces deux plans étoient encore ſur un même plan. De ſorte que ſi la preſſion $E$ ou $I$ qu'il faut produire ſelon $EI$, c'eſt-à-dire ſelon l'axe de la vis, eſt donnée $= p$, & qu'on veuille trouver la force $f$ neceſſaire pour pouſſer le plan incliné $ADC$, ou le coin $ACB$, c'eſt-à-dire pour faire tourner ou la vis ou l'écrou, on aura ſelon le ſeptiéme cas de l'article 3. du premier Memoire ($f = \frac{\varphi b + \pi h}{\pi b - \varphi h} \times p$). Ou ſi $f$ eſt donnée, & qu'on veuille connoître l'effort $p$, qu'elle eſt capable de produire ſelon la longueur du

du cylindre de la vis, on aura $(p = f \times \frac{\pi b - \Phi h}{\Phi b + \pi h})$. Ou $h$ ſignifie ou la hauteur d'un des pas, & $b$ le centre de la baſe; ou $h$ la hauteur entiere de la vis, & $b$ le cercle de la baſe multiplié par le nombre des pas; ou enfin $h$ la tangente de l'élevation de la vis ſur le cercle de ſa baſe, & $b$ le ſinus total; $\pi$ & $\Phi$ marquant toûjours le rapport du poids de l'écrou à ſon frotement ſur le plan incliné de la vis ſuppoſé horizontal. On aura $(\frac{hp}{b} = f)$ & $\frac{bf}{h} = p)$ lorſque $\Phi = o$.

Où il faut remarquer que nous n'avons point égard au frotement cauſé par les réſiſtances $E$ ou $I$ contre un des colets de l'écrou ou de la vis, ſelon que l'un des deux eſt mobile.

Et pour avoir égard à ce frotement, on conſiderera que le frotement du colet $CB$ de la vis (par exemple) contre la ſole $GH$ ne ſe fait pas également dans tous ſes points, comme ſi l'on tiroit ce colet en ligne droite ſur $GH$; mais chaque point de ce colet réſiſte plus ou moins, ſelon qu'il eſt plus ou moins éloigné de l'axe de la vis, & cela à l'égard de la force motrice qu'on ſuppoſe toûjours appliquée au centre de gravité de la face de la vis ou de l'écrou. On pourroit penſer auſſi que les points de ce colet devroient réſiſter encore à proportion de leurs vîteſſes particulieres autour de l'axe. Mais on verra par les experiences ſuivantes, que dans le commencement du frotement, ces vîteſſes n'ont nul effet. Il reſte donc que le centre du frotement du colet ſoit le même que ſon centre de gravité $g$, en ſuppoſant ce colet dévelopé ſur ſa tangente $ce$ en $bcde$ (*Fig.* 7. & 8.)

Ap-

Appellant donc $d$ la distance du milieu de la face d'un des pas de la vis à son axe $AB$; $e$ la distance $ag$ du même axe au centre de frotement, & $\left(\frac{F}{p}\right)$ le rapport du frotement de ce colet sur $GH$ à sa pesanteur, on aura pour son frotement comparé à la force motrice supposée au centre des pas $\left(\frac{peF}{dP}\right)$, ce qui donnera enfin $\left(f = \frac{\overline{\varphi b + \pi h}}{\overline{\pi b - \varphi b}} + \frac{Fe}{Pd} \times p\right)$ & $\left(p = \frac{dfP \times \overline{\pi b - \varphi h}}{dP \times \overline{\varphi b + \pi h} + Fe \times \overline{\pi b - \varphi b}}\right.$, & $\left.(f = \frac{hp}{b})\right.$ ou $\left(p = \frac{pf}{h}\right)$ lorsque $\Phi$ & $F$ sont $= o$, comme ci-dessus.

*De la force de la vis-sans-fin, y compris les frotemens contre la dent de la roue, contre son colet, & contre celui de la vis.*

6°. Supposant encore que $D$ (*Fig.* 9. & 10.) soit une dent de la roue d'une vis-sans-fin, qui est obligée de se mouvoir selon la droite $DG$ tangente au cercle de cette roue, par la pression que lui fait la partie $AC$ de la vis. Soit $CB$ (*Fig.* 9.) une portion du circuit de la vis-sans-fin qui répond à $AC$, & $AB$ une parallele à son axe; ensorte que $ACB$ est un triangle rectangle dont $AC$ est l'hypothenuse, & $CB$ la base. Si l'on conçoit la force motrice appliquée au circuit de la vis-sans-fin, la vis deviendra un coin $ABC$ rectangle en $B$, poussé par une puissance selon sa base $BC$, ou selon

sa

ſa parallele $0E$, entre la dent $D$ qui tient lieu de poids, & le colet de ſon arbre, dont la réſiſtance contre ſon paillier eſt marquée par le corps ſolide $QP$, le long duquel on ſuppoſe le coin $ABC$ gliſſer. De même la dent $D$ ne ſauroit qu'avancer ſelon $DG$, étant retenue par la preſſion du colet de ſa roue contre ſon paillier, que je repréſente par le corps ſolide $EF$ contre lequel elle eſt obligée de gliſſer. De ſorte que la puiſſance $N$ a non-ſeulement le poids $D$ à faire avancer ſelon $DG$, mais encore les frotemens en $AC$, en $BC$, & en $EF$ à vaincre. C'eſt-pourquoi on ne ſe trompe pas lorſqu'on croit communément que cette machine eſt une de celles où les frotemens ſont les plus grands.

Nommant donc toûjours le ſinus total $BC$, $b$; la tangente $AB$ de l'angle $ACB$ de la vis & de ſa baſe $b$; l'effort avec lequel la dent eſt portée contre le coin $ACB$ ſelon $GD$ par le poids à vaincre $p$; $\frac{\pi}{\varphi}$ le rapport du poids de cette dent à ſon frotement ſur $AC$ ſuppoſé horizontal, & la force $Nf$ le rapport du poids du plan $ACB$ à ſon frotement contre $QB = \frac{P}{F}$, & enfin $\frac{P}{F}$ le rapport du poids de la dent à ſon frotement contre $EF$; $c$ le rayon de ce frotement pris comme $ag$ dans l'article précédent, & $g$ celui de la roue $DHI$; $x$ le frotement en $CB$ multiplié par $e$, & diviſé par $d$, comme dans la vis précédente.

Pour avoir en $D$ le frotement contre $EF$, il eſt évident qu'il faudra prendre tout l'effort contre $EF = f - x$, & le multiplier par le rap-

rapport $\left(\frac{Fc}{Pg}\right)$; & comme ce frotement eſt conçû réſiſter ſelon $GD$, ou dans le même ſens que la dent $D$, il faudra l'ajoûter à l'effort de cette dent, ſavoir à $p$, afin d'avoir toute la preſſion contre $QP = f - x \times \frac{cF}{gP} + p = \left(\frac{fFc - xcF + pgP}{Pg}\right)$. Multipliant donc cette preſſion contre $QP$ par le rapport $\left(\frac{Fe}{Pd}\right)$, on aura le frotement contre $CB$ ou à la circonference de la vis $= \left(x = \frac{fFc - xcF + pgP}{PgPd} \times Fe\right)$. D'où l'on tirera l'égalité $(PP \times dg = \overline{Ffc - Fxc + Ppg} \times Fe)$, qui donne $\left(x = \frac{Ffc + Ppg}{PPdg + Fxce} \times Fe.\right)$

Or l'effort $N$ ayant à vaincre le frotement en $CB = x$, & le poids $D$ plus ſon frotement ſur $AC$, avec ſon frotement en $EF$; ſi on retranche de l'effort $f$ le frotement $x$, & qu'on regarde le poids $D$, & ſon frotement en $EF$; comme un ſeul poids agiſſant ſelon $GD$, l'effort $f - x$ devra être le même que le premier effort $f$ de l'article précédent ſavoir $\left(\frac{\phi b + \pi b}{\pi b - \phi b} \times p\right)$, en ſubſtituant au lieu de $p$ la valeur $\left(f - \frac{xcF}{Pg} + p\right)$, c'eſt-à-dire le poids $D$ plus ſon frotement ſur $EF$, ce qui donnera l'égalité $\left(f - x = \frac{\phi b + \pi b}{\pi b - \phi b} \times \frac{Fcf - Fcx + Ppg}{Pg}\right)$. D'où l'on tire $(Pgf \times \overline{\pi b - \phi b} = \overline{\phi b + \pi b} \times Fcf$

$\overline{Fcf+Ppg}+\overline{\pi b-\Phi h}\times\overline{Pg-\Phi b-\pi h}\times Fc\times\left(\frac{Ffc+Ppg\times Fc}{PPdg+FFce}\right)$, en ſubſtituant la valeur de $x$ ci-deſſus.

Or on tire delà cette autre égalité ($Pgf\times\overline{\pi b-\Phi h}\times\overline{PPdg+FFce}-\overline{\Phi b-\pi h}\times\overline{PPdg+FFce}\times Fcf-\overline{\pi b+\Phi h}\times PFFfceg+\overline{\Phi b+\pi h}\times F^2Fc^2fe=\overline{\Phi b+\pi h}\times\overline{PPdg+FFce}\times Ppg+\overline{\pi b-\Phi h}\times Pg-\overline{\Phi b-\pi h}\times Fc\times PFpeg$). D'où l'on tire en réduiſant ($P^2Pg^2df\times\overline{\pi b-\Phi h}-PPFcdgf\times\overline{\Phi b+\pi h}=\overline{\Phi b+\pi h}\times P^2Ppg^2d+\overline{\pi b-\Phi h}\times P^2Fpg^2e$), qui donne enfin en diviſant ($f=\frac{\overline{\Phi b+\pi h}\times Pd+\overline{\pi b-\Phi h}\times Fe}{Pg\times\overline{\pi b-\Phi h}-Fc\times\overline{\Phi b+\pi h}}\times\frac{Ppg}{Pd}$) qui ſe réduit à $\left(\frac{\Phi b+\pi h}{\pi b-\Phi h}+\frac{Fe}{Pd}\times p\right)$ quand $F=o$ comme dans l'article précédent.

On aura auſſi ($p=\frac{Pfd}{Pg}\times\frac{\overline{Pg\times\overline{\pi b-\Phi h}-Fe\times\overline{\Phi b+\pi h}}}{Pd\times\overline{\Phi b+\pi h}+Fe\times\overline{\pi b-\Phi h}}$), lorſque $f$ ſera donnée.

## SUITE DU SECOND MEMOIRE.

*Experiences pour les frotemens des corps, dont les parties ſe meuvent avec differentes viteſſes, lûes le 7. Juillet 1704.*

7°. J'ai pris 2 planches $ABCD$, $FGHI$, (*Fig.* 11.) de 4 pouces en quarré, & tirées d'une même

même piece, que j'ai fait raboter tout du long avant de la couper.

1°. Chacune de ces pieces étant chargée d'un poids de 6 livres $NL$, & tirée avec un reſſort $MP$ ſur un tapis fort uni, réſiſtoit de 11 quarterons, la table qui portoit le tapis étant fort horizontale; & lorſqu'on mettoit les deux ais l'un ſur l'autre, comme en $X$, & les 2 poids par deſſus, il falloit 22 quarterons de force pour commencer à les mouvoir ſur le même tapis en tirant de même.

2°. Lorſqu'on mettoit les 2 ais à côté l'un de l'autre, enſorte qu'ils ſe touchoient, avec un des poids $N$ deſſus, comme en $Y$, il falloit 13 quarterons pour les mouvoir ſur un plan incliné en tirant parallelement à ce plan, & en les mettant l'un ſur l'autre, & le même poids $N$ par deſſus, comme en $Z$, il ne falloit préciſément que le même poids de 13 quarterons. Ce qui prouve que la grandeur de la ſurface qui frote ne change pas le frotement, mais ſeulement le poids dont elle eſt chargée.

3°. J'ai appliqué les 2 mêmes ais contre un levier $AB$, $FG$, ſoûtenu contre le point fixe $E$, & ayant poſé ſur chacun les mêmes poids $N$ & $L$ de 6 livres, j'ai tourné une fiſſelle $OM$ autour d'un des ais, que j'ai tirée avec le même reſſort $MP$ toûjours parallelement à la table qui étoit alors horizontale & couverte du même tapis. De plus les milieux $O$ & $Q$ de $AB$, & $FG$ étoient d'abord également éloignez de l'apui $E$; & j'ai trouvé que pour commencer à mouvoir ces 2 poids, il falloit encore préciſément 22 quarterons, comme quand les ais

étoient l'un sur l'autre, ou l'un à côté de l'autre, & les 2 poids par dessus.

4°. Ayant ensuite divisé la distance $QO$ du levier en 3 parties égales, j'en ai donné 2 à $QE$, & une à $EO$, afin que les vîtesses de ces 2 ais fussent entr'elles comme 2 à 1, & j'ai trouvé qu'il falloit 34 quarterons pour commencer à les mouvoir, au lieu de 33 qu'il auroit fallu trouver, en prenant 11 pour $N$, & 22 pour $L$, selon la proportion de leurs distances à $E$; ce qui étoit presque insensible avec le ressort dont je me servois.

Et ayant ensuite donné 2 parties à $EO$, & une seulement à $EQ$, il a fallu 16 quarterons pour commencer à les mouvoir, au lieu de 16 $\frac{1}{2}$, en prenant toûjours 11 pour $N$, & 5 $\frac{1}{2}$ pour $L$, selon le rapport des distances au point fixe $E$.

5°. J'ai ensuite divisé $OQ$ en 4 parties égales, & en ayant donné 3 à $QE$, & 1 à $EO$, il a fallu 46 quarterons pour les mouvoir, au lieu de 44, en prenant toûjours 11 pour $N$, & 33 pour $L$, selon la proportion des parties $QE$, $EO$.

Et ayant donné une seule partie à $QE$, & 3 à $EO$, j'ai trouvé qu'il falloit 14 quarterons $\frac{1}{2}$, au lieu de 14 $\frac{2}{3}$, prenant toûjours 11 pour $N$, & 3 $\frac{2}{3}$ pour $L$, selon la proportion de 3 à 1, ou de $EO$ à $EQ$.

6°. Enfin j'ai divisé $QO$ en 5 parties, & en ayant donné 3 à $QE$, & les 2 autres à $EO$, il a fallu 27 quarterons pour commencer à faire le mouvement, au lieu de 2 $\frac{1}{2}$, donnant 12 quarterons à $N$, & 16 $\frac{1}{2}$ à $L$, selon le rapport $\frac{2}{3}$.

Et ayant donné au contraire 2 parties à $QE$, & 3 à $EO$, il a fallu 18 quarterons pour commen-

mencer à les mouvoir, au lieu de $18\frac{1}{7}$, en donnant 11 à $N$, & $7\frac{1}{3}$ à $L$, ſelon le rapport de $EO$ à $EQ$, ou de 3 à 2.

Or toutes ces experiences font voir que les differentes vîteſſes inſenſibles n'alterent point le rapport des diſtances.

# OBSERVATIONS DE LA DERNIERE ECLIPSE DE LUNE.

Par M. CASSINI.*

* LA derniere Eclipſe de Lune qui eſt arrivée le 17 de Juin de cette année 1704, n'a pas été obſervée à *Paris*, parceque l'horizon étoit couvert de nuages à l'endroit où la Lune ſe leva, lorſqu'elle étoit prête de ſortir entierement de l'ombre.

Nous en avons deux obſervations, une qui a été faite à *Modene* par le Pere *Fontana* Théatin très-verſé dans les obſervations Aſtronomiques. Les nuages ne lui permirent pas de l'obſerver auſſi-tôt que la Lune fut levée. Il la vit entre les nuages à 8 heures 3 minutes pendant un très-petit eſpace de temps lorſqu'elle recouvroit ſa lumiere, & qu'il y reſtoit environ 9 doits d'Eclipſe. Il la vit vers la fin de l'Eclipſe, lorſqu'il étoit difficile de diſtinguer



* 5. Juillet, 1704.

l'ombre de la penombre ; & autant que cette difficulté le lui permit, il jugea que la fin arriva à $8^h\ 53'$. Il lui reſta encore quelque ſcrupule ſur l'horloge dont il ſe ſervoit, qu'il ne verifia point après l'obſervation.

L'autre obſervation de cette Eclipſe a été faite par Meſſieurs de *Plantade*, *Bon*, & de *Clapiés* à *Montpellier*.

Elle s'accorde avec celle de *Modene* dans la grande difficulté qu'il y avoit à diſtinguer l'ombre de la penombre ; ce qui empêcha de déterminer la grandeur des phaſes.

Autant qu'il fut permis par les nuages qui interrompoient l'obſervation, on la vit pendant 29 minutes & demie ; au lieu qu'à *Modene* on la vit pendant 50 minutes.

La fin à *Montpellier* fut marquée à $8^h\ 15'\ 6''$. La fin de la penombre à $8^h\ 18'\ 40''$.

Il ſeroit inutile de comparer enſemble ces temps des Obſervateurs, puiſque le Pere *Fontana* ne donne pas la ſienne pour aſſûrée, tant par la difficulté de diſtinguer le terme de l'ombre, que pour n'avoir pas rectifié l'horloge par la hauteur d'une étoile fixe.

On peut plus compter ſur celle de *Montpellier*, où l'horloge avoit été reglée par les obſervations correſpondantes du Soleil, & rectifiée deux fois après l'Eclipſe par les hauteurs de la Lire, qui donnoit l'heure dans la même ſeconde que la pendule.

Cette derniere Eclipſe de Lune eſt arrivée ſix mois & demi après la derniere Eclipſe du Soleil, dont nous obſervâmes le commencement à l'Obſervatoire Royal le 8 Decembre 1703 à 4 heures préciſes du ſoir. Les autres circonſtances de cette obſervation ont été rapporr-

portées distinctement dans le Livre de la *Connoissance des Temps* de l'année 1704.

# EXTRAIT D'UNE LETTRE DE M. MANFREDI,

*Sur une Eclipse de Venus par la Lune observée à* Bologne *le* 30 *Juin* 1704. *& rapportée par M.* Maraldi.

* HIER le 30 Juin après midi je finis une observation assez singuliere de l'occultation de Venus par la Lune en plein jour, & dans une distance du Soleil d'environ 17 degrez. La Lune la toucha selon mon observation avec une Lunette de 10 pieds ½ à 4 heures 30′ 15″, & elle la couvrit toute entiere à 4 heures 30′ 33″. Mais suivant l'observation de M. *Stancari*, le centre de Venus fut caché par la Lune 4h 30′ 18″, & toute Venus fut couverte à 4h 30′ 33″ avec une Lunette de 8 pieds. Comme l'on ne voyoit point la Lune même par des Lunettes qu'avec une grande peine, & par rapport à Venus qu'on savoit lui être fort voisine ; aussi-tôt que Venus fut cachée l'on ne vit plus la Lune, aussi il ne fut pas possible d'en observer l'Emersion.



* 19. Juillet 1704.

# OBSERVATION

*De l'Eclipſe de Lune faite à* Bologne *le* 17 *Juin* 1704, *par Meſſieurs* Manfredi *&* Stancari, *& rapportée par M.* Maraldi.

* LEs obſervations des Taches ont été faites avec une excellente Lunette de 10 pieds. Le temps eſt marqué à l'heure vraie après midi.

8 40. 47 La Lune commence à ſortir des nuages, & Proclus eſt ſorti de l'ombre.
8 41 2 Mare Criſium commence à ſortir de l'ombre.
8 42 0 L'ombre à la moitié de Mare Criſium.
8 42 22 Hermes ſe découvre.
8 43 0 Meſſale ſe découvre.
8 43 42 Cleomedes ſe découvre.
8 44 31 Mare Criſium ſe découvre entierement.
8 47 15 La fin de l'Eclipſe.

*Obſervations des doits avec une Lunette de* 12 *pieds, qui avoit un Micrometre à ſon foyer.*

8h 2′ 20″ La Lune eſt éclipſée de 8 doits 35′, & la Lune ſe cache auſſi-tôt.
8 39 57 La partie éclipſée de la Lune eſt de . . . . . 1 doit 45′
8h

* 19. Juillet 1704.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8h | 41′ | 17′ . . . . . elle eſt de 1 | doit 17′ |
| 8 | 42 | 17 . . . . . | 1 9′ |
| 8 | 43 | 42 . . . . . | 0 50 |
| 8 | 47 | ¼ Fin de l'Eclipſe. | |
| 9h | 0 | Le diametre de la Lune paſſa par un cercle horaire en 2′ 33″. | |

*Occultation de l'Etoile β dans le Scorpion faite par la Lune le 15 Juin 1704, & obſervée par Mr.* Stancari.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9 | 19 | 0 | Temps vrai après midi, le diametre de la Lune étoit de 32′ 53″. |
| 9 | 49 | 42 | L'étoile eſt cachée par la Lune. |
| 10 | 59 | 2 | L'étoile ſort du bord de la Lune en ligne droite avec Proſtarchus & la partie ſuperieure de Langrenus. |

# RÉPONSE
# DE M. DE LAGNY
# AUX REMARQUES
# *DE M. CHAZELLES*

## *Sur ſon Memoire Hydrographique.*

LEs Remarques de M. *Chazelles* ayant été imprimées dans les Memoires de l'Academie

* 1. Août, 1704.

mie de 1702, & mon Memoire ne l'ayant été qu'avec ceux de 1703 en mon abſence & ſans ma participation, je n'ai pû y répondre plûtôt.

Voici par où il commence.

1°. *La ſuppoſition de la rondeur de la terre dans la conſtruction des Cartes & dans l'uſage de la Navigation, que M. de* Lagny *veut abandonner, fondé ſur les obſervations de ſa meſure faite par* Snellius, *par* Riccioli, *& par M.* Picart, *me paroît ſuffiſamment prouvée par l'apparence de ſon ombre dans les éclipſes de Lune, & par la figure ſpherique de toutes les Planetes.* Ce ſont les propres termes de M. *Chazelles.*

Je réponds premierement que dans la conſtruction des Cartes réduites & dans l'uſage de la Navigation, j'ai ſuppoſé la rondeur de la terre. Cela eſt évident par le Theorême geometrique ſur la conſtruction de ces Cartes rapporté dans les Memoires de 1703 pages 122, 123 & 124. Car j'y ſuppoſe pour meridien un cercle & non-pas une ellipſe. Ce Theorême eſt la ſeule choſe eſſentielle de mon Memoire, & c'eſt la ſeule dont il n'a point parlé. Comment M. *Chazelles* peut-il donc ſuppoſer que j'abandonne l'hypotheſe de la rondeur de la terre ? J'ai ſeulement touché en paſſant les raiſons qui paroiſſent prouver ſa ſpheroïdité.

Je réponds en ſecond lieu que l'*apparence de ſon ombre dans les éclipſes de Lune* prouve plutôt pour que contre la figure elliptique. *Hevelius* dans ſa *Selenographie* a remarqué qu'un diametre de l'ombre étoit beaucoup plus petit qu'il n'auroit dû l'être ſuivant l'hypotheſe ordinaire. Et dans les Journaux de *Leipſic* de 1686 pag. 52, & de 1687 pag. 157,

on

on rapporte des obſervations ſur cette ombre qui prouvent au contraire la ſpheroïdité de la terre.

Enfin *la figure ſpherique de toutes les Planetes* n'eſt qu'un ſimple préjugé pour la ſphericité de la terre, & cela ſeulement dans l'hypotheſe de *Copernic*, où la terre eſt elle-même une Planete. C'eſt une Analogie, une pure vraiſemblance qui ne peut rien prouver contre des obſervations exactes qui établiroient le contraire. D'ailleurs nous ne ſommes aſſurez qu'à peu près de la ſphericité des Planetes: elles ſont ſi éloignées & nous paroiſſent ſi petites, qu'elles pourroient être elliptiques & nous paroître ſpheriques, parceque les deux angles ſous leſquels nous verrions leur grand & leur petit axe ne differeroient pas ſenſiblement.

2°. M. *Chazelles* prétend qu'on peut aiſément accorder *Snellius* & le P. *Riccioli*, quoique la difference de leurs obſervations aille à neuf milles Italiques par degré. *Il n'y a*, dit-il, *pour cela qu'à faire quelques petites corrections tant dans leurs meſures actuelles que dans les operations Trigonometriques & Aſtronomiques, telles que l'inégalité du terrain, & la petiteſſe ou le défaut des inſtrumens peuvent laiſſer ſuppoſer. Le P.* Riccioli *a pris la peine de le faire par le moyen de quelques ſuppoſitions & corrections qu'on n'a pas de peine à lui accorder.*

Il faut être bien prévenu pour raiſonner de cette maniere. *Il n'y a qu'à faire quelques ſuppoſitions, &c.* M. *Chazelles* peut voir la refutation de cette prétendue conciliation dans la Diſſertation de M. *Eiſenſchmid, de figura telluris elliptico-ſpheroidica* pag. 27 & 28.

3°. Après avoir tâché de concilier ces deux Auteurs, M. *Chazelles* veut auſſi concilier *Riccioli* & M. *Picart*. Il rejette la difference qui ſe trouve entre leurs obſervations ſur *l'erreur que peut avoir cauſé la refraction dans la hauteur apparente des deux termes*, & ſur la *fineſſe des diviſions des inſtrumens de M. Picart*. Il ſeroit, je crois, aſſez difficile à M. *Chazelles* de prouver que les inſtrumens de *Riccioli* n'étoient pas diviſez avec autant de *fineſſe* que ceux de M. *Picart*. M. *Chazelles* auroit pû dire avec plus de raiſon que les inſtrumens de M. *Picart* avoient un avantage conſiderable ſur ceux de *Riccioli*, parceque M. *Picart* avoit ajoûté des Lunettes à ſes inſtrumens. A l'égard de la refraction, c'eſt une ſuppoſition purement arbitraire. Mais à quoi aboutiſſent toutes ces conjectures ſur les erreurs de *Snellius* & de *Riccioli*, puiſqu'il n'en veut conclure que l'égalité des degrez de latitude, & que ſuivant les dernieres obſervations de M. *Caſſini* que M. *Chazelles* approuve, ſi M. *Picart* lui-même avoit fait des obſervations à *Boulogne* & en *Hollande*, il auroit dû trouver des grandeurs ſenſiblement differentes? M. *Chazelles* veut-il que ces degrez ſoient égaux & inégaux tout enſemble?

4°. Il s'attache enſuite à faire l'éloge des obſervations de M *Picart*, & en cela je ſuis tout-à-fait de ſon ſentiment. Mais quand il ajoûte: *Tout cela fait ſentir que la grandeur trouvée d'un degré de la terre eſt à cent toiſes près la veritable*, il me permettra de lui demander ce qu'il entend par ces mots *tout cela fait ſentir*. Ce n'eſt point par ſentiment qu'on juge de ces ſortes de choſes, comme on juge d'une piece d'é-

lo-

quence ou de poëſie. Il faudroit par un calcul exact fixer des limites d'erreur fondées ſur l'experience des plus habiles obſervateurs : Par exemple, de tant de ſecondes ſur chaque angle obſervé, tant de pieds ſur tant de toiſes meſurées actuellement, & prendre enſuite toutes ces erreurs par excès & par défaut, on auroit de cette maniere des limites juſtes de la certitude des obſervations. Mais encore une fois la grandeur trouvée d'un degré de latitude terreſtre par M. *Picart*, ne peut être veritable qu'entre les paralleles où il a obſervé.

5°. M. *Chazelles* ſe repentant en quelque maniere de l'approbation qu'il avoit donnée aux obſervations de M. *Caſſini*, ajoûte qu'*on peut attendre avant que de prendre ſon parti, que les obſervations pour le meridien ayent été achevées du côté du Nord, comme elles le ſont du côté du Sud.* Si l'on avoit des obſervations faites en *Afrique* ou en *Amerique* proche de l'Equateur, on auroit raiſon de dire qu'*elles ſont achevées du côté du Sud.* C'eſt-là où la difference doit être plus ſenſible, en comparant ces obſervations avec celles qu'il faudroit faire proche du pole en *Suede* ou en *Laponie*, &c.

6°. *Les ſecantes augmentent autant les unes ſur les autres que les ſinus des complémens de latitude.* Si l'on prend ces termes à la rigueur, c'eſt un paralogiſme, & la propoſition eſt évidemment fauſſe. Il confond la raiſon & la proportion geometrique avec la raiſon & la proportion arithmetique. Les ſecantes augmentent beaucoup plus, & indéfiniment plus les unes ſur les autres que les ſinus de complémens. Il falloit dire, *les ſecantes croiſſent en même raiſon que les ſinus de complémens.*

7°. M. *Chazelles* ſe donne beaucoup de peine pour prouver qu'*il faut s'accommoder à la portée des Pilotes: que leurs calculs ne ſont pas capables de l'exactitude geometrique: qu'il eſt inutile de rechercher cette exactitude dans une partie du calcul, lorſque les autres parties ne peuvent pas l'avoir.* Je ſoûtiens au contraire, & c'eſt une maxime de la derniere évidence, que lorſqu'on ne peut pas être exact en tout, il faut l'être du moins dans la *partie qui eſt ſuſceptible de cette exactitude.* C'eſt même un motif pour redoubler nôtre attention & nôtre exactitude.

Je conviens avec M. *Chazelles* de l'incertitude de l'eſtime, de celle du rhumb de vent, de la dérive, &c. Mais que conclut tout cela contre la plus grande exactitude des Cartes réduites? Je veux bien ſuppoſer avec lui que la conſtruction que je propoſe paſſe la portée ordinaire des Pilotes: mais l'uſage n'en ſera en rien plus difficile pour eux, & c'eſt uniquement dequoi il s'agit. Mon Theorême en eſt-il moins vrai, ou moins digne de l'attention des Géometres? C'eſt plus en Géometre qu'en Hydrographe que je l'ai propoſé. Je dis plus, l'erreur des Cartes réduites peut devenir très-ſenſible proche des poles, parceque la raiſon des deux ſommes du nombre infini de ſecantes compriſes entre chaque deux arcs prochains y differe très-ſenſiblement de la raiſon ſimple des deux ſecantes de ces mêmes arcs, & l'erreur pourra être du ſimple au double, au triple & au centuple, & à l'infini.

8°. *L'Arbaleſtrille eſt le meilleur inſtrument qu'on employe à la mer.* Je ne voïs pas pourquoi M. *Chazelles*, contre le ſentiment des plus habiles Hydrographes, préfere l'Arbaleſtrille au Quartier *Anglois.*

9°. *Les*

9°. *Les meilleurs Pilotes abandonnent les Tables des Sinus, les Tables Loxodromiques, &c.* Il devoit dire: *Le commun des Pilotes*, ce n'eſt pas habileté, c'eſt *ignorance* ou *pareſſe*.

10°. *L'on ſeroit trop heureux ſi toute l'erreur ſe trouvoit dans la ſuppoſition qu'on fait en ſe ſervant du Quartier de réduction, que le chemin du Vaiſſeau eſt l'hypothenuſe d'un triangle rectangle, &c.* Les erreurs du Quartier de réduction ſont ſi conſiderables, que dans quelques exemples rapportez par certains Auteurs qui ſont entre les mains de tous les Pilotes, elles vont à dix & douze degrez de difference en longitude. Après cela peut-on dire qu'*on ſeroit trop heureux, &c.*

11°. Ma Remarque ſur les ſondes de haute comme de baſſe mer ne paroît praticable à M. *Chazelles* que dans les Cartes particulieres & Topographiques, & dans les Cartes générales on doit, dit-il, ſe contenter de celles de baſſe mer. C'eſt déja quelque choſe que ma Remarque puiſſe être utile pour les Cartes particulieres. Mais peut-on nier que même dans les Cartes généraſes où l'on marque un ſi grand nombre de ſondes de baſſe mer, il ne fût très-facile & très-utile d'y marquer une ſeule fois en chiffre romain dans chaque Port & à l'embouchure des rivieres la ſonde de haute mer? Où eſt l'embarras, & l'utilité n'eſt-elle pas évidente?

12°. *On peut marquer les courans par des traits.* M. *Chazelles* remarque que cela ne ſe peut à l'égard des courans qui ne ſont pas reglez. Hé qui en doute! La comparaiſon que je fais des vents aliſez qui ſont marquez de même dans des Cartes *Angloiſes*, ne fait-elle pas voir que je n'ai entendu parler que des courans reglez?

On

On ne ſauroit marquer ſur une Carte le cours des vents irréguliers; on ne peut pas non-plus y marquer ceux des courans qui varient: mais on le pourroit & on le devroit faire à l'égard des courans reglez & ſenſibles. M. *Chazelles* ne niera pas qu'il n'y en ait, les uns en tout temps, les autres par rapport à l'heure, à l'âge de la Lune; & on pourroit les marquer tous, les premiers abſolument ſuivant leur direction, les autres avec des marques reſpectives au temps où ils arrivent. Ce que M. *Chazelles* rapporte de l'irrégularité des courans ſur la côte de *Poitou*, ne prouve donc abſolument rien contre moi.

Je conclus que mon Theorême ſur la conſtruction des Cartes réduites, & toutes mes Remarques ſur les Cartes marines en général ſubſiſtent en leur entier.

Il faut remarquer par rapport à ce Theorême que dans la page 123. des Memoires de 1703. il faut entendre par le mot d'hyperbole équilatere, une hyperbole formée par la ſomme des ſecantes du quart de cercle, de même que l'hyperbole ordinaire eſt formée par les ſecantes du triangle rectangle. C'eſt la Courbe *AQRS* &c. qui eſt l'hyperbole dont j'entends parler, & la Courbe *AKLM* &c. eſt l'hyperbole ordinaire.

TROI-

# TROISIEME MEMOIRE.

## *Des Poulies & de leurs Tourillons.*

Par M. PARENT.

1°. *SOIT une poulie *AMT* (*Fig.* 1.) ſoûtenue ſur la corde *FATR*, *GIL* un trou autour du centre de la poulie qui ſert de paillier, *GEH* le tourillon fixe avec la chape *CN* dont *G* ſoit le centre, *P* le poids ſuſpendu à la chape par la corde *PN*, *G* le point d'attouchement du tourillon & du paillier lorſque la puiſſance motrice *F* tirant la corde *AF* a mis le tourillon *GEH* en état de commencer à gliſſer, de ſorte que *G* ſoit le plan d'équilibre du tourillon; il eſt évident que la verticale *PN* étant continuée paſſera par *G*, puiſque *G* eſt le point de ſuſpenſion de *P*. On ne doit pas douter non-plus qu'ayant prolongé les directions *FA*, *RT*, elles ne ſe coupent ſur *NP* comme en *O*, puiſqu'autrement le poids *P* ne ſeroit pas ſoûtenu par les puiſſances *F* & *R*, & ne demeureroit pas en repos, comme on le ſuppoſe. L'équilibre étant donc ainſi établi entre *PF* & *R*, & entre *P* & le frotement du plan *G*; il eſt évident que ſi l'on prend ſur *ON* prolongée la partie *BG* pour marquer le poids *P*, que l'on mene le rayon *CG*, & ſur *CG* la perpendiculaire *BD*; *BD* ſera à *DG*, comme le fro-

* 1. Août 1704.

frotement du tourillon ſur le paillier $IGL$ eſt à ſa peſanteur.

De plus le poids $P$ étant ſoûtenu par les deux puiſſances $F$, $R$, il eſt évident que la verticale $GP$ eſt leur direction compoſée. Puis donc que dans l'état de l'équilibre tout eſt fixe, ſi l'on veut regarder le tourillon $GEH$ comme immobile & fixe, & la puiſſance $F$ comme vaincante la puiſſance $R$ autour du point fixe $G$, on tombera dans le cas où les deux puiſſances $F$ & $R$ appliquées à la circonference d'une même roue, font équilibre entr'elles autour d'un tourillon $GEH$ immobile, qu'on examinera dans le Memoire ſuivant.

Mais comme en tirant la corde $AF$ pour amener le tourillon $GEH$ ſur le plan d'équilibre $G$, les directions $FA$, $RT$, qui d'abord faiſoient des angles égaux en $O$ avec $NP$, changent continuellement pour en faire d'inégaux; cela pourroit apporter quelque difficulté à déterminer la force $F$, qui ne ſeroit pas récompenſée par le peu de fruit qu'on en retireroit. C'eſt-pourquoi nous ſuppoſerons maintenant les directions $AF$, $RT$, toutes deux verticales ou paralleles à $GP$ (*Fig.* 2.) qui eſt le cas le plus d'uſage, réſervant le cas général pour le Memoire ſuivant.

Menant donc la droite $AT$ qui ſera parallele à l'horizon, comme il eſt aiſé de le voir, & prolongeant la verticale $PG$ ſur $AT$ en $B$, menant $BD$ perpendiculaire à $CG$, on aura les triangles rectangles ſemblables $CGB$, $BGD$, à cauſe de l'angle commun. C'eſt-pourquoi ſuppoſant que $BD$ ſoit à $DG$, comme $f$ à $p$; appellant $AC$ ou $CT$, $a$; $CG$, $b$; $F$, $x$; & $P$, $m$; on aura l'Analogie $BG \mid BD = \sqrt{p^2+f^2} \mid f \mid$

$f \,||\, CG = b$ $\left(Cb = \frac{bf}{\sqrt{p^2+f^2}}\right)$, d'où l'on tirera $\left(BT = \frac{a\sqrt{p^2+f^2}+bf}{\sqrt{p^2+f}}\right)$. Mais on a par les principes de Statique l'Analogie : $AT = 2a \mid BT = \frac{a\sqrt{p^2+f^2}+bf}{\sqrt{p^2+f^2}} \,\|\, P = M \mid \left(\frac{am\sqrt{p^2+f^2}+mbf}{2a\sqrt{p^2+f^2}} = F\right)$, qui devient $\left(F = \frac{m}{2}\right)$ quand $(f = o)$ comme on le voit.

Si l'on veut avoir $R$, on aura par les mêmes principes de Statique l'Analogie : $AT = 2a \mid AB = \frac{a\sqrt{p^2+f^2}-fb}{\sqrt{p^2+f^2}} \,\|\, P = M \mid \left(R = \frac{am\sqrt{p^2+f^2}-mfb}{2a\sqrt{p^2+f^2}}\right)$, qui devient $\frac{m}{2}$ lorsque $f = o$.

Donc $F \mid R \,||\, a\sqrt{p^2+f^2}+fb \mid a\sqrt{p^2+f^2}-bf$.

On aura donc auſſi $\left(m = \frac{2aF\sqrt{p^2+f^2}}{a\sqrt{p^2+f^2}+bf}\right) = P$, lorſque $F$ ſera connue, & $m$ inconnue ; ou $\left(m = \frac{2a\sqrt{p^2+f^2}R}{a\sqrt{p^2+f^2}-fb}\right)$.

2°. Si l'on veut ſuppoſer au contraire que la puiſſance $f$ tirant de haut en bas ſoûtienne le poids $p$ ou $m$ au moyen de la corde $fMp$ paſſée par deſſus la poulie $AMI$ (*Fig.* 3.), on aura $\left(F = \frac{mbf+am\sqrt{p^2+f^2}}{a\sqrt{p^2+f^2}-fb}\right)$, qui ſe reduit à $m$ lorſque $(f = o)$.

Et ſi l'on veut comparer cette valeur avec celle de $F$ du premier cas de cet article, on verra que $F$ dans le premier cas eſt à $F$ dans le ſecond

cond réciproquement, comme ($a\sqrt{p^2+f^2}=fb$) eſt à $2a\sqrt{p^2+f^2}$, c'eſt-à-dire, comme 1 à 2 lorſque $f=0$.

On aura donc auſſi dans ce 2$^d$ cas $\left(\frac{aF\sqrt{p^2+f^2}-fFb}{a\sqrt{p^2+f^2}+bf}m=\right)$ lorſque $F$ ſera connue, qui donne auſſi $F=m$, quand ($f=0$).

3°. Lorſque le tourillon $GEH$ (*Fig.* 1.) ſera fixe avec la poulie (ce qui réuſſit toûjours mieux dans la pratique), le ſeul changement qui arrivera eſt que l'attouchement $g$ ſera ſur la partie oppoſée du paillier de la chape au point où la direction $PN$ la rencontre, à cauſe que $PNG$ fait des angles égaux en $G$ & $g$, avec la circonference du paillier $GgIL$. Donc puiſque les angles des directions $FAO$, $RAO$, avec $GPO$ ſeront les mêmes, & $P$ le même que dans le premier cas, il eſt évident que les puiſſances $F$ & $R$ ſeront encore les mêmes.

Au reſte nous avons ſuppoſé le diamêtre du tourillon à fort peu près égal à celui de ſon paillier comme dans l'uſage ordinaire, laiſſant le reſte aux curieux Géometres.

### *Des Mouffles ou Poulies compoſées à plaiſir.*

4°. Enfin ſi l'on a un poids $P$ (*Fig.* 30.) ſuſpendu à une poulie $AMT$ par ſa chape $MCN$ au moyen de la corde $fAT$, qui paſſant par deſſous $AmT$ va s'attacher d'un bout $R$ à la chape $mcn$ d'une ſeconde poulie $amt$ ſuſpendue en $r$, & qui tournant enſuite par deſſus $amt$, eſt tirée par la force $F$, en telle ſorte que les tourillons $C$ & $c$ de ces deux poulies ſoient prêts à gliſſer; on trouvera la force $F$, en

en cherchant d'abord celle qu'il faut mettre en *f* pour ſoûtenir le poids *P* donné, comme dans le premier cas. Regardant enſuite la force connue *f* comme un poids à ſoûtenir par la force *F*, par deſſus la poulie *amt*, on aura comme dans le ſecond cas la force *F* capable de ſoûtenir *f*, & par conſéquent *P*; & ainſi d'un plus grand nombre de poulies tant ſuperieures qu'inferieures.

Au reſte il eſt évident que les tourillons *Cc* doivent être les moindres qu'il ſoit poſſible, puiſque ſi dans quelqu'une des valeurs de *F* ci-deſſus on ſuppoſe ($b = o$), les frotemens s'évanouïront.

Il reſteroit d'examiner la réſiſtance cauſée par la dureté des cordages; mais nous remettrons ceci à un autre Memoire, comme étant d'une autre nature.

# DESCRIPTION D'UN LIEU GEOMETRIQUE,

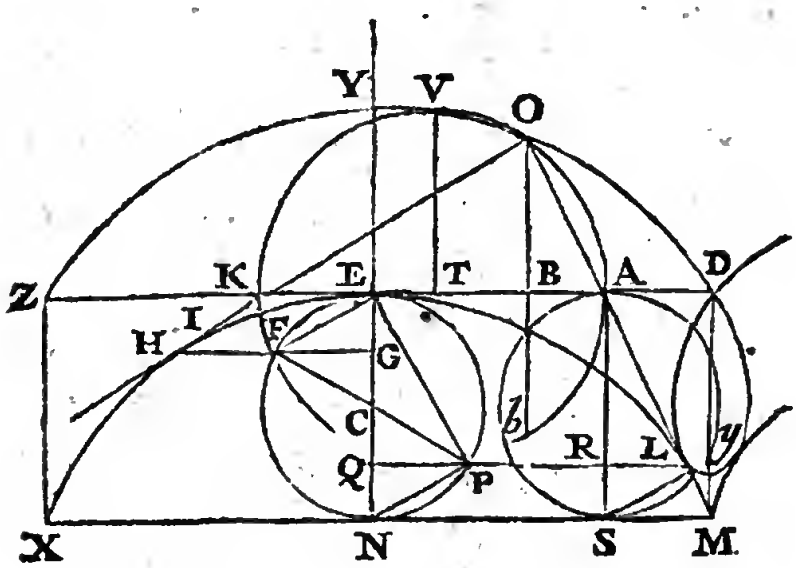
## *Où ſont les ſommets des angles égaux formez par deux Touchantes d'une Cycloïde.*

Par M. DE LA HIRE.

* SOIT une Cycloïde *XELM* dont le cercle générateur eſt *EPN*; la baſe *XM*, & l'axe *EN*. Soit achevé le rectangle *XD* ſur la baſe *XM*. De quel point *A* on voudra de la ligne

* 26. Juillet 1704.

ligne *ED* ſoit mené *AL* touchante de la Cycloïde en *L*; & ſur *ED* ſoit pris *AK* égale à *ED*; & ſur *AK* pour diamêtre ſoit décrit le cercle *bAOK*. Ayant prolongé *LA* juſqu'au cercle *AOK* en *O*; du point *O* ſoit abbaiſſé *OBb* perpendiculaire ſur *ED*, & du point *A* ſoit auſſi abbaiſſé *AS* perpendiculaire ſur *NM*. Si l'on décrit ſur *AS* le demi-cercle générateur *ALS*, on ſait par les proprietez de la Cycloïde, que ce cercle paſſera par le point touchant *L*, & que la partie de la baſe *SM* ſera égale à l'arc *SL*, qui ſera auſſi égale à *AD*. Mais ayant mené *LS* & *LRQ* parallele à *MN*, le triangle *LRS* ſera ſemblable au triangle *ARL* & au triangle *OBA*.




Il s'enſuit donc delà que l'arc *AO* ou *Ab* du cercle *AOK* eſt ſemblable à l'arc *SL* du demi-cercle *SLA*; & par conſéquent il y aura même raiſon du diamêtre *AS* au diamêtre *AK*, que de l'arc *SL* ou de la ligne droite *AD*, à l'arc

l'arc $AO$, ou que de la corde $SL$ à la corde $AO$.

La ligne $LRPQ$ étant parallele à la baſe $XM$, rencontrera au point $P$ le cercle générateur $EPN$ dont le diamêtre eſt placé ſur l'axe de la Cycloïde, & $EP$ ſera parallele à $AL$, & $PN$ parallele à $LS$.

Mais ſi par le point $P$ du cercle générateur & par ſon centre $C$ on mene le diametre $PCF$ qui rencontre le cercle en $F$, & qu'on tire enſuite la corde $EF$; & que par le point $F$ on mene la ligne $GFH$ parallele à $NM$ qui rencontre la Cycloïde en $H$, on ſait que la ligne $HI$ parallele à $EF$ touchera la Cycloïde en $H$.

Je dis maintenant que cette ligne $HI$ étant prolongée paſſera par le point $K$, & enſuite par le point $O$ du cercle $AOK$.

Par la conſtruction $AK$ eſt égale à $DE$, & par conſéquent $EK$ ſera égale à $AD$ qui eſt égale à l'arc $SL$ ou $NP$ ou $EF$. Mais l'arc $EF$ eſt égal à $FH$; donc $EK$ eſt égale à $HF$: mais $HI$ & $FE$ ſont paralleles; donc $HI$ paſſe en $K$ en formant le parallelogramme $EFHK$. $HK$ doit auſſi paſſer en $O$; car les deux lignes $HIK$, $LAO$ ſont paralleles aux deux lignes $EP$, $EF$ qui forment un angle droit dans le demi-cercle $PEF$, elles formeront donc auſſi un angle droit par leur rencontre; & comme elles paſſent par les extrémitez du diamêtre $KA$ du cercle $AOK$, elles ſe rencontreront neceſſairement en $O$ ſur ſa circonference.

Il s'enſuit donc delà que les deux touchantes $OL$, $OH$ de la Cycloïde menées du point $O$, feront un angle droit dans ce point $O$.

Je dis maintenant que tous les points comme $O$ d'où deux touchantes menées à la Cycloïde

cloïde contiennent un angle droit, ſont dans la courbure d'une Cycloïde *ZYDy*, qui eſt le lieu de ces angles droits qui ſont faits par les touchantes de la Cycloïde propoſée.

Je dis de plus que cette Cycloïde a pour cercle générateur le cercle *AOK* dont le diamêtre *KA* eſt égal à la circonference du demi-cercle générateur de la Cycloïde propoſée; mais que cette Cycloïde eſt une Cycloïde raccourcie, & qu'il n'y a que la portion *DYZ* qui eſt au-deſſus de la ligne *DE*, qui paſſe par le centre de ſon cercle générateur, dont tous les points ſervent à mener deux touchantes à la Cycloïde propoſée.

Par la démonſtration précedente il eſt évident que tous les points comme *O* ſeront tous dans la circonference du même cercle *AOK*; mais dans de differentes poſitions de ſon diamêtre *KA* ſur la ligne *DE*.

Nous avons vû que la ligne *AD*, où l'arc *SL* ſera toûjours à l'arc *AO* dans une même raiſon, qui eſt celle des diamêtres *AS* à *AK*, ou *EN* à *NM*, ou *ED*.

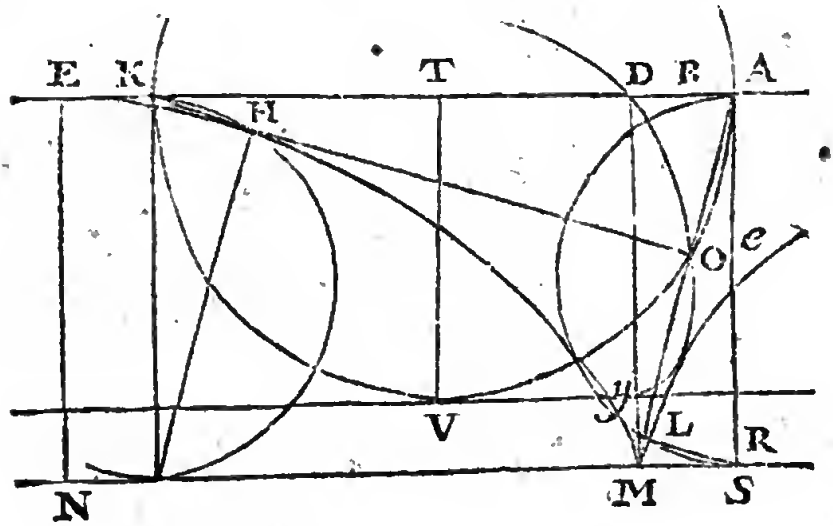
Si l'on place donc le diamêtre du demi-cercle *AOK* ſur *DE*, & que le point décrivant *O* étant en *D*, le diamêtre & le centre ſe meuvent ſur *DE* d'un mouvement égal à celui que le point décrivant de la Cycloïde propoſée feroit ſur ſon cercle générateur ſi elle commençoit en *M* en allant par *L* en *E*, ou égal à celui que feroit le centre du cercle *ALS*; car dans la Cycloïde *MLE*, le mouvement du centre du cercle générateur ſur une ligne parallele à ſa baſe, eſt égal à celui du point décrivant, enſorte que quand le point décrivant de la Cycloïde *MLE* aura parcouru l'arc *SL*, l'ex-

l'extrémité de ſon diamêtre qui étoit en $M$ aura parcouru la partie $MS$ de ſa baſe, laquelle eſt égale à l'arc $SL$; & de même l'extrémité $A$ du diamêtre $AD$ du cercle générateur du lieu $D0\Upsilon$ aura parcouru la partie $DA$ égale à $SM$; mais le point décrivant $0$, qui étoit d'abord en $D$, aura parcouru l'arc $A0$ qui aura même raiſon à $DA$ ou à l'arc $SL$, que ſon diamêtre $AK$ au diamêtre $EN$; alors la ligne menée du point $0$ au point $L$ qui paſſera par $A$, touchera la Cycloïde propoſée en $L$, ce qui eſt évident par ce qui a été démontré cidevant. Mais ſi dans le même temps que le demi-cercle générateur s'eſt mû de $M$ en $S$, le demi-cercle générateur $EFN$ dont le diamêtre étoit poſé ſur l'axe, s'eſt mû de $E$ en $K$ ſur $EK$ égale à $SM$, le point décrivant ayant parcouru l'arc $EF$ égal à l'arc $SL$, ou à $SM$, ou à $EK$, ce point décrivant ſera ſur la Cycloïde en $H$, & la ligne menée du même point $0$ au point $H$ ſera auſſi touchante en $H$, & ce ſera par tout de même. Ce qu'il falloit démontrer.

On voit par-là que lorſque le point décrivant $0$ de la Cycloïde $D0\Upsilon$ ſera venu en $\Upsilon$ ſur l'axe $NE$ de la Cycloïde propoſée; alors le point décrivant $S$ & le point décrivant $E$ de la Cycloïde propoſée chacun ſur leur demi-cercle, ſeront venus dans la ligne parallele à la baſe, laquelle paſſe par le centre $C$, & les deux touchantes menées du point $\Upsilon$ rencontreront la Cycloïde dans ces points, & feront un angle droit en $\Upsilon$.

Mais comme la Cycloïde n'eſt point une ligne terminée, & qu'on peut l'imaginer continuée à l'infini, en ſuppoſant que le cercle gé-

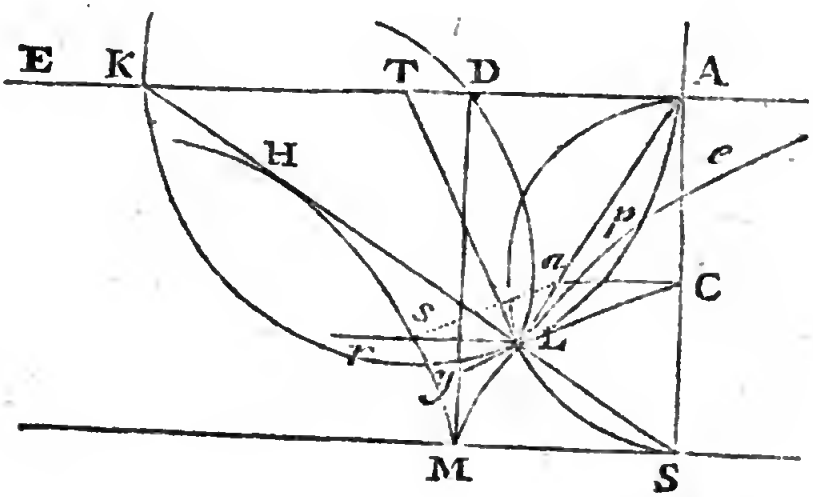
nérateur ſe meuve toûjours d'un même mouvement, & le point décrivant auſſi; ce qui à la verité ne ſera qu'une même Cycloïde repetée, dont l'une recommencera ſur la baſe commune où la précedente finira: auſſi ſi l'on acheve la Cycloïde du lieu, qui eſt une Cycloïde raccourcie, car elle aura ſa demi-baſe égale à ſon axe; ce qui ſe fera en achevant ſon cercle générateur, & ſuppoſant que ſon diamêtre *AK* ſe meuve toûjours ſur *ED*, pendant que le point décrivant *O* parcourt le cercle, & l'un & l'autre dans les mêmes raiſons qu'auparavant, il arrivera que de tous les points de la partie du lieu qui eſt au delà de *MD*, on pourra mener deux touchantes, l'une à une des Cycloïdes, & l'autre à celle qui la ſuit immédiatement, leſquelles touchantes feront un angle droit dans ce point du lieu d'où les touchantes ſont menées, ce qui ſe démontrera comme le




cas précedent, & ce qu'on peut voir dans cette Figure, où l'on a fait la même conſtruction au-delà de la ligne *DM* qu'on avoit fait de l'autre

tre côté, & où le point *y* eſt le commencement de la Cycloïde du lieu ſur ſa baſe : car du point *O* on peut mener la touchante *OH* à la Cycloïde *MHE*, & la touchante *AOL* à l'autre Cycloïde *MLe*.

Mais comme la Cycloïde du lieu peut être continuée ou repetée comme l'autre, il arrivera qu'il y aura toûjours deux points ſur le lieu, d'où l'on pourra mener la même touchante à la Cycloïde propoſée ; & du point *y*, qui eſt le commencement de la Cycloïde du lieu ſur ſa baſe, on peut mener une touchante à chaque Cycloïde, laquelle ſera la même que celle qui eſt menée du point *Y*, où le lieu rencontre l'axe de la propoſée.




Enfin l'on doit remarquer que la Cycloïde du lieu touchera la Cycloïde propoſée ; car les deux cercles générateurs ayant toûjours le point *A* commun ſur la ligne *DE* dans toutes leurs differentes poſitions en ſe mouvant, comme il paroît par la génération : auſſi la ligne *KS* y demeurera toûjours la même, & cette ligne

$KS$ passant en $L$ où les deux cercles se coupent, lorsque le point $L$ sera sur la Cycloïde proposée, il sera aussi sur celle du lieu; car les arcs $SL$, $AL$ des générateurs seront semblables, & ce sera ce point $L$ dans cette position qui formera le point touchant des deux Cycloïdes, & la ligne $AL$ les touchera aussi toutes deux dans ce même point; ce que je démontre comme il suit.

Lorsque le point décrivant de la Cycloïde proposée $MLe$ sera arrivé en $L$, c'est-à-dire lorsque l'arc $SL$ sera égal à la partie de la base $SM$, & que le cercle générateur sera en $ALS$, & son diamêtre en $AS$, on sait que la ligne $AL$ touche la Cycloïde $MLe$ au point $L$. Mais alors le cercle générateur du lieu $yLD$ sera dans la position $ALK$; si l'on mene donc les rayons $TL$, $CL$ au point commun $L$, l'angle $TLC$ sera droit, & puisque le point décrivant du lieu étant en $L$ se meut d'un mouvement composé de deux autres, l'un par $LC$ touchante de son cercle générateur, & l'autre par $Lr$ parallele à $KA$; pendant que le mouvement par $Lr$ sera égal à $AD$ ou à l'arc $SL$ par la génération du lieu, le mouvement par $LC$ doit être égal à l'arc $LpA$. Mais l'arc $SL$ est à l'arc $LpA$ qui lui est semblable, comme leurs rayons, ce qui est comme $LC$ à $LT$, ou comme leurs cordes semblables $SL$, $AL$. Enfin si par le centre $C$ on mene $Ca$ parallele à $AK$ qui rencontre $AL$ en $a$, on aura à cause des triangles semblables $ACa$, $ALS$, $aC$ ou $sL$ son égale sur $Lr$, à $CA$ ou $CL$ son égale, comme $SL$ à $LA$; donc $AaL$ est touchante de la Cycloïde du lieu au point L.

*Il me reste maintenant à chercher le lieu du sommet*

*met de tous les angles aigus & obtus égaux entr'eux, lesquels sont formez par les touchantes d'une Cycloïde.*

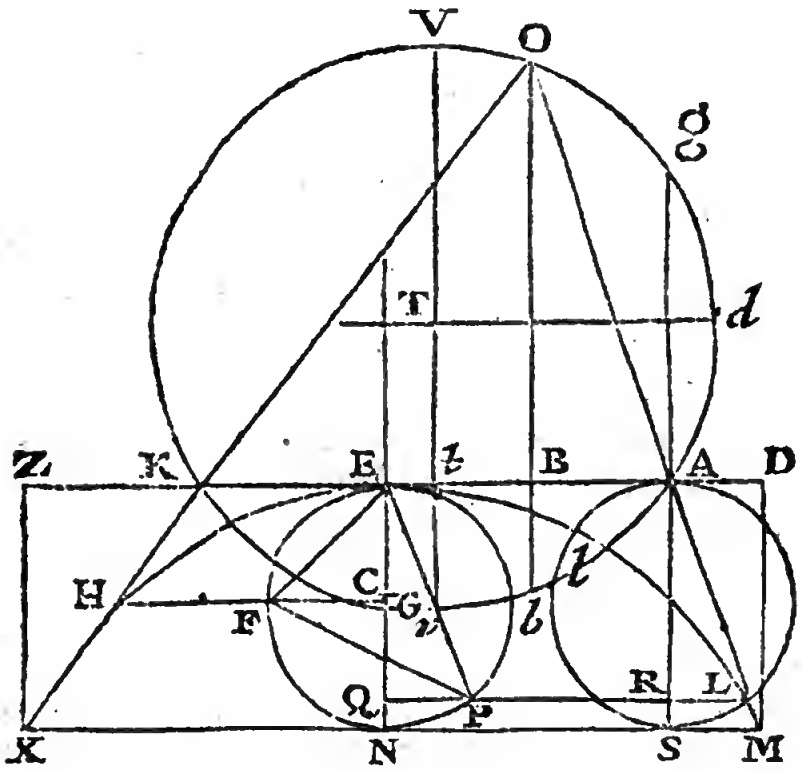
* La Cycloïde $XEM$ étant décrite comme ci-devant par le moyen du cercle générateur $EPNF$, dont le diamêtre est posé sur l'axe de la Cycloïde $EN$, & le rectangle $DX$ étant achevé; si de quel point $L$ on voudra de la Cycloïde on mene la ligne $LQ$ parallele à la base, laquelle rencontre l'axe en $Q$, & le cercle générateur en $P$; du point $E$ ayant mené la corde $EP$, on sait que la ligne $LAO$ parallele à $EP$, touchera la Cycloïde en $L$.

Mais du point $A$ ayant abaissé $AS$ perpendiculaire sur la base $NM$, & sur cette ligne ayant décrit le cercle générateur $ALS$, il est évident aussi qu'il rencontrera la Cycloïde en $L$, & que l'arc $SL$ ou $NP$, ou bien les lignes $SM$ ou $AD$ seront d'une même grandeur, & par conséquent la ligne $EA$ sera égale à l'arc $EP$.

Soit maintenant l'angle $PEF$ dans le cercle générateur, lequel soit proposé pour celui que les touchantes de la Cycloïde doivent faire, soit qu'il soit obtus ou aigu, comme il est représenté dans la Figure; & soit pris sur $DZ$ la grandeur $AK$ égale à l'arc $PEF$ du cercle générateur, & sur $AK$ soit décrit le cercle $AVKv$, dont l'arc $AVK$ reçoive des angles égaux à l'angle proposé $PEF$.

Il est évident que si par le point $F$ on mene la ligne $FH$ parallele à la base $MX$ qui rencontre la Cycloïde en $H$, & que par le point $H$ on mene $HK$ parallele à $FE$, laquelle touchera la Cycloïde en $H$, cette ligne $HK$ étant pro-

* *Voyez la Figure suivante.*




prolongée, rencontrera la touchante $LAO$ ſur le cercle en $O$; & par conſéquent ces deux touchantes $HK$, $LA$ contiendront un angle $LOH$ égal à l'angle propoſé $PEF$. Car les deux touchantes $HK$, $LA$ doivent faire un angle égal à l'angle $PEF$, puiſqu'elles ſont paralleles aux deux lignes $PE$, $FE$ qui font ce même angle, & de plus cet angle doit être ſur le cercle en $O$, puiſque les lignes $AO$, $KO$ s'appuyent ſur la corde d'un arc $AOK$ qui doit recevoir cet angle.

On voit donc par-là que toutes les touchantes de la Cycloïde qui contiendront un angle égal à l'angle propoſé, ſeront toutes à la circonference d'un même cercle $AOK$, dont la même corde $AK$ ſera toûjours placée ſur $DZ$; car

car cette corde ſera toûjours égale à un arc égal à $PEF$, quelque diſpoſition que puiſſent avoir ces touchantes, puiſque l'angle $PEF$, en quelque endroit qu'il ſoit dans le cercle générateur, ſera toûjours à une circonference égale à $PEF$, ou appuyé ſur une corde égale à $PF$.

Maintenant ſi l'on abaiſſe $OBb$ perpendiculaire ſur $KA$, l'arc $Ab$ dans le cercle $KOAb$ ſera ſemblable à l'arc $PN$ ou $LS$ du cercle générateur; c'eſt-pourquoi dans toutes les differentes poſitions de la corde $KA$ ſur $ZD$, & à proportion que le point $A$ s'approchera de $D$, le point $O$ deſcendra ſur l'arc $OVA$, enſorte qu'il y aura toûjours même raiſon du mouvement du point $O$ ſur ſon cercle $KVA$, que du mouvement du point décrivant $L$ de la Cycloïde ſur ſon cercle générateur, & les arcs de ces mouvemens ſeront entr'eux en même raiſon que les cordes ſemblables qui ſoûtiennent ces arcs, comme la corde $SL$ à la corde $Ab$ ou $Og$, ou bien comme le diamêtre du cercle générateur $EN$, au diamêtre $Vv$ du cercle $KOA$.

Il s'enſuit donc delà que le point $O$ ſe meut par la compoſition de deux mouvemens, l'un par le tranſport du point $A$ de la corde $KA$ du même cercle $KOA$ ſur la ligne $ZD$ prolongée tant qu'on voudra, & l'autre par le mouvement du point $O$ ſur la circonference du cercle $KOA$. Et les mouvemens de ces deux points étant toûjours en même raiſon; ſavoir celui du point $A$ comme les arcs $SL$, & celui du point $O$ comme les arcs ſemblables $Ab$, la Courbe que décrit le point $O$ ſera une Cycloïde qui eſt le lieu cherché.

Il eſt facile à voir par ce qui a été démontré,

de l'angle droit, & par la génération de cette Cycloïde, qu'elle eſt toûjours raccourcie, ſoit que l'angle propoſé ſoit obtus ou aigu, puiſque la corde $AK$ étant égale à l'arc $PEF$ du cercle générateur, elle ſera toûjours plus grande que la corde ſemblable $PF$ qui ſoûtient l'angle $PEF$; & par conſéquent le cercle générateur du lieu $KOA$ ſera toûjours plus grand que le cercle générateur de la Cycloïde propoſée, & le mouvement du point $O$ ſur ſon cercle par des arcs en même raiſon que celui du point $A$ ſur $ZD$, qui eſt celui du point $L$ par des arcs ſemblables à celui du point $O$, ſera plus grand que celui du point $A$ ſur $ZD$, ou que celui du centre $T$ du cercle $KVA$ ſur $Td$ parallele à $ZD$, ce qui fait la Cycloïde raccourcie; car dans la ſimple ces deux mouvemens ſont égaux.

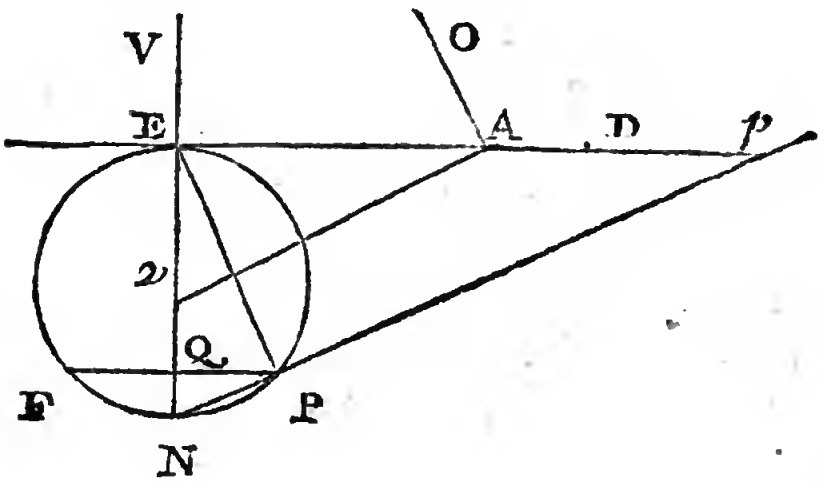
On démontrera auſſi que la Cycloïde du lieu doit toucher la Cycloïde propoſée & repetée dans un point qui ſera formé par le point $I$, qui eſt la rencontre des deux cercles générateurs, & où ſe rencontrent les deux points décrivans, & la corde $AI$ ſera la touchante commune des deux Cycloïdes, comme pour l'angle droit.

Il ne me reſte plus qu'à démontrer que le cercle générateur du lieu ne rencontrera jamais la baſe $XM$ de la Cycloïde propoſée, quelque angle que les touchantes puiſſent faire, & qu'il s'en approchera de plus en plus à proportion que l'angle propoſé ſera plus obtus; car lorſqu'il vient égal à deux droits, la Cycloïde du lieu ſe confond avec la Cycloïde propoſée, & les cercles générateurs ſont les mêmes.

Par la conſtruction on voit que le diamêtre $Vv$ du générateur du lieu, aura même raiſon

au

au diamêtre *EN* du générateur de la Cycloïde propoſée, que la corde *KA* ou l'arc *PEF* à la corde *FP*, ce qui ſera auſſi comme les rayons des cercles *TV* à *CE*.




Mais ſi le diamêtre *Vv* du cercle générateur du lieu, eſt poſé ſur l'axe *NE* de la Cycloïde, & ſi la corde *FP* dans le générateur de la Cycloïde ſoûtient en *E* l'angle propoſé, on aura toûjours pour tous les angles la partie *EA* égale à l'arc *EP*. Si l'on mene donc *NP* prolongée juſqu'à *ED* en *p*, je dis que *Ep* ſera toûjours plus grande que *EA*; ce que j'ai démontré dans le troiſiéme Lemme de mon *Traité des Epicycloïdes* page 16. en conſiderant la ligne *ED* comme un cercle infini; & par conſéquent la ligne *Av* parallele à *NP* ou perpendiculaire à *AO* qui eſt parallele à *PE*, donnera toûjours le point *v* ſur *EN* non prolongée, pour l'extrémité du diamêtre du cercle *VO Av* générateur du lieu.

Il s'enſuit donc delà que le commencement de la Cycloïde du lieu ſera toûjours ſur la

ligne parallele à $ED$, laquelle paſſera par le point $v$, & dans le point où elle rencontrera la ligne $DM$; & comme le diamêtre du générateur du lieu eſt donné, on pourra décrire ce lieu.

J'ai démontré dans mon *Traité des Sections Coniques in folio*, quel étoit le lieu qui étoit formé par les ſommets des angles droits que faiſoient les touchantes des trois Sections Coniques, & celui des angles aigus & obtus de la Parabole; & j'avois ſeulement averti qu'on trouveroit celui des angles aigus ou obtus de l'Ellipſe & de l'hyperbole en ſe ſervant de la même methode; mais au mois de Mai 1694 j'ai lû dans l'Aſſemblée de l'Academie une démonſtration générale de tous ces lieux, laquelle je donne ici à cauſe qu'elle n'a point été imprimée, & qu'elle eſt entierement differente de la premiere.

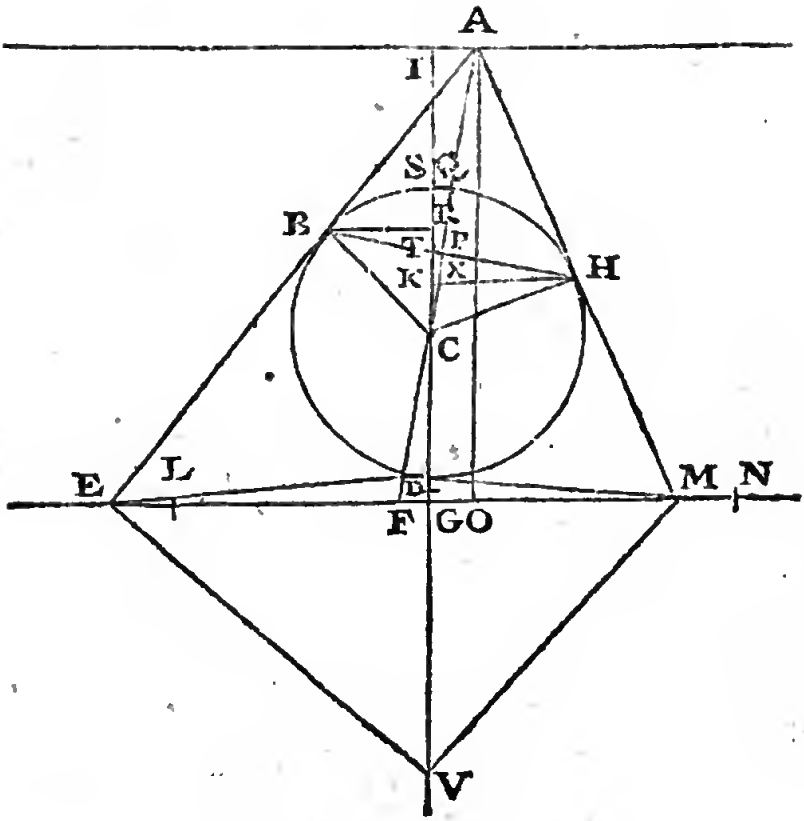
# CONSTRUCTION GE'NE'RALE

*Des lieux où ſont les ſommets de tous les angles égaux droits, aigus ou obtus, qui ſont formez par les Touchantes des Sections Coniques.*

Par M. DE LA HIRE.

* LE cercle $SBDH$ étant donné, & la poſition de la ligne droite $EFN$ par rapport

* 2. Août 1704.




port au cercle, & ayant pris deux points *EM* tels qu'on voudra ſur cette ligne, d'où l'on mene les touchantes *EBA*, *MHA* au cercle, leſquelles ſe rencontrent en *A*, on cherche la poſition du point *A*.

Du point *A* ſoit la perpendiculaire *AI* ſur le diamêtre *ICD* du cercle donné, & que ce diamêtre *ICD* ſoit perpendiculaire à la ligne donnée *EN*, laquelle il rencontre en *G*.

Soit le rayon du cercle *CB* ou *CS*$=r$. *CI*$=y$. *IA*$=x$. *CG*$=d$.

A cauſe des touchantes *AB*, *AH*, & du diamêtre *AC* & de ſa rencontre *P* avec *BH* qui

joint les points touchants, on aura $CP$, $CQ$, $CA$ continuellement proportionnelles ; mais $CA = \sqrt{yy+xx}$, donc $CP = \frac{rr}{\sqrt{yy+xx}}$.

On connoît par les propoſitions du premier Livre de mes *Sections Coniques in folio*, que toutes les lignes comme $BH$ qui joignent les points touchants des touchantes qui ſont menées de chaque point de la ligne $AI$, paſſeront par le point $T$ du diamêtre $IC$, enſorte que les points $DTSI$ diviſeront la ligne $ID$ *harmoniquement*; & par conſéquent $CT$, $CS$, $CI$ ſeront trois lignes en proportion continue : c'eſt-pourquoi $CT = \frac{rr}{y}$.

Maintenant à cauſe des angles droits $CIA$, $CBA$, on aura $AB = \sqrt{yy+xx-rr} = AH$.

On aura auſſi $CI \mid IA \,||\, CP \mid PT = \frac{xrr}{y\sqrt{yy+xx}}$.

Mais pour abreger ſoit poſé $zz = yy + xx$.

On aura donc le quarré de $BP$ égal au quarré de $CB$ moins le quarré de $CP$, ce qui eſt $\sqrt{rr - \frac{r^4}{zz}}$, ou bien $BP = \frac{r}{z}\sqrt{zz-rr}$.

Et par conſéquent $BT = \frac{r}{z}\sqrt{zz-rr} - \frac{xrr}{yz}$, ou bien $\frac{r}{z} \times \sqrt{zz-rr} - \frac{rx}{y}$.

A cauſe des triangles ſemblables $CTP$, $BTR$, on a $CT \mid BT \,||\, CP \mid BR$, ce qui eſt en termes analytiques $\frac{rr}{y} \,\Big|\, \frac{r}{z} \times \sqrt{zz-rr} - \frac{rx}{y} \,\Big||\, \frac{rr}{z} \,\Big|\, \frac{r^3}{zz} \times \frac{rr}{y}$

$\sqrt{}$

$\sqrt{zz-rr}-\frac{rx}{y}=BR$, ce qui se réduit à $\frac{ry}{zz}\times\sqrt{zz-rr}-\frac{rx}{y}=BR$.

Mais aussi $CT \mid PT \parallel BT \mid TR$, ce qui est en termes analytiques $\frac{rr}{y}\left|\frac{xrr}{yz}\right.$, ou bien $z \mid x \left\| \frac{r}{z}\times\sqrt{zz-rr}-\frac{rx}{y}\right| \frac{rx}{zz}\times\sqrt{zz-rr}-\frac{rx}{y}=TR$.

De plus à cause des triangles semblables $BRC$, $AOE$, on a $BR \mid CR \parallel AO$ ou $IG \mid OE$, ce qui est en termes analytiques $\frac{ry}{zz}\times\sqrt{zz-rr}-\frac{rx}{y}\left|\frac{rr}{y}+\right.$ $+\frac{rx}{zz}\times\sqrt{zz-rr}-\frac{rx}{y}\Big\|$ ; ou bien ayant divisé par $\sqrt{zz-rr}-\frac{rx}{y}$, on réduit ce premier rapport à $\frac{ry}{zz}\left|\frac{rr}{y\sqrt{zz-rr-rx}}+\frac{rx}{zz}\right.$, ou bien multipliant par $zz$ ; & divisant par $ry$, on a $1\left|\frac{rzz}{yy\sqrt{zz-rr-rx}}+\frac{x}{y}\right\|$ $y+d\left|\frac{yrzz+drzz}{yy\sqrt{zz-rr-rxy}}+\frac{yx+dx}{y}=OE\right.$, & delà on tirera la valeur de $GE\ \frac{yrzz+drzz}{yy\sqrt{zz-rr-rxy}}+$ $+\frac{xd}{y}=GE$.

Maintenant si du point $H$ on mene $HK$ perpendiculaire à $IG$ & qui coupe $CA$ en $X$, on aura les triangles semblables $HKT$, $CPT$, & par conséquent $CT \mid PT \parallel HT \mid TK$,

ce qui eſt $z \mid x \mid\mid \frac{r}{x} \times \sqrt{zz-rr} + \frac{rx}{y} \mid \frac{rx}{zz} \times \sqrt{zz-rr} + \frac{rx}{y} = TK$.

Mais auſſi on aura $CT \mid CP \mid\mid HT \mid HK$, ce qui eſt $\frac{rr}{y} \mid \frac{rr}{z} \mid\mid$ ou bien $z \mid y \mid\mid \frac{r}{z} \times \sqrt{zz-rr} + \frac{rx}{y} \mid \frac{ry}{zz} \times \sqrt{zz-rr} + \frac{rx}{y} = HK$.

Et à cauſe des triangles ſemblables $CHK$, $MAO$, on a $HK \mid CK = CT - TK \mid\mid AO \mid OM$, ce qui eſt $\frac{ry}{zz} \times \sqrt{zz-rr} + \frac{rx}{y} \mid \frac{rr}{y} - \frac{rx}{zz} \times \sqrt{zz-rr} + \frac{rx}{y}$, ou bien en diviſant ce rapport par $\sqrt{zz-rr} + \frac{rx}{y}$ ; & le diviſant encore par $ry$, & multipliant enſuite par $zz$, on aura $\left|\left| \frac{rzz}{yy\sqrt{zz-rr}+rxy} - \frac{x}{y} \right|\right| y + d \frac{yrzz+drzz}{yy\sqrt{zz-rr}+rxy} - \frac{yx-dx}{y} = OM$ ; & ſi l'on ajoûte à $OM$, $GO = x$, on aura $\frac{yrzz+drzz}{yy\sqrt{zz-rr}+rxy} - \frac{dx}{y} = GM$.

On a fait toute l'operation précedente pour trouver les valeurs de $GE$ & de $GM$ : mais il faut remarquer que ſi la ligne $EFN$ paſſoit au dedans du cercle, ou ſi elle le touchoit, il y auroit quelque changement dans les valeurs trouvées & dans les ſignes, comme auſſi ſuivant les differentes poſitions des points $E$, $M$ par rapport à $IG$ ; mais ces cas differens ne changent pas l'operation ni les dimenſions des inconnues.

Main-

Maintenant si l'on fait un produit de $GE$ par $GM$, & qu'on le pose $= pp$, on aura une équation qui se réduira à $yyrrzz + 2ydrrzz + ddrrzz - 2xxrrdy - xxddrr - xxddyy = ppy^4 - pprryy$.

Et si l'on restitue la valeur de $zz = yy + xx$, on aura enfin $\frac{rrxx - ddxx + rryy + 2rrdy + rrdd}{yy - rr} = pp$.

Ce qui fait aussi connoître que le produit de $GE$ par $GM$ est égal à la premiere partie de cette équation; car $pp$ a été posée égale à ce produit.

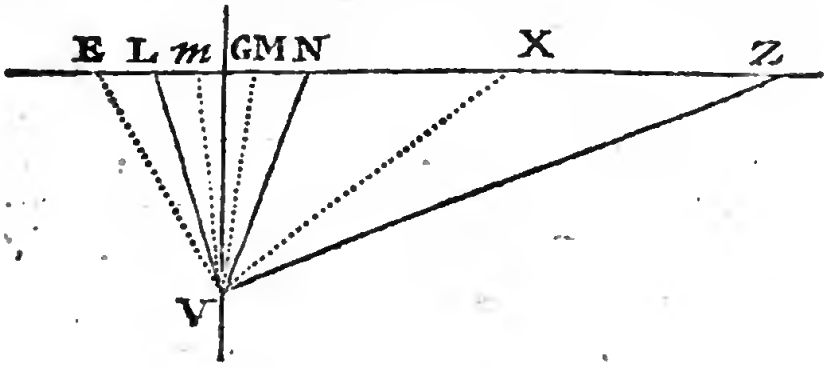
On remarquera que l'on peut encore mener des points $M$ & $E$ deux autres touchantes au cercle, lesquelles par leur rencontre donneront un point semblable au point $A$ de l'autre côté du cercle pour lequel on aura la même valeur que celle qu'on vient de trouver, & l'on tirera de ces touchantes & de leurs rencontres, les proprietez qui sont expliquées dans le premier & le second Livre de mes *Sections Coniques*.

Mais comme on peut trouver sur $EN$ une infinité de points comme $EM$, ensorte que le produit des $GE$ par $GM$ soit toûjours égal à une même quantité que j'ai appellée $pp$, & qui sera déterminée; on aura aussi une infinité de points comme $A$, lesquels formeront un lieu dont l'équation vient d'être trouvée, & ce lieu sera une des Sections Coniques ou une ligne droite, puisque les dimensions des inconnues n'y surpassent pas le plan.

## LEMME.

Soit la ligne droite $EZ$ & $GV$ qui lui soit perpendiculaire en $G$; soit aussi l'angle $LVN$ tel qu'on voudra dont le sommet est en $V$, & que cet angle soit coupé en deux également par $VG$; & par conséquent $GL$ est égale à $GN$.

Du




Du point *V* ayant mené *VZ* perpendiculaire à *VL* qui rencontre *EZ* en *Z*, & ſoit coupé *LZ* en deux parties égales entr'elles au point *X*.

Soit auſſi du point *V* les lignes *VE*, *VM*, qui faſſent l'angle *EVM* égal à l'angle *LVN*; ſi le point *M* tombe au delà de *G* vers *Z*, on; portera la grandeur *GM* en *Gm*, d'où il eſt évident que l'angle *LVm* ſera égal à l'angle *LVE*; & par les propoſitions du premier Livre de mes *Sections Coniques*, la ligne *ZE* ſera coupée harmoniquement aux points *ELmZ*, & les lignes *Xm*, *XL*, *XE* ſeront en proportion continue; d'où il ſuit que le quarré de *XL* ſera égal au rectangle des parties *Xm*, *XE*.

Ce ſera la même choſe pour tous les angles égaux à l'angle *LVN*, dont les ſommets ſeront en *V*; car le quarré de *XL* demeurera toûjours le même pour toutes les differentes parties *Xm*, *XE*.

Il s'enſuit delà que ſi l'angle propoſé *LVN* étoit droit, le point *Z* tomberoit en *N*, & le point *X* en *G*; enſorte que *XL* ſeroit égale à *GV*. Mais de quelque grandeur que ſoit l'angle *LVN* ou aigu ou obtus, *XL* ſera toûjours plus grande que *GV*, puiſque le point *X* ſeroit

le

le centre d'un cercle qui passeroit en $V$, & dont le diametre seroit $ZL$, à cause de l'angle droit $ZVL$; mais $XV$ égale à $XL$, & qui est l'hypotenuse du triangle rectangle $XGV$, sera toûjours plus grande que le côté $GV$; car dans le cas de l'angle aigu ou obtus, le point $X$ sera toûjours hors du point $G$.

Il s'ensuit aussi que le même point $X$ servira pour les angles obtus & aigus, dont les uns sont les supplémens des autres. Car $LVG$ étant la moitié de l'angle aigu proposé, on aura à cause de l'angle droit $LVZ$, l'angle $GVZ$ qui sera la moitié de l'angle obtus complément de l'angle $LVG$. C'est-pourquoi $VL$ est perpendiculaire au côté $VZ$, comme $VZ$ est perpendiculaire au côté $VL$, & la même ligne $ZL$ sert pour ces deux angles, & par conséquent le point $X$ leur sera aussi commun.

On doit remarquer que dans les differentes positions de l'angle proposé autour du point $V$, si l'une de ses jambes est parallele à la ligne $EZ$, l'autre jambe $VM$ tombera au point $X$, & le rectangle de $XM$ infiniment petite par $XE$ infiniment grande, quoique ce ne soient que des quantitez imaginaires, doit être consideré égal au quarré de $XL$ qui est une quantité déterminée. Ces sortes de cas & d'autres semblables ne changent rien aux démonstrations que nous venons de donner.

## *Application aux Sections Coniques.*

Que le cercle $SBDH$ soit la base d'un cone, & que la ligne $EFN$ soit *Directrice* de la section de ce cone, c'est-à-dire la rencontre du plan de la base avec le plan par le sommet du cone

cone, lequel eſt parallele au plan de la ſection. C'eſt le nom que j'ai donné à cette ligne dans mon Traité *des Sections Coniques*. Enfin que le ſommet du cone droit ou oblique ſoit placé dans un plan perpendiculaire à la baſe, lequel il rencontre dans la ligne *ICG*, qui eſt perpendiculaire à la Directrice, & qui paſſe par le centre de la baſe. Soit auſſi imaginé que le plan par le ſommet du cone *EVN* ſoit couché ſur la baſe pour s'en ſervir aux démonſtrations ſuivantes, la directrice demeurant commune à la baſe & à ce plan, enſorte que le point *V* ſoit le ſommet du cone, & la ligne *GV* la diſtance du ſommet *V* au point *G* de la Directrice.

Mais ſi le même ſommet *V* du cone eſt auſſi le ſommet d'une autre eſpece de cone ou pyramide qui ait pour baſe le lieu des points *A*, il s'enſuit par ce que j'ai démontré dans mes *Sections Coniques* que la ſection de cette pyramide ſera une courbe de la même nature que celle de la baſe, ce qui eſt facile à démontrer; car la ſection étant faite ſur un plan perpendiculaire au plan par le ſommet & par *ICG*, la courbe de la ſection aura pour axe la rencontre de ce plan auſſi-bien que la Section Conique, ce qui ſuit de la poſition de la directrice.

J'ai démontré dans mon Traité des *Sections Coniques*, que l'angle que font deux touchantes de la ſection, eſt toûjours égal à celui qui eſt fait ſur le plan par le ſommet, par les verticales ou les lignes menées du ſommet aux points de la directrice, où les touchantes du cercle qui forment les touchantes de la ſection rencontrent la directrice, comme dans la Figure, les touchantes de la ſection formées par

les

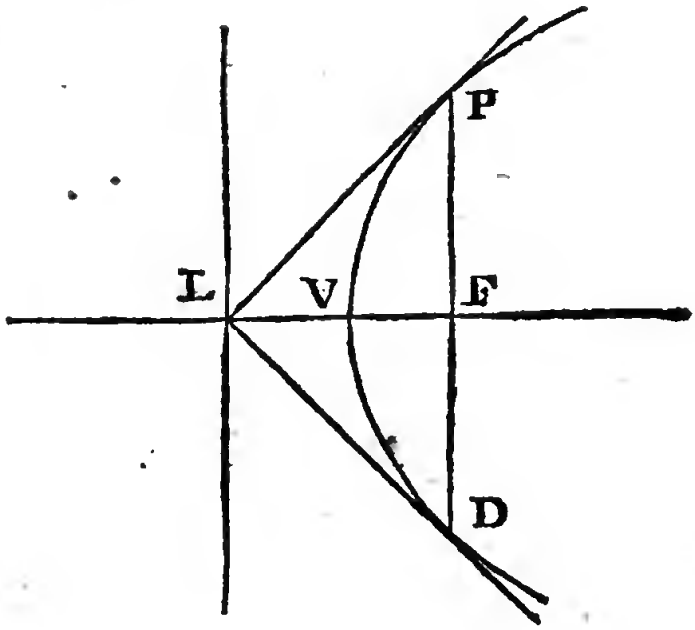
les touchantes du cercle $EB, MH$, feront un angle égal à l'angle $EVM$. Et ſi tous les points comme $E$ & $M$ ſont placez ſur la directrice, enſorte que les angles $EVM$ ſoient toûjours égaux entr'eux; auſſi les angles des touchantes de la ſection formez par les angles $EAM$ ſeront tous égaux entr'eux, & par conſequent la ligne formée ſur le plan de la ſection par le lieu des points $A$ de la baſe, ſera le lieu de tous les angles égaux à l'angle $EVM$.

### *Pour les Angles droits.*

Par le Lemme tous les points comme $EM$ de la directrice, qui ſont donnez par des angles droits autour du ſommet $V$, feront que les rectangles des $GE$ par les $GM$, ſeront chacun égaux au quarré de $GV$; & par conſéquent l'équation qu'on a trouvée d'abord ſervira pour tous les angles droits en poſant $p = GV$.

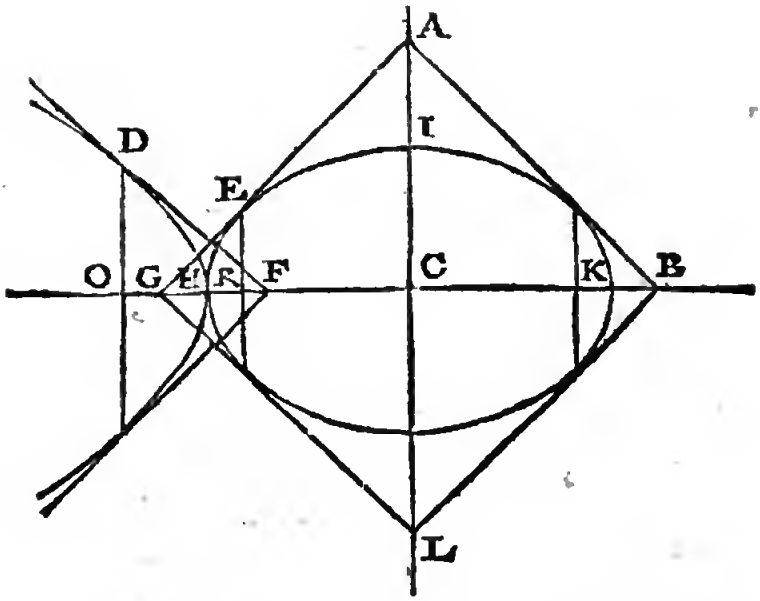
1°. Si la directrice touche le cercle de la baſe, ce qui donne la parabole ſur la ſection, alors $CG$ ſera égale à $CD$, & dans l'équation en ſubſtituant $r = CD$ à la place de $d$, on la réduit à $rryy + 2r^3y + r^4 = ppyy - pprr$, qui eſt un lieu à la ligne droite, où les $x$ deviennent infinies. Mais ce lieu ſur la baſe étant perpendiculaire à l'axe $IG$, il ſera auſſi ſur la ſection perpendiculaire à l'axe de la parabole, & ce ſera le lieu des angles droits faits par les touchantes de la parabole.

Pour ce qui eſt de la poſition de cette ligne ſur la ſection, ſoit l'axe $LF$ de la parabole $PVD$, & que ſes touchantes qui viennent du point $L$ de l'axe, faſſent un angle droit $PLD$ dans




dans ce point $L$, & par conſéquent $PD$ qui joint les points touchants $PD$, ſera perpendiculaire à l'axe, & l'angle $PLF$ étant demi-droit, l'angle $LPF$ ſera auſſi demi-droit; c'eſt-pourquoi $FP$ & $FL$ ſeront égales. Mais j'ai démontré dans le Livre des foyers de mes *Sections Coniques*, que ſi l'angle $PLF$ que fait une touchante de la parabole avec l'axe eſt demidroit, l'ordonnée $PF$ paſſera par le foyer $F$; c'eſt-pourquoi le point $L$ par où paſſe le lieu, & qui eſt autant éloigné du ſommet $V$ de la parabole, qu'en eſt le foyer $F$, en ſera éloigné de la quantité du quart de parametre de l'axe.

2°. Puiſque dans l'équation du lieu des points $A$ qu'on a trouvé d'abord, on a ſuppoſé le produit des $GE$ par les $GM$ toûjours égal au quarré des $GV$, & que ce lieu eſt une des Sections Coniques, auſſi le lieu qu'il formera ſur




ſur le plan de la ſection par toutes les lignes menées du ſommet *V* du cone aux points de ce lieu ſur la baſe, ſera une ſection Conique, ſuivant ce que j'ai démontré de ces ſortes de ſections dans mon Traité; & par conſéquent les points de ce lieu ſur le plan de l'Ellipſe comme *B* & *G* ſur l'axe *KH* donneront des touchantes comme *GA*, *GL* qui feront un angle droit en *G*, & de l'autre côté les touchantes *BA*, *BL* feront l'angle droit en *B*, & les angles *AGB*, *ABG* ſeront chacun un demi-droit, & les parties *CB*, *CG* de l'axe ſeront égales, & enfin la rencontre *A* des deux touchantes *GA*, *BA* ſera ſur l'autre axe *CI*, & le triangle *GAB* ſera iſoſcele, & par conſéquent l'angle *A* ſera auſſi droit; ce que l'on peut auſſi conclure de la formation des touchantes. Ce point *A* ſera donc un de ceux du lieu; & par conſéquent la Section Conique qui eſt le lieu & qui paſſe par *GAB* ſera un cercle dont le cen-

centre ſera le point $C$ qui eſt auſſi celui de l'Ellipſe, puiſque l'angle à la ſection en $A$ ſur ſon axe $GB$ eſt un angle droit.

Ce ſera la même démonſtration pour les touchantes de l'hyperbole ; car l'équation du lieu ſur la baſe devient la même lorſque la directrice coupe le cercle, les ſignes étant ſeulement changez.

Il faut maintenant démontrer quelle eſt la grandeur du diametre de ce cercle, ou quel rapport les points $G$ & $B$ peuvent avoir avec l'Ellipſe ou avec l'hyperbole.

Dans l'Ellipſe dont les demi-axes ſont $CH$, $CI$, & la touchante $GE$ en $E$ qui fait l'angle $GER$ demi-droit, l'ordonnée $ER$ ſera égale à la ſoûtangente $GR$.

A cauſe de la touchante $EG$ & de l'ordonnée $ER$, on aura $CR$, $CH$, $CG$ en proportion continue.

Mais ſoit $CH = r$. $CR = y$. $CI = s$ ; d'où l'on aura $CG = \frac{rr}{y}$.

Mais à cauſe de l'Ellipſe on a $rr \mid ss \,||\, rr-yy \mid \frac{rrss-yyss}{rr} =$ quarré de $ER$. Et par ce qui a été poſé que $GR$ eſt égale à $ER$, on a $\frac{rr}{y} - y$, ou bien $\frac{rr-yy}{y} = \frac{\sqrt{rrss-yyss}}{rr}$ ; & quarrant $\frac{r^4-2rryy+y^4}{yy} = \frac{rrss-yyss}{rr}$, & diviſant par $rr-yy$, on aura $\frac{rr-yy}{yy} = \frac{ss}{rr}$ ou bien $\frac{r^4-rryy}{yy} = ss = CI$ quarré.

Mais

Mais le quarré de $CG = \frac{r^4}{yy}$, & le quarré de $CG$ moins le quarré de $CH$ ſera $\frac{r^4}{yy} - rr$, ou bien $\frac{r^4 - rryy}{yy}$, ce qui vient d'être trouvé égal à $CI$ quarré; donc le rectangle $KG$, $GH$ étant égal au quarré de $CI$, il s'enſuit que le point $G$ eſt le foyer de l'hyperbole $DH$, qui a les mêmes axes que l'Ellipſe $HIK$.

Soit maintenant l'hyperbole $DH$, qui ait les mêmes axes que l'Ellipſe $HIK$ dont nous venons de parler; & ſoit ſa touchante $FD$, qui faſſe avec ſon axe $HK$ l'angle demi-droit $DFO$, & par conſéquent $DO$ ſera égale à $FO$.

On aura donc de même que dans l'Ellipſe $CF$, $CH$, $CO$ en proportion continuë, & ayant poſé $CO = z$. $CH = r$. $CI = s$, on aura $CF = \frac{rr}{z}$, & à cauſe de l'hyperbole $rr \mid ss \,||\, zz - rr \mid \frac{sszz - ssrr}{rr} = OD$ quarré. Mais auſſi par l'hypotheſe on a $z - \frac{rr}{z}$, ou bien $\frac{zz - rr}{z} = OD$. Donc $\frac{z^4 - 2zzrr + r^4}{zz} = \frac{sszz - ssrr}{rr}$; & ayant diviſé par $zz - rr$, on aura $\frac{zz - rr}{zz} = \frac{ss}{rr}$, ou bien $\frac{zzrr - r^4}{zz} = ss = CI$ quarré.

Mais le quarré de $CH$ moins le quarré de $CF = rr - \frac{r^4}{zz}$, ou bien $= \frac{rrzz - r^4}{zz}$; donc le quarré de $CH$ moins le quarré de $CF$, ce qui eſt le rectangle $KF$, $HF$, ſera égal au quarré de $CI$; & par conſéquent le point $F$ ſera le

le foyer de l'Ellipſe qui a les mêmes axes $CH$, $CI$ que l'hyperbole, & le lieu de tous les angles droits qui ſont faits par les touchantes de l'hyperbole ou des ſections oppoſées, ſera le cercle dout le centre eſt $C$ & le rayon $CF$.

*Pour les Angles aigus ou obtus.*

Par le Lemme tous les angles aigus ou obtus autour du ſommet $V$ du cone ſur le plan vertical ou par le ſommet, & qui donnent les points comme $EM$ ſur la directrice, donneront des rectangles $XE$, $XM$ ou $Xm$ qui ſeront tous égaux au quarré de $XV$: c'eſt pourquoi les valeurs de $GE$ & de $GM$ qu'on a trouvées d'abord, doivent être augmentées chacune de la quantité de $XG$, qui eſt toûjours la même, & que j'appellerai $t$, qui eſt donnée par la nature de l'angle donné, & par conſéquent l'équation qu'on a trouvée d'abord doit être changée par l'augmentation de $t$ dans $GE$ & dans $Gm$ avant que d'en faire le produit, & ce produit ſera auſſi égalé au quarré de $XL$ ou $XV$, & ſi l'on retient pour $GL$, ou $GN$ la valeur $p$, on aura $XV = p + t$: c'eſt-pourquoi le produit $XE$ par $XM$ ou $Xm$ ſera $= pp + 2pt + tt$.

Mais pour abreger le calcul on poſera $GE = e$, & $GM = i$, on aura l'équation $tt + ti + te + ie = pp + 2pt + tt$, laquelle ſe réduira à $ti + te + ie = pp + 2pt$.

Maintenant ſi à la place de $ie$ on ſubſtitue la valeur qu'on a trouvée d'abord $= pp$, & de même pour $ti$ & $te$, qu'on y mette leur valeur, on aura toute l'équation

$$\frac{t y^3 r + t y r x x + t d r y y + t d r x x}{y y \sqrt{y y + x x - r r} + r x y} +$$
$$+ \frac{t r y^3 + t r y x x + t d r y y + t d r x x}{y y \sqrt{y y + x x - r r} + r x y} +$$
$$+ \frac{r r x x - d d x x + r r y y + 2 r r d y + r r d d}{y y - r r} = p p + 2 p t.$$

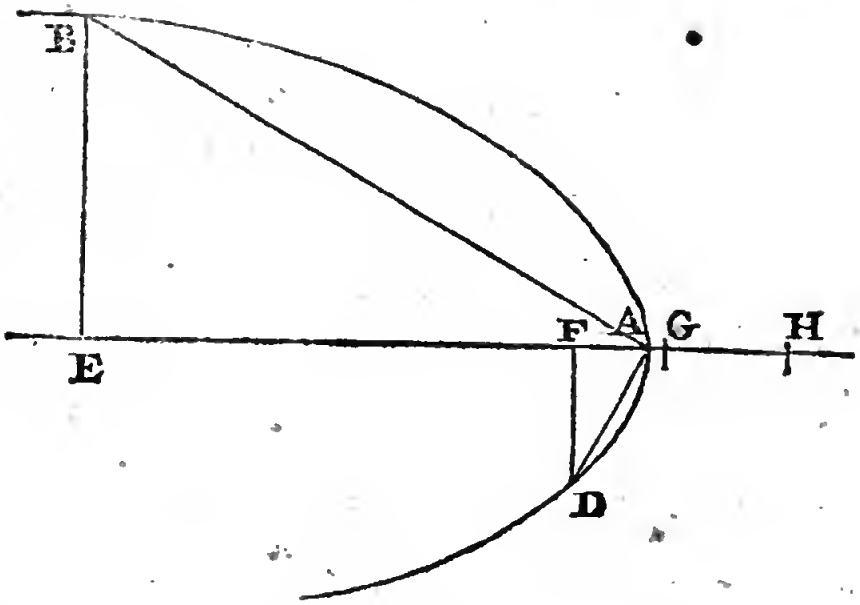
Mais cette équation se réduit à $\sqrt{yy + xx - rr} = \frac{ddxx - rrxx - rryy - 2rrdy - rrdd + 2tpyy - 2tprr + ppyy - pprr}{2trd + 2try}$, laquelle étant réduite, en ôtant le signe radical, sera le lieu d'une ligne courbe du second genre; c'est-pourquoi elle formera aussi sur le plan de la section une ligne du second genre. On la pourra facilement construire sur le plan de la base, en la réduisant & en se servant des touchantes du cercle de la base, lesquelles seront menées des points *E* & *M*. Mais dans le cas de la parabole où la directrice touche le cercle de la base, & où les *d* sont égales aux *r*, si dans toute cette équation on substitue *r* à la place de *d*, l'équation se réduira à la suivante $\sqrt{yy + xx - rr} = \frac{rryy - 2r^3 y - r^4 + 2tpyy - 2tprr + ppyy - pprr}{2trr + 2try}$; & posant $v - r = y$, & substituant ses valeurs à la place des valeurs de *y*, on réduira cette équation à $\sqrt{vv - 2vr + xx} = \frac{rvv + 2tpv - 4tpr + ppv - 2ppr}{2tr}$, dont chaque partie étant quarrée donnera un lieu à l'une des sections coniques; c'est pourquoi cette courbe formera aussi sur le plan de la section, une section conique qui sera le lieu des angles aigus ou obtus, dont les uns sont supplément des autres;

ce qui paroît par ce qui a été démontré dans le Lemme.

Mais comme la directrice de la ſection parabolique eſt auſſi la directrice de la ſection du cone du lieu, & que cette directrice coupe le lieu ſur la baſe, comme il eſt facile à voir par la conſtruction du lieu; car elle touche le cercle baſe du cone, & par conſéquent elle coupe la ſection conique baſe du lieu: c'eſt-pourquoi le lieu ſur la ſection ſera les hyperboles oppoſées, dont l'une ſera le lieu des angles obtus, laquelle eſt formée par la partie du lieu de la baſe coupée par la directrice, & laquelle eſt du côté du cercle baſe de la ſection parabolique, & l'autre partie ſera celle de l'autre côté qui donne les angles aigus.

Mais ſi l'on veut déterminer ſur l'axe de la parabole, qui eſt auſſi l'axe des hyperboles du lieu, quelle eſt la grandeur de leur axe, on le pourra faire par le moyen de la baſe; car le point de rencontre des deux touchantes du lieu ſur la baſe à l'endroit où la directrice la rencontre, formera le centre des ſections ou hyperboles oppoſées, & les extrémitez de l'axe ſur la baſe du lieu formeront les extrémitez de l'axe du lieu.

On pourra auſſi trouver la grandeur de l'axe des hyperboles du lieu ſur l'axe de la parabole, ſi dans la parabole $BAD$ dont l'axe eſt $AE$, on mene du ſommet $A$ la corde $AB$, qui faſſe l'angle $BAE$ égal à la moitié de l'angle aigu propoſé, & que du même ſommet $A$ on tire la corde $AD$ perpendiculaire à $AB$, qui par conſéquent fera l'angle $DAE$ égal à la moitié de l'angle obtus ſupplément de l'angle aigu propoſé. Ce ſera la même choſe ſi l'on commence par




par l'angle obtus. Des points *B* & *D* ayant tiré les ordonnées *BE*, *DF* à l'axe, le quart de *EF* ſera le quart de l'axe des hyperboles oppoſées du lieu qui ſera égale à *GH*, & le quart de *AF* ſera la diſtance *AG* dont le ſommet *G* de l'hyperbole du lieu des angles obtus ſera éloigné du ſommet *A* de la parabole; ce qui eſt évident par les proprietez des touchantes de la Parabole qui font des angles donnez.

# OCCULTATION DE JUPITER PAR LA LUNE OBSERVE'E EN PLEIN JOUR.

Par Mrs. CASSINI & MARALDI.

* NOUS avions trouvé par le calcul que le 27 de Juillet de cette année 1704 Jupiter devoit être caché par la Lune, & quoique ce calcul marquât que l'Eclipſe de Jupiter dût arriver de jour, nous ne perdîmes pas l'eſperance de la pouvoir obſerver; parceque dans une pareille Eclipſe arrivée l'an 1679, & en diverſes rencontres, M. *Caſſini* avoit obſervé cette Planete bien avant dans le jour, & qu'il y avoit un mois que nous l'obſervions au meridien même avec une Lunette de deux pieds. Nous nous préparâmes donc à obſerver cette Eclipſe; & pour tirer de ces obſervations la parallaxe de la Lune, nous prîmes ce jour-là le paſſage de ces deux Planetes par le meridien, & obſervâmes à differentes heures du jour la difference d'aſcenſion droite & de declinaiſon entre la Lune & Jupiter, par le moyen des fils qui ſe croiſent à angles de 45 degrez au foyer de la Lunette, ſuivant la methode de M. *Caſſini*.

à

* 23. Août 1704.

à 1h 22′ 51″ Après midi le bord Occidental de Jupiter commença de toucher le bord éclairé de la Lune avec une Lunette de 8 pieds.

1 22 57 Le même bord toucha la Lune avec une Lunette de 18 pieds.

1 24 20 Jupiter fut entierement caché par la Lune.

Pour observer la sortie de Jupiter du bord Occidental de la Lune, qui n'étoit pas visible à cause que la Lune étoit en décours, on tenoit toûjours la corne Septentrionale de la Lune dans l'intersection des quatre fils par le moyen de la machine parallatique ; & ayant observé à l'égard de ces fils l'endroit où Jupiter avoit été caché par le bord Oriental de la Lune, nous étions attentifs à pareille distance des fils vers l'Occident où devoit être le bord obscur de la Lune, & d'où devoit sortir Jupiter, que nous apperçûmes seulement lorsqu'il paroissoit à moitié sorti ; ce qui arriva à 2h 6′ 43″ après midi, & il sortit entierement à 2h 7′ 29″. Après ces observations on continua à comparer la Lune avec Jupiter qu'on voyoit distinctement, quoique sa lumiere ne fût pas aussi vive que celle d'un grand nombre d'étoiles fixes qu'on peut voir commodément pendant le jour avec des Lunettes ordinaires de 3 à 4 pieds. Cependant Jupiter qui au commencement de Juillet ne passoit au meridien que deux heures avant le Soleil, se voyoit mieux que Saturne qui passoit par le même meridien trois heures avant Jupiter ; & la lumiere de Saturne étoit encore plus foible que celle de Mercure, que nous avons vû le mois de Juin passé pendant plusieurs jours au meridien

même avec une Lunette de 3 pieds lorſqu'il étoit près de ſa digreſſion Occidentale; ce que nous avons continué de faire pendant pluſieurs jours au mois de Juillet lorſqu'il étoit dans ſa digreſſion Orientale.

Après avoir donné part à l'Academie de ces obſervations de Mercure, qui ſont les premieres qui lui ayent été communiquées, nous l'avons fait ſavoir à pluſieurs Aſtronomes avec leſquels nous avons correſpondance, afin qu'ils puiſſent s'appliquer auſſi à ces obſervations, par le moyen deſquelles on reglera plus facilement le mouvement de cette Planete.

Meſſieurs *Manfredi* & *Stancari* ont fait auſſi la même obſervation de Jupiter à *Bologne* chacun ſéparément de la maniere qui ſuit:

| | M. *Manfredi.* | M. *Stancari.* |
|---|---|---|
| Jupiter commença de toucher le bord de la Lune à | 2h 6′ 18″ | 2h 6′ 27″ |
| Tout Jupiter eſt caché par la Lune. | 2 7 48 | 2 7 39 |
| Quoiqu'ils fuſſent attentifs à l'Emerſion, ils ne purent voir Jupiter que lorſqu'ils jugerent qu'il étoit tout ſorti de la Lune. | 2 51 32 | 2 51 38 |

HIS-

# HISTOIRE DU FORMICA-LEO.

PAR M. POUPART.

* LE Formica-leo eſt un inſecte qui reſſemble aſſez bien à l'araignée, par ſes inclinations, par ſa maniere de filer, par la figure & par la moleſſe de ſon corps. † Il a auſſi quelque choſe du cloporte, & du premier coup d'œuil on le prendroit pour ce petit animal. Il eſt d'un gris ſale, & marqué de points noirs, qui ſont comme autant de petites aigrettes qui le font paroître tout armé de piquants comme un porc-épic, quand on le regarde avec la loupe. Son corps eſt entouré de pluſieurs anneaux qui le rendent tout ridé. Il a ſix pieds, quatre ſont attachez à ſa poitrine, & deux à une longue avance qu'on peut prendre pour ſon col. Sa tête eſt menue & plate, ſes deux cornes ſont dures, creuſes, longues de deux lignes, un peu plus groſſes qu'un cheveu, & crochues par le bout comme les ongles du chat. Quand on les regarde avec le microſcope, elles paroiſſent à peu près comme les cornes d'un grand ſcarabé, qu'on appelle cerf-volant. Il y a à chacune de leur baſe un petit œuil noir qui voit fort clair; car l'animal fuit au moindre objet qu'il apperçoit.

Cet

* 30. Août 1704. † FIG. 1. & 2.

Cet Insecte a été nommé *Formica-leo*, parcequ'il vit ordinairement des fourmis qui donnent dans ses embuscades : mais cela ne merite pas de le faire nommer un lion, car il n'a que la finesse du renard ; il seroit donc mieux de l'appeller *Formica-vulpes*.

La sobrieté est d'un grand secours à ce petit animal, d'autant qu'il ne vit que de quelques fourmis, ou autres insectes qui donnent par hazard dans ses pieges. Mais il n'y en a guere qui lui conviennent mieux que la fourmi, parceque tous les petits animaux qui ont des aîles évitent ses surprises ; la plûpart des autres sont trop gros, ou bien ils ont la peau trop dure pour être percez avec ses cornes.

Voici de quelle maniere il s'y prend pour attraper les insectes. Il se campe ordinairement sous le pied d'une vieille muraille pour être à couvert de la pluie. Il faut que cet endroit soit garni d'un sable fort menu & bien sec, afin qu'il y puisse faire une fosse ou tremie qui ait la figure d'un cone concave renversé.

Quand il ne veut creuser qu'une petite fosse, il courbe en bas son derriere qui est fait en pointe, dont il se sert comme d'une espece de soc de charrue, avec lequel il laboure la terre en marchant à reculons & à petites secousses. Lorsqu'il est arrivé à une petite profondeur, il jette le sable fort haut avec sa tête à divers coups, réïterez promptement, & sa tremie se trouve faite.

Mais lorsqu'il veut faire une fosse profonde, il trace d'abord un grand cercle qui est la base du cone ou de la fosse qu'il veut creuser.

Digitized by Google

creuſer. * Il s'enfonce enſuite ſous le ſable, qu'il jette fort haut avec ſa tête à chaque pas qu'il fait toûjours à reculons. En deſcendant il décrit une ligne ſpirale, qui va finir interieurement à la pointe du cone concave qu'il a formé.

† Sa tête eſt fort propre pour jetter le ſable, car elle eſt plate, & ſon col fort long quand il ne le retire pas : Ainſi il peut donner de grandes ſecouſſes, comme je l'ai vû faire à ceux que j'ai obſervé, qui jettoient quelquefois à un demi pied de leurs tremies les petits animaux qu'ils avoient ſuccez. Quand la foſſe eſt achevée, il ſe tient à côté de ſon fond, & il ne fait paroître que ſes deux cornes qu'il écarte dans la pointe de la foſſe.

Pendant qu'il eſt ainſi en embuſcade, ſi quelque fourmi ou autre inſecte ſemblable vient à paſſer ſur le bord de ſa foſſe, & qu'il faſſe ébouler du ſable dans le fond, cela avertit le Formica-leo qu'il y a du gibier pour lui. Alors il jette du ſable avec ſa tête ſur la fourmi pour la faire tomber dans le fond de la foſſe entre ſes deux cornes, car il ne court jamais après elle. Mais comme cela n'arrive pas toûjours du premier coup, & qu'elle s'apperçoit des pieges qu'on lui tend, elle grimpe pour ſortir de la foſſe, & quelquefois elle retombe à cauſe de la mobilité du ſable; elle veut enfin remonter, mais le Formica-leo qui eſt toûjours à l'aguet, jette encore du ſable ſur la fourmi. Si elle tombe entre ſes cornes il la ſerre, & les plonge aſſez avant dans ſon corps, car il les peut même croiſer l'une ſur l'autre; il la tire quelque-

* Fig. IV. † Fig. III.

quefois ſous le ſable, & la ſucce tant qu'il y trouve de l'humeur. Quand il ne reſte plus que la peau de la fourmi, il la jette hors de ſa tremie; & ſi elle eſt démolie, il la raccommode pour une ſeconde chaſſe.

Cet animal mourroit plûtôt de faim que d'aller chercher ſa vie comme font les autres inſectes; mais ce n'eſt pas par lâcheté comme on le pourroit croire qu'il fait cette guerre de renard, il ne la peut faire autrement, parcequ'il ne marche jamais qu'à reculons, & à petites ſecouſſes. Il eſt jour & nuit à l'afus caché ſous le ſable dans le fond de ſa foſſe; parceque ne pouvant chercher ſon gibier, il faut que le hazard le lui amene, ce qui arrive rarement; ainſi il eſt obligé de faire avec le temps, ce que la nature ne lui permet pas de faire par la courſe.

Mais il ſemble pour les raiſons que je vais apporter, que toutes ces ruſes ſont inutiles pour la ſubſiſtance de ce petit animal, qu'on diroit n'attraper les inſectes que par inclination, & pour s'en divertir comme fait le chaſſeur qui ne va à la chaſſe que pour ſon plaiſir.

1°. Il ne ſerre jamais les inſectes qu'avec l'extrémité de ſes cornes, qui ſemblent n'être point percées par le bout; ainſi il eſt difficile de ſe perſuader qu'il attire le ſuc de ces petits animaux par cet endroit.

2°. Quand on le regarde avec la loupe, on n'apperçoit point qu'il allonge un aiguillon pour ſuccer les petits animaux qu'il attrape, comme font pluſieurs inſectes, & l'on voit toûjours une diſtance conſiderable entre ſa tête, & l'animal qu'il tient avec la pointe de ſes cornes.

3°. L'on a mis pluſieurs Formica-leo dans une

une boete qu'on a fermée exactement pendant ſix mois, de peur qu'il ne tombât quelques inſectes dans leurs foſſes; cependant ils ont vêcu comme ceux à qui l'on a donné des mouches, & ils ont fait leurs tremies, & les changemens dont on parlera dans la ſuite: ce qui pourroit faire croire que le Formica-leo peut vivre ſans recevoir de nourriture.

Mais quand on conſidere que ſes cornes croiſſent après qu'on les a coupées; qu'il devient plus petit quand il ne prend point d'aliment; qu'après avoir ſeulement attrapé un inſecte, il paroît beaucoup plus gros qu'il n'étoit, & qu'ayant ſuccé une mouche pendant deux ou trois heures, elle devient ſeche à ſe réduire en poudre en la froiſſant entre les doigts; l'on eſt perſuadé que quoiqu'il puiſſe vivre ſans qu'on s'apperçoive par quel endroit il tire ſa nourriture, il ne laiſſe pas d'en recevoir.

Je croi donc qu'on pourroit regarder les cornes du Formica-leo comme deux ſeringues avec leſquelles il pompe le ſuc des animaux. En effet je les ai conſiderées avec un microſcope à liqueurs qui groſſit extrémement les objets, & j'ai apperçû un corps tranſparent & membraneux, qui va tout du long de la cavité de la corne, qui pourroit bien être le piſton de la ſeringue.

Quand le Formica-leo eſt parvenu à un certain âge, & qu'il veut ſe renouveller afin de paroître ſous une autre forme; alors il ne fait plus de tremies, mais il laboure le ſable, ſur lequel on ne voit plus que des traces, & des routes fort irrégulieres.

* Après qu'il a long-temps labouré, il s'arrête

* Fig. V.

rête ſous le ſable où il fait une boule creuſe dans laquelle il ſe renferme pour changer de forme. Cette boule eſt faite de ſoye, de cole & de ſable, le tout mêlé enſemble. Il file la ſoye avec ſon derriere à peu près comme fait l'araignée : la cole ſort de toutes les parties de ſon corps, & il prend le ſable dans le lieu où il fait ſa retraite.

Pour faire cette boule il tourne inſenſiblement en rond comme ſur un centre, en portant ſon derriere à droit & à gauche qu'il fait toucher au ſable pour y attacher la ſoye, ſoit qu'elle s'embarraſſe aux inégalitez des grains de ſable, ſoit qu'elle s'y cole avec la matiere gluânte dont elle peut être empreinte. De quelque maniere que la choſe arrive, les grains de ſable ſont ſi bien attachez à la ſoye, qu'il eſt aſſez difficile de les en ſeparer, même en la ſecouant très-fort tandis que l'ouvrage eſt encore tout molaſſe, ou bien en la frotant avec les doigts.

Cette ſoye eſt incomparablement plus fine que la ſoye ordinaire, puiſqu'on ne la peut guere appercevoir qu'avec le ſecours du microſcope. Pour la bien voir il faut déterrer l'ouvrage de ces petits animaux avant qu'il ſoit entierement achevé ; on le trouvera moû comme du coton, parcequ'il n'a pas encore été endurci par la cole qui ne ſort que fort lentement du corps de l'animal : on levera cette ſoye en l'air avec la pointe d'une aiguille, & l'on verra de l'eſpace entre les grains de ſable qui ſont ſuſpendus, ſans qu'on puiſſe appercevoir la ſoye à moins de ſe ſervir d'une loupe, tant il eſt vrai que cette ſoye eſt fine.

Il eſt impoſſible ſans quelque artifice de voir com-

comme ces petits animaux filent leur ſoye, & comme ils bâtiſſent leurs loges, parcequ'ils travaillent toûjours ſous le ſable. Il faut pour cela leur ôter pluſieurs fois leurs ouvrages avant qu'ils ſoient achevez, ils les recommenceront, & à la fin ces petits animaux deviendront ſi foibles qu'ils n'auront plus la force de ſe cacher ſous le ſable comme ils ont accoûtumé de faire, & alors on leur verra filer lentement leur ſoye avec le derriere ſur la ſuperficie du ſable, de la maniere que je l'ai déja fait remarquer.

Après que le Formica-leo a long-temps travaillé, il ſe trouve au milieu d'une groſſe boule molle, qui n'eſt encore faite que de ſoye & de ſable mêlez enſemble. Cette boule s'endurcit peu à peu en s'humectant de la viſcoſité qui ſort du corps de l'animal, laquelle pénétre cette loge de tous côtez.

Ce qui m'aſſura principalement qu'il transfudoit une humeur gluante du corps de ces petits animaux, c'eſt qu'il s'attacha pluſieurs grains de ſable ſur le col d'un de mes Formica-leo, qui formerent un petit rocher aſſez dur. Pendant qu'il eut cette maſſe ſur le col il ne fit plus de tremie, parceque ce fardeau lui empêchoit le mouvement de la tête. Je caſſai ce petit rocher avec des pinces, auſſi-tôt le Formica-leo fit ſa tremie, & quelque temps après il travailla à former ſa loge.

Quand le Formica-leo eſt renfermé dans ſa maiſonnette, il la drape par dedans avec la ſoye qu'il file. Cette ſoye ne ſe mêlant plus avec le ſable, il ſe forme un tiſſu fort ſerré, qui reſſemble à un petit ſatin couleur de perle, dans lequel l'animal reſte en repos la tête en-

tre les jambes. On pourroit croire d'abord que ce ſatin eſt une cole ſeche qui s'eſt détachée du corps de l'animal; mais ſi cela étoit, on le caſſeroit aiſément quand on le plie, ce qui n'arrive point, & il ne ſeroit pas flexible comme il eſt. D'ailleurs cette petite étoffe eſt continue à la loge, du moins elle y eſt ſi bien attachée qu'on ne l'en peut ſeparer ſans détruire la boule. J'ai mis ce ſatin dans de l'eau pendant quelques jours, il ne s'eſt point fondu comme il ſemble que devroit faire de la cole, mais il a perdu ſa belle couleur; ce qui perſuade que le peu de cole qui s'étoit mêlée avec la ſoye & qui lui donnoit peut-être cette belle couleur s'eſt fondue, & que l'étoffe eſt reſtée toute ſeule. Ce petit ſatin reſſemble un peu à celui que font certaines araignées ſur les feuilles des arbres, qui leur ſert de loge ou de nid pour faire leurs œufs, mais il eſt plus épais que celui de ces araignées.

Pour marquer que le Formica-leo ne travaille à draper ſa maiſonnette par dedans qu'après qu'elle eſt achevée; c'eſt que ſi on l'ouvre avant qu'elle ſoit endurcie, on ne la verra point tapiſſée du ſatin dont on a parlé.

Mes Formica-leo reſterent dans leurs loges pendant ſix ſemaines ou deux mois avant que de ſe changer en vermiſſeaux; mais le temps qu'ils y reſtent n'eſt point fixé. Ils avoient la tête entre les jambes afin de s'arrondir autant qu'ils pouvoient pour occuper moins de place, & s'accommoder à la figure concave de leurs petites boules.

Quand il fut temps de changer de figure, ils commencerent à ſe dépouiller de leur premiere peau, à laquelle leurs cornes, leurs yeux & leurs

leurs poils resterent attachez. Cette peau ressembloit pour lors à un petit peloton ratatiné, blanchâtre par dedans, qui avoit une ouverture tout au long du ventre par laquelle étoit sorti un insecte dont on va parler.

Après que le Formica-leo a quitté sa peau, il paroît * sous la forme d'un vermisseau qui a environ trois lignes de long, quatre aîles membraneuses, six pieds, deux grosses cornes ou antennes molles & creuses, deux yeux noirs, & deux tenailles en forme de scie qui lui servent de dents. Ce vermisseau reste encore quelque temps dans sa petite retraite avant que de paroître sous une nouvelle forme; mais on ne peut savoir le temps qu'il y demeure, parceque le Formica-leo dont il sort est caché dans sa loge quand il se métamorphose en ver.

Lorsque le vermisseau veut sortir de sa maisonnette pour se métamorphoser, il y fait un petit trou rond avec ses dents qui ressemblent assez bien à celles des sauterelles. Cependant le trou qu'il y fait ne paroît pas rond, parceque la piece y demeure ordinairement attachée par un côté, † ce qui rend le passage si étroit, que la moitié du vermisseau reste dans la loge, & l'autre moitié dehors. En cet état le vermisseau n'est plus vivant, ce n'est qu'un fourreau membraneux & transparent, qui a des cornes ou antennes, des yeux, des dents, des aîles, des pieds, &c. qui sont les étuis de semblables parties d'une belle mouche qu'on appelle Demoiselle, qui est sortie de ce fourreau par une crevasse qui s'est faite sur son dos proche de sa tête. Cette mouche a quinze ou seize lignes de

* Fig. VI. VII. & VIII. † Fig. IX.

de long, mais ſes aîles n'en ont d'abord que deux; parce qu'ayant été emboetées en des étuis qui n'ont auſſi que deux lignes, elles en ont pris la figure & la grandeur. Elles ſont humides & pliſſées de pluſieurs plis qui ſe développent en deux minutes de temps, & deviennent plus longues que ſon corps. Lorſque la Demoiſelle eſt ſortie de ſon fourreau, elle reſte quelque temps ſur ſes pieds ſans mouvement pour deſſecher ſes aîles afin de prendre la volée *, & jouïr d'une vie plus heureuſe que celle qu'elle menoit ſous la peau du pauvre Formica-leo.

Tandis que la Demoiſelle eſt renfermée dans ſon vermiſſeau; elle ne peut avoir que trois lignes de long, parce qu'il n'a lui-même que cette grandeur: mais auſſi-tôt qu'elle en eſt ſortie, elle s'allonge de plus de quinze lignes. Ce déployement ſubit vient de ce que pendant que la Demoiſelle eſt encore dans ſon fourreau, elle eſt raccourcie & pliée comme un courcaillet qu'on preſſeroit par les deux bouts. Mais auſſi-tôt qu'elle en eſt ſortie, elle s'étend de toute ſa grandeur, comme une éponge qu'on ſerre entre les doigts, qui reprend ſa groſſeur quand on ne la preſſe plus.

En l'année 1703 les Formica-leo que j'avois obſervé ne changerent point en Demoiſelles; cette métamorphoſe n'arriva que l'année ſuivante. Cela me fait croire que ces petits animaux ne changent pas dès la premiere année, & qu'il leur faut un certain âge avant que de ſe métamorphoſer

Après que la Demoiſelle eſt ſortie, ſi l'on ouvre

* FIG. X.

ouvre la maiſonnette où s'étoit renfermé le Formica-leo, on verra comme nous avons dit qu'elle eſt tapiſſée d'un petit ſatin poli & couleur de perle. On y trouvera la peau du Formica-leo qui eſt ce petit peloton ratatiné, applati & heriſſé de poils dont on a déja parlé. On y remarquera auſſi le fourreau membraneux qui enveloppoit immédiatement la Demoiſelle. Mais ce qu'il y a de ſingulier, * c'eſt qu'on y trouve quelquefois un œuf que la mouche y fait avant que d'en ſortir. Cet œuf a deux lignes de long, une d'épaiſſeur, & reſſemble un peu à un petit gland allongé. Sa coquille eſt dure, & toute ſemblable à celle des œufs des poules. La ſubſtance qu'il contient n'eſt pas fluide, & j'ai remarqué que l'œuf changeoit de couleur en differens temps. J'ai expoſé un de ces œufs pendant quelques jours aux grandes chaleurs du Soleil, la matiere qu'il renfermoit eſt devenue dure & noire comme de l'encre.

Il ſemble que ces petites Demoiſelles ne font qu'un œuf, car on n'en a trouvé qu'un dans le corps de quelques-unes qu'on a ouvertes: un ſeul qu'une autre avoit dépoſé dans ſa loge avant que d'en ſortir, & une Demoiſelle étant montée au haut de la boete dans laquelle on l'avoit renfermée, quelques heures après elle fit auſſi un œuf. Cependant il n'y a pas d'apparence que chacune de ces Demoiſelles ne faſſent qu'un œuf, parcequ'il s'en trouve toûjours quelques-uns qui ne ſont pas féconds, & quelques autres produiſent des mâles, d'où il eſt aiſé de conclurre que peu à peu l'eſpece auroit entierement manqué.

On

* Fig. XI.

On peut voir par la précipitation avec laquelle ces Demoiſelles font leurs œufs, qu'elles n'attendent pas toûjours les approches du mâle pour les dépoſer. C'eſt peut-être à cauſe de la rareté de ces accouplemens que les Formica-leo & les petites Demoiſelles qui en ſortent ſont aſſez rares.

Les petites boules dans leſquelles ſe renferment les Formica-leo ſont abſolument neceſſaires pour la naiſſance des Demoiſelles; car j'en ai rompu quelques-unes pour mettre le Formica-leo à nud ſur le ſable dans le temps qu'ils étoient prêts de ſe métamorphoſer, ils n'ont pas laiſſé de ſe dépouiller de leur peau; mais les Demoiſelles n'ont pû ſortir des vermiſſeaux dans leſquels elles étoient renfermées, quoiqu'elles ayent vêcu fort long-temps après, & fait pluſieurs mouvemens pour en ſortir. Un des principaux uſages de cette boule, c'eſt que par ſon moyen la Demoiſelle ſe dépouille du vermiſſeau dans lequel elle eſt renfermée, en paſſant avec difficulté par le petit trou que le même vermiſſeau y fait avec les dents.

Il faut remarquer que les differentes Demoiſelles qu'on voit voltiger durant l'été le long des ruiſſeaux & autour des buiſſons ne ſortent pas toutes de ce petit animal. Celles qui en viennent ont deux antennes qui ſont menues proche la tête, & vont en groſſiſſant juſqu'au bout. Elles ont deux gros yeux aux côtez de la tête, & n'en ont point deſſus comme les autres eſpeces de Demoiſelles. Leur ventre n'eſt point canelé tout du long comme il arrive aux autres, & le bout de leur queue eſt heriſſé de poils. Leurs aîles ſont d'un blanc cendré marquées de quelques points noirs, & ne ſont bi-

gar-

garrées d'aucunes vives couleurs. Ainſi il y a de l'apparence que les belles mouches que la varieté des couleurs a fait nommer Demoiſelles, auſſi bien que toutes leurs differentes eſpeces ont une autre origine.

Il y a deux autres belles eſpeces de grandes Demoiſelles, dont l'origine eſt bien differente de celles dont nous venons de parler. Elles viennent de deux animaux aquatiques qui ne reſſemblent point au Formica-leo.

Nous ferons voir quelque jour que les animaux d'où ſortent ces grandes eſpeces de Demoiſelles ſont de veritables poiſſons; car nous avons remarqué leurs ouïes, & nous les avons fait deſſiner par avance à la Figure 14. & 15. & les animaux tous entiers à la Figure 12. 13. & 16.

## EXPLICATION DES FIGURES.

1. CEtte Figure repréſente le Formica-leo deſſiné trois fois auſſi grand que nature, pour faire voir comme il eſt heriſſé de piquans. Il n'y a rien de plus naturel que ce deſſein.

2. Le deſſous du Formica-leo.

3. La tête & le col du Formica-leo ſeparez de la poitrine, & deſſinez beaucoup plus grands que nature, afin qu'on puiſſe voir diſtinctement les plus petites parties.

4. La foſſe ou tremie que le Formica-leo a faite pour y faire tomber les inſectes. Il eſt caché au fond, où il ne fait paroître que ſes cornes, qu'il tient écartées pour être tout prêt à ſaiſir les petits animaux.

5. La loge dans laquelle le Formica-leo s'eſt renfermé pour changer de forme.

6. Vermiſſeau qui paroît après que le Formica-leo

leo a quitté ſa peau, dans lequel la Demoiſelle (10) eſt renfermée.

7. Cette Figure repréſente le Vermiſſeau (6) deſſiné beaucoup plus grand que nature, afin qu'on puiſſe voir diſtinctement ſes yeux, ſes pieds, ſes aîles, qui ſont des fourreaux dans leſquels les mêmes parties de la Demoiſelle ſont renfermées.

8. Cette Figure groteſque qu'on a deſſinée beaucoup plus grande que nature, eſt le Vermiſſeau qu'on a repréſenté à la Figure 6 & 7, en la ſituation où il eſt dans ſa loge. Il a le dos courbé, afin de s'accommoder à la figure de ſa loge, & d'occuper moins de place.

9. La boule ou loge du Formica-leo avec le Vermiſſeau marqué 6, qui eſt partie dedans & partie dehors, dont la Demoiſelle (10) eſt ſortie par une crevaſſe qui s'eſt faite ſur le dos du vermiſſeau.

10. Cette Figure repréſente la Demoiſelle qui eſt ſortie du Vermiſſeau 6, ou 7, ou 8. Il ſemble que ce deſſein vole, & que c'eſt un corps aerien tant il paroît leger.

11. Les œufs que les Demoiſelles font preſque auſſi-tôt qu'elles ſont ſorties de leurs petites loges ou boules.

12. Animal aquatique, d'où ſort une grande eſpece de Demoiſelle, autre que celle qui vient du Formica-leo. Ce petit animal eſt un veritable poiſſon.

13. Le deſſous de l'animal aquatique repréſenté à la Figure 12.

14. Maniere de maſque qui couvre la tête de l'animal aquatique marqué 12, qui ſont ſes ouïes vûes par dehors.

15. Maſque qui couvre le devant de la tête de l'animal aquatique marqué 12, qui ſont ſes ouïes vûes par dedans.

16. Autre animal aquatique un peu different du précédent, d'où ſort une grande eſpece de Demoiſelle

332
leo
eſt r
7.
ſiné
puiſſ
les,
part
8.
cou
a re
il e
con
de
9
miſ
hor
cre
I
ſort
ce
par
aui
ou
pec
Fo
ſon
la
nir
pa
nir
pa
pr

ſelle bigarrée de belles couleurs. On diroit que ces trois petits animaux ſeroient vivans.

# OBSERVATIONS

## *De la conjonction de Jupiter avec la Lune, au matin du 24 Août 1704 à l'Obſervatoire.*

Par M. DE LA HIRE.

* JUPITER étant proche de ſa conjonction avec la Lune, nous l'obſervâmes avec le micrometre appliqué à la Lunette de 7 piez.

Nous trouvâmes qu'à $1^h$ $55'$ $50''$ il étoit éloigné de la ligne qui paſſoit par le centre & par les cornes de la Lune de $32'$.

A $2^h$ $11'$ $56''$ ſon éloignement à la même ligne étoit de $25'$ $20''$.

A $2^h$ $25'$ il n'étoit plus éloigné de la même ligne que de $18'$ $20''$.

A $2^h$ $32'$ la diſtance entre le centre de Jupiter & la ligne qui touchoit la Lune, & qui étoit perpendiculaire à celle qui paſſoit par les cornes $2'$ $14''$.

A $2^h$ $36'$ $25''$ le centre de Jupiter étoit dans la ligne touchante de la Lune, laquelle étoit parallele à celle qui paſſoit par les cornes.

A $2^h$ $53'$ $0''$ le centre de Jupiter étoit dans la touchante de la Lune, laquelle étoit perpendiculaire à celle qui paſſoit par les cornes.

A

* 5. Septembre 1704.

A $3^h$ $10'$ $6''$ le centre de Jupiter étoit dans la ligne qui passoit par les cornes & par le centre de la Lune. Cette ligne a été déterminée exactement par le moyen de deux filets du micrometre qui étoient éloignez l'un de l'autre de la distance du demi-diamêtre de la Lune, & par le moyen des cornes visibles. La distance du centre de Jupiter à la corne australe étoit alors de $1'$ $54''$, & ç'a été le vrai temps de la conjonction apparente de ces deux astres.

Nous avons aussi observé le diametre de Jupiter de $41''$ avec le micrometre appliqué à une Lunette de 16 piez.

Nous trouvâmes aussi le diamêtre de la Lune à la hauteur de 28° à peu près, & à $2^h$ $16'$ de $30'$ $5''$.

---

# CONJONCTION DE JUPITER AVEC LA LUNE

*Observée le 24 Août 1704.*

Par Mrs. CASSINI & MARALDI.

* APRE'S l'occultation de Jupiter par la Lune arrivée le 27 Juillet, nous avons observé la conjonction de la même Planete fort proche de la Lune le matin du 24 Août; ce que nous avons fait en observant avant & après

* 6. Septembre 1704.

après la conjonction les differences d'ascension droite & de declinaison entre la Lune & Jupiter par les passages de la Lune & de Jupiter par les fils qui se croisent au foyer de la Lunette de la maniere qui a été expliquée autrefois.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Le 22 Août le centre de la Lune passa au meridien à | 5h | 43′ | 16″ |
| Et le bord à | 5 | 44 | 18 |
| La hauteur meridienne de la corne superieure de la Lune fut de | 59° | 11 | 50 |
| Celle de la corne inferieure | 58 | 41 | 10 |
| Le centre de Jupiter passa au meridien à | 7 | 21 | 14 |
| Et sa hauteur meridienne fut de | 63 | 53 | 0 |
| Le 23 Août le centre de la Lune passa au meridien à | 6 | 3 | 58 |
| Le bord suivant de la Lune passa au meridien à | 6 | 33 | 5 |
| Hauteur meridienne de la corne superieure | 62 | 5 | 0 |
| Hauteur meridienne de la corne inferieure à | 61 | 33 | 30 |
| Le centre de Jupiter passa au meridien à | 7 | 18 | 13 |
| Le bord de la Lune au fil perpendiculaire à | 11 | 55 | 46 |
| Jupiter au fil perpendiculaire. | 12 | 1 | 27 |
| Difference du passage. | 0 | 5 | 41 |
| Difference de declinaison en temps dont Jupiter étoit plus meridional que la corne Septentrionale de la Lune. | | 0 | 22 |
| Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter ; mais | | | |

cet-

| | | | |
|---|---|---|---|
| cette obſervation n'eſt pas exacte, à cauſe que Jupiter étoit fort près de la Lune. | 1h | 25′ | 47″ |
| Le centre de la Lune au fil perpendiculaire. | 1 | 56 | 13 |
| Le bord au même fil. | 1 | 57 | 21 |
| Jupiter au même fil. | 1 | 58 | 39 |
| Difference d'aſcenſion droite entre le bord de la Lune & Jupiter. | | 1 | 18 |
| En temps difference de declinaiſon à l'égard de la corne meridionale. | | 0 | 36 |
| Le bord au fil perpendiculaire. | 2 | 7 | 19½ |
| Le centre de Jupiter. | 2 | 8 | 18 |
| Difference. | | 0 | 55½ |
| Difference de declinaiſon. | | | 29 |
| Le bord au fil perpendiculaire. | 2 | 16 | 40 |
| Jupiter au même fil. | | 17 | 18 |
| Difference d'aſcenſion droite. | | 0 | 38 |
| Difference de declinaiſon. | | | 24 |
| Le bord de la Lune au fil perpendiculaire. | 2 | 24 | 58 |
| Le centre de Jupiter. | 2 | 25 | 20 |
| Difference de declinaiſon en temps vers le Septentrion à l'égard de la corne meridionale. | | 0 | 22 |
| | | 0 | 18½ |
| Le bord de la Lune au fil perpendiculaire. | 2 | 34 | 7 |
| Le centre de Jupiter. | 2 | 34 | 13 |
| Difference d'aſcenſion droite. | | 0 | 6 |

Par les obſervations faites à 2h 25′, & à 2h 34′, on trouve que Jupiter & le bord ſuivant de la Lune avoient la même aſcenſion droite à 2h 37′ 33″.

Et par la comparaiſon des obſervations faites à 2h 25′, & 3h 14′, Jupiter arriva au parallele de la corne meridionale de la Lune à 2h 57′ 47″.

A $3^h\ 4'\ 9''$ le Satellite fut perpendiculaire à la corne meridionale à la diſtance d'un diamêtre de Jupiter.

A $3^h\ 10'\ 14''$ le bord précedent de Jupiter fut perpendiculaire à la corne.

A $3^h\ 11'\ 56''$ le bord ſuivant de Jupiter fut perpendiculaire à la corne.

Donc à $3^h\ 11'\ 5''$ le centre de Jupiter fut perpendiculaire à la corne, qui eſt le temps de ſa conjonction en longitude ; & pour lors le centre de Jupiter étoit éloigné de deux de ſes diamêtres de la corne meridionale.

La conjonction de Jupiter avec la Lune en longitude préceda la conjonction en aſcenſion droite de preſque de deux minutes de temps, & elle arriva à $3^h\ 13'\ 3''$, comme on la tire par les obſervations ſuivantes.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Jupiter au fil perpendiculaire à | $3^h$ | $13'$ | $45''$ |
| Le bord de la Lune au même fil. | 3 | 14 | 57 |
| Difference du paſſage entre le centre de Jupiter & le bord de la Lune. | | 1 | 12 |
| Difference de declinaiſon entre la corne de la Lune & Jupiter, dont Jupiter eſt plus meridional. | | 0 | $9\frac{1}{2}$ |
| Jupiter au fil perpendiculaire. | 3 | 15 | 52 |
| Le bord de la Lune. | 3 | 19 | 7 |
| Difference d'aſcenſion droite. | | 1 | 15 |
| Difference de declinaiſon. | | | $10\frac{1}{2}$ |
| Jupiter au fil perpendiculaire. | 3 | 18 | $14\frac{1}{2}$ |
| Le bord de la Lune au fil perpendiculaire. | 3 | 19 | 35 |
| Difference d'aſcenſion droite. | | 1 | $20\frac{1}{2}$ |
| Difference de declinaiſon. | | | $12\frac{1}{2}$ |
| Jupiter au fil perpendiculaire. | 3 | 22 | $10\frac{1}{2}$ |
| Le bord au fil perpendiculaire. | | 23 | 37 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Difference d'aſcenſion droite. | | | 1′ 27″ |
| Difference de declinaiſon meridionale. | | | 13 ½ |
| Jupiter au fil perpendiculaire. | 3 | 25′ | 17 ½ |
| Le bord de la Lune au fil perpendiculaire. | 3 | 26 | 50 |
| Difference d'aſcenſion droite entre Jupiter & le bord de la Lune. | | 1 | 32 ½ |
| Difference de declinaiſon. | | 0 | 32 ½ |

# DESCRIPTION ET USAGE D'UN NIVEAU D'UNE NOUVELLE CONSTRUCTION.

Par M. DE LA HIRE.

* LEs grandes conduites d'eau que les Anciens ont faites, auroient pû nous perſuader qu'ils étoient fort ſavans dans l'Art de niveler, ſi les inſtrumens dont ils ſe ſont ſervis & tout l'artifice qu'ils y ont employé n'étoient venus juſqu'à nous dans les Ouvrages de *Vitruve*. Leur grand Niveau qu'ils appelloient le *Chorobate* étoit une piece de bois de 20 piez de longueur, ſoûtenue par quelques pieces aux extrémitez, & qui avoit dans ſa partie ſuperieure un canal qu'on rempliſſoit d'eau, avec quelques petits plombs qui pendoient aux côtez, pour s'aſſurer ſi cette piece étoit de niveau; & c'é-

* 12. Novembre 1704.

c'étoit toute la longueur de leurs nivellemens, car ils tranſportoient le *Chorobate* de 20 piez en 20 piez pour conduire leurs ouvrages.

Mais les nouvelles découvertes qu'on a faites dans l'Academie des Sciences, & les differens niveaux qu'on y a inventez avec les Lunettes d'approche qui y ſervent de pinnules, nous ont donné moyen de faire des nivellemens d'une bien plus grande juſteſſe, & avec beaucoup plus de facilité que tout ce qui avoit été fait juſqu'alors; puiſqu'on peut niveler tout d'un coup une diſtance de 1000 toiſes ſans aucune erreur ſenſible.

Nous avons entre les mains les niveaux de Meſſieurs *Picard*, *Mariotte*, *Huygens*, *Thevenot* & *Roemer*, dont les conſtructions ſont toutes differentes, & j'en ai auſſi donné un qui tire ſa juſteſſe de la ſuperficie de l'eau, dont j'ai fait imprimer la deſcription dans le *Traité du Nivellement* de M. *Picard* en 1684, & qu'on a copié enſuite dans les *Memoires de l'Academie* en 1699. Mais les nivellemens que j'ai faits autrefois par ordre du Roi en differens endroits & à differentes repriſes par l'eſpace de près de 100 lieues, m'ont fait connoître que tous ces niveaux avoient de grandes incommoditez dans l'uſage qu'on en fait, & qu'on ne pouvoit les tranſporter facilement ſans être obligé de les rectifier, & quelquefois d'en rétablir les pinnules, ce qui demande des operations aſſez embarraſſantes. Ce n'eſt pas qu'il ſoit neceſſaire de ſe ſervir d'un niveau qui ſoit juſte pour faire des nivellemens exacts, puiſqu'on en peut facilement venir à bout en prenant quelques précautions, comme il eſt marqué dans le *Nivellement* de M. *Picard*, & comme je l'ai ex-

pliqué enſuite dans un petit *Traité du Nivellement* que j'ai donné au public.

Le niveau dont je donne ici la deſcription, & que j'ai fait depuis quelque temps, eſt conſtruit ſur un principe different de tous les autres niveaux qui ont paru juſqu'à préſent: car ils tirent tous leur juſteſſe ou du centre de gravité du corps de tout le niveau, lequel eſt ſuſpendu par un corps flexible ou autrement, ou d'un plomb auſſi ſuſpendu à un fil très-délié comme un cheveu, ou enfin de la ſuperficie de l'eau ou de quelqu'autre corps liquide dont la ſuperficie ſe met toûjours de niveau. Mais celui-ci n'eſt point ſuſpendu par quelque corps que ce ſoit, au contraire le centre de gravité du corps qui lui ſert de regle comme à pluſieurs autres, eſt placé audeſſus du point d'appui, enſorte que s'il étoit poſſible de faire que le centre de gravité du corps qui eſt un point mathematique, demeurât immobile ſur l'appui, qui eſt un point le plus fin qu'il eſt poſſible de le faire; on auroit alors le veritable niveau, qui ſeroit la ligne perpendiculaire menée à celle qui paſſe par le centre de gravité & par l'appui. Mais comme il eſt impoſſible de faire que le centre de gravité demeure dans une poſition fixe audeſſus du point d'appui, on prend pour le vrai niveau la poſition où ce point eſt comme indifferent à tomber d'un côté ou d'autre.

On dira peut-être que ce principe n'eſt pas ſi juſte que celui où le corps peſant eſt ſuſpendu par un corps flexible; mais pour peu qu'on faſſe reflexion ſur ces ſuſpenſions, on verra qu'il y a des irregularitez très-grandes qui ſont cauſées par la nature de ces corps, outre que ſi toute la machine eſt expoſée à un petit vent, elle

elle eſt dans un balancement & dans une agitation continuelle, & il eſt impoſſible de déterminer le niveau. Je ne parle point des remedes qu'on a apportez à ces balancemens, comme de faire plonger le poids ſuſpendu à la machine dans de l'eau ou dans de l'huile pour en arrêter les vibrations, puiſque ce remede par lui-même a de grandes incommoditez, & qu'il n'eſt pas encore ſuffiſant.

Celui que je propoſe eſt ferme, ſolide & inébranlable étant une fois bien conſtruit, & il ſe peut tranſporter comme on voudra ſans craindre qu'il puiſſe s'alterer; & ſi l'on y fait quelque changement, il ſera très-facile de le rectifier ſans changer de place, ou, comme on dit, d'une ſeule ſtation.

Les nouvelles pinnules ſur du verre, comme je les ai propoſées à l'Academie, & comme elles ſont décrites dans les *Memoires de l'année* 1700, & dans mes *Tables Aſtronomiques*, lui donnent auſſi un très-grand avantage par deſſus tous les autres; car ces pinnules ſont inalterables à tous les changemens de l'air, & ne ſauroient être gâtées par quelqu'autre accident que ce ſoit, quoiqu'elles ſoient au moins auſſi fines & déliées que les filets de ver à ſoye qu'on avoit conſideré juſqu'à préſent comme les plus propres à faire des obſervations exactes. Il eſt très-facile de les faire, puiſque ce n'eſt qu'une petite ligne ou un trait fort délicat qu'on marque avec la pointe d'un diamant ſur un petit morceau de verre ou de glace, que l'on arrête au foyer du verre objectif de la Lunette; car le centre de l'objectif tient lieu de pinnule objective, & le trait ſur le verre ſert de pinnule oculaire. Il eſt aiſé de juger que cette pinnule ocu-

oculaire ne peut ſouffrir aucune alteration ou changement, ſoit par la chaleur ou par le froid, ſoit par les petits inſectes qui s'attachent aux filets de ſoye, ſoit en y touchant, ou enfin en tranſportant l'inſtrument de quelque maniere que ce ſoit; car elle ſera auſſi ſolide que la pinnule objective.

La principale partie de ce niveau eſt une regle de fer qui porte à ſes deux extrémitez les pinnules ou dioptres, qui eſt un verre objectif de Lunette pour la pinnule objective, & pour la pinnule oculaire un petit morceau de verre avec un petit trait, comme je viens de dire. Ce verre coule dans un chaſſis ou couliſſe pour le pouvoir arrêter à quelle hauteur on veut. Cette regle tient lieu du corps d'une Lunette qui n'a point de verre oculaire, & qui n'a point d'autre tuyau que toute la boete qui eſt noircie par dedans & qui eſt bien fermée.

Il y a ſous cette regle de fer une autre regle poſée ſur le champ qui ſert à la rendre plus ferme, & qui porte dans ſon milieu une autre piece de fer ou de leton d'une longueur égale à peu près aux deux tiers de la premiere avec laquelle elle eſt poſée à l'équaire. Cette piece va en s'élargiſſant par le bas, enſorte que ſa largeur eſt perpendiculaire à la longueur de la regle de la Lunette. A l'extrémité de cette piece on y ſoude des deux côtez les pivots ſur leſquels la machine ſe meut, & par conſéquent tout le corps du niveau ſe mouvant, quand les pivots ſeront à peu près de niveau, la Lunette hauſſera & baiſſera dans ſon mouvement.

Pour les pivots ils demandent un peu de ſoin dans leur conſtruction. Leur coupe doit être en forme de loſange fort aigu, & même un peu

peu tranchant d'un côté & d'autre, qui eſt le haut & le bas, car c'eſt par ces endroits où tout le niveau eſt ſoûtenu ſur l'appui.

Les pivots ſont d'acier trempé, & l'endroit où ils poſent ſur l'appui eſt un peu creuſé quoique tranchant; afin que dans le mouvement du niveau ils ne puiſſent pas s'écarter d'un côté ni d'autre. Il y a deux cavitez ſemblables à l'oppoſite l'une de l'autre pour l'uſage que nous expliquerons enſuite.

Les appuis ſont attachez avec des vis à une piece particuliere laquelle eſt de bois, & cette piece eſt arrêtée dans le fond de la boëte avec des vis, enſorte qu'on peut la retirer quand on veut hors de la boëte avec tout le niveau qui poſe ſur ſes appuis.

Ces appuis ſont faits d'une piece plate d'acier trempé, dans laquelle il y a deux ouvertures rondes, dont l'interieur eſt tranchant émouſſé, pour ſoûtenir les pivots du niveau, & pour être aſſez fermes pour ne ſe pas gâter dans le mouvement du niveau.

Pour la boëte où l'on enferme le niveau, on peut la faire de quelle figure on voudra à l'exterieur; mais tout le niveau ayant la figure d'un $T$, la boëte doit auſſi être de la même figure à peu près, & elle doit contenir l'inſtrument, enſorte qu'il ait ſeulement la liberté de ſe mouvoir un peu d'un côté & d'autre. Aux deux extrémitez de la partie d'enhaut de la boëte, qui eſt la traverſe du $T$, il y a deux couvertures rondes à l'une deſquelles eſt attaché un bout de tuyau, où entre le canon qui porte l'oculaire; car l'oculaire ne tient point à la Lunette, & l'on peut par ce moyen l'approcher ou le reculer de la pinnule oculaire ſuivant la force de

la vûe de l'Obſervateur. L'ouverture de l'autre bout de la boëte ſert à laiſſer paſſer les rayons des objets qui viennent rencontrer le verre objectif ou la pinnule objective.

Vers l'oculaire à la partie de deſſous de la longueur de la boëte, il y a une vis aſſez longue qui ſe meut dans un écrou qui eſt attaché à la boëte. Cette vis ſert à élever le bout de la regle de fer ſuivant l'uſage & la néceſſité. Le pas de cette vis eſt très-fin pour pouvoir élever la regle comme inſenſiblement en tournant la vis.

A l'oppoſite de la vis, c'eſt-à-dire, dans le haut de la traverſe de la boëte, il y a par dedans une lame d'un reſſort très-mince, qui eſt arrêtée à la boëte par ſon extrémité la plus éloignée de l'oculaire, & par l'autre elle porte une tige avec un bouton qui paſſe au dehors de la boëte. Cette tige ſert à pouſſer le reſſort vers le bas; car dans ſon état naturel il eſt appliqué contre le deſſus de la boëte par le dedans.

Il y a à la vis un repaire ou marque pour l'enfoncer dans l'écrou juſqu'en cet endroit, & alors la regle de la Lunette étant appuiée ſur la vis, la Lunette ſe trouve vis à vis des ouvertures de la boëte.

Il ne s'agit donc plus que de placer les pinnules de telle maniere que leur ligne de foi ſoit perpendiculaire au plan qui paſſe par le centre de gravité de tout le niveau & par la ligne des appuis, & c'eſt ce qu'on appelle le *rectifier*; & comme toutes les parties qui le compoſent ſont ſolides, étant une fois bien rectifié, il ne changera plus dans la ſuite: c'eſt pourquoi il ſuffit de le bien rectifier en le conſtruiſant, par quelqu'une

qu'une des manieres qui ſont expliquées dans le *Traité du Nivellement* de M. *Picard*, en établiſſant deux points de niveau, & même avec le niveau ſans être rectifié.

### *Pour rectifier le Niveau.*

Suppoſant donc qu'on ait deux points de niveau *A* & *B* éloignez l'un de l'autre de 100 toiſes environ, on placera la Lunette à l'un de ces points comme *A*, & on la pointera vers l'autre point *B*, en baiſſant ou en élevant doucement la boëte. Et lorſque l'objet *B* paroît ſur la pinnule oculaire, ſi la regle de la Lunette eſt poſée ſur la pointe de la vis, & qu'elle ne ſoit pas en état de tomber ſur le devant, c'eſt-à-dire, vers l'objectif, ce qu'on connoît en pouſſant ou en élevant un peu la regle en tournant la vis; car alors la Lunette donne plus bas, & elle eſt encore poſée ſur la vis: C'eſt une marque que la partie de tout le niveau qui eſt vers l'oculaire, eſt trop peſante; il faudra donc charger la partie de la regle vers l'objectif, par le moyen d'un petit poids qui coulera ſur la regle, & qu'on pourroit y arrêter en quel endroit on voudroit avec un peu de cire molle & du plomb. On chargera cette partie de la regle, tant que les pinnules étant pointées vers l'objet *B*, ſoient indifferentes à reſter ſur la pointe de la vis ou à tomber ſur le devant, & alors il ſera rectifié.

Mais ſi d'abord les pinnules étant pointées vers l'objet *B*, la regle ne peut pas ſe tenir ſur la vis; on connoîtra de-là que la partie du ni-

niveau vers l'oculaire eſt trop legere, & alors il la faut charger comme on a fait dans l'autre cas, juſqu'à ce que le niveau ſoit dans un état indifferent de tomber ou de reſter ſur la pointe de la vis; & alors le niveau ſera rectifié.

On pourroit auſſi au lieu de charger la regle d'un côté ou d'autre, élever ou abaiſſer la pinnule oculaire dans ſon chaſſis, juſqu'à ce que le niveau fût juſte; ce qu'on pourroit faire ſi le niveau n'étoit pas bien éloigné d'être juſte.

On remarquera que dans ces operations, toutes les fois que la Lunette tombe ſur le devant, on la remet ſur la pointe de la vis, en pouſſant le reſſort du haut de la boëte, lequel pouſſe en bas le chaſſis de la pinnule oculaire, & remet par ce moyen la regle ſur la pointe de la vis.

Comme ce niveau peut être mis dans une ſituation renverſée, qui eſt lorſque la Lunette eſt audeſſous des pivots, il faut expliquer ce qu'on doit obſerver en le conſtruiſant pour ſervir dans cet état.

Il eſt certain que ſi les pivots étoient une ligne mathematique, lorſqu'on renverſeroit le niveau, il pointeroit au même endroit où il pointoit dans ſa ſituation droite, pourvû que cet endroit fût parfaitement de niveau avec le lieu où le niveau eſt placé; & il faudroit ſeulement pour le rectifier, faire donner la Lunette au même point dans les deux ſituations du niveau, en augmentant ou en diminuant peu à peu la peſanteur de l'un des bouts de la regle. Mais comme les pivots doivent avoir une groſſeur conſiderable pour les rendre ſolides, il peut

peut arriver que le plan qui paſſe par le centre de gravité de tout le niveau & par la ligne où les pivots s'appuient, ne ſera pas la même dans les deux ſituations du niveau : c'eſt-pourquoi il faut le rectifier dans ſa poſition renverſée de même que dans la droite. Mais comme on ne doit pas changer les pinnules qui ſont rectifiées pour la poſition droite, il faudra ſeulement corriger l'endroit des pivots où ils portent ſur l'appui dans la poſition renverſée.

Le niveau étant donc renverſé, ſi les pinnules ne donnent pas le même point que dans la ſituation droite rectifiée, il faudra limer un peu des pivots pour en repouſſer le tranchant vers l'objectif, ſi les pinnules donnent trop bas dans la ſituation renverſée, ou vers l'oculaire ſi elles donnent trop haut.

On peut auſſi faire les pivots d'une autre maniere, enſorte que le plan qui paſſera par le centre de gravité de l'inſtrument, & par l'endroit où les pivots s'appuient, ſera le même dans les deux ſituations du niveau droite & renverſée, & ainſi on pourra rectifier ce niveau d'une ſeule ſtation ſans avoir une ligne de niveau.

Dans cette ſeconde maniere les pivots doivent être cylindriques, & très-bien tournez & polis dans l'endroit où ils portent & touchent leurs appuis, qui doit être un peu creuſé en forme de poulie. De plus, il faut que le bas & le haut du trou de l'appui qui ſoûtient les pivots, ſoient preſqu'en ligne droite, afin que les pivots n'y puiſſent toucher ſenſiblement qu'en un point.

Il eſt évident que dans cette conſtruction des pivots, le centre de gravité du niveau & la ligne

ligne qui paſſera par les endroits où les pivots s'appuient dans les deux ſituations du niveau, ſeront toûjours dans un même plan, lequel paſſera auſſi par l'axe du cylindre des pivots.

Cette ſuſpenſion du niveau n'eſt pas ſi fine que la premiere ; à cauſe que l'endroit du pivot où il touche ſur l'appui eſt de figure circulaire, & dans la premiere il eſt d'une figure tranchante un peu émouſſée.

## *Uſage du Niveau.*

Pour ſe ſervir de ce niveau, il faut mettre d'abord la vis à ſon repaire, afin que les pinnules ſoient vis à vis des ouvertures de la boete. Enſuite par le molen du reſſort on pouſſe la regle de la Lunette contre le bout de la vis, enſorte qu'elle ne tombe pas de l'autre côté, ce qui eſt facile à faire en inclinant la boete; & dans cet état la regle de la Lunette étant poſée ſur la vis ſans que le reſſort l'y retienne, on panche peu à peu la boete vers le bout où eſt l'objectif, juſqu'à ce que la Lunette tombe de ce côte-là. Alors on arrête la boete le plus ferme qu'il eſt poſſible dans cet état ou ſur un pié ou contre quelque corps ſolide; il faut que la Lunette ſoit alors pointée vers l'objet qu'on veut niveler, & l'on doit remarquer exactement la partie de l'objet qui paroît ſur le trait qui ſert de pinnule oculaire. Mais comme je ſuppoſe que la Lunette ſoit poſée ſur la vis, on doit pouſſer doucement la vis juſqu'à ce que la Lunette tombe de l'autre côté, & remarquer bien la partie de l'objet qui paroît ſur le trait quand la Lunette tombe; & pour s'en aſſurer on doit repouſſer la Lunette ſur la vis par

par le moien du reſſort, & remarquer ſi elle tombe encore, & ſi c'eſt le même objet qui paroît ſur le trait du verre lequel y paroiſſoit auparavant. On pourra alors détourner la vis d'une très-petite partie, & repouſſant la Lunette ſur la vis, obſerver quelle difference il y aura entre l'objet qui paroîtra ſur le trait en cet état de la Lunette, & celui qui y paroiſſoit auparavant. Il faut auſſi conſiderer ſi la Lunette s'arrête alors ſur la vis, ou ſi elle tombe encore de l'autre côté; car pour avoir le point du niveau juſte, il faut que la Lunette étant poſée ſur le bout de la vis ſoit en état de tomber de l'autre côté ſans qu'elle tombe, & qu'on ne puiſſe pas l'élever de la moindre quantité par le moyen de la vis ſans qu'elle tombe; c'eſt alors que l'objet qui paroît dans la Lunette ſur le trait de la pinnule, eſt de niveau avec le trait de cette pinnule.

Ce que je dis du niveau ſe doit toûjours entendre du niveau apparent par raport au lieu où eſt l'inſtrument qui ſert à niveler, comme il eſt expliqué dans le *Traité du Nivellement*; car pour avoir le vrai niveau correſpondant à celui où eſt poſé l'inſtrument, il faut faire la correction au point de niveau apparent par rapport à la diſtance entre le lieu où eſt l'inſtrument & le point nivelé; mais il ne s'agit pas ici de la pratique du nivellement.

Un des avantages de ce niveau, c'eſt de pouvoir être renverſé, & de ſervir encore de niveau dans cette ſituation ſans aucune préparation ni changement; & quoiqu'il ait alors quelques vibrations, elles ne durent que peu de temps; car elles ne viennent que du corps de l'inſtrument, & non-pas du mouvement de

la boete qui doit être arrêtée ferme, mais ſans aucune ſujettion, puiſqu'elle ne fait rien perdre de la juſteſſe du niveau. On pourra auſſi arrêter facilement les balancemens du niveau, en appuiant doucement le reſſort contre le chaſſis de la pinnule, & en le laiſſant remettre enſuite en ſon état naturel.

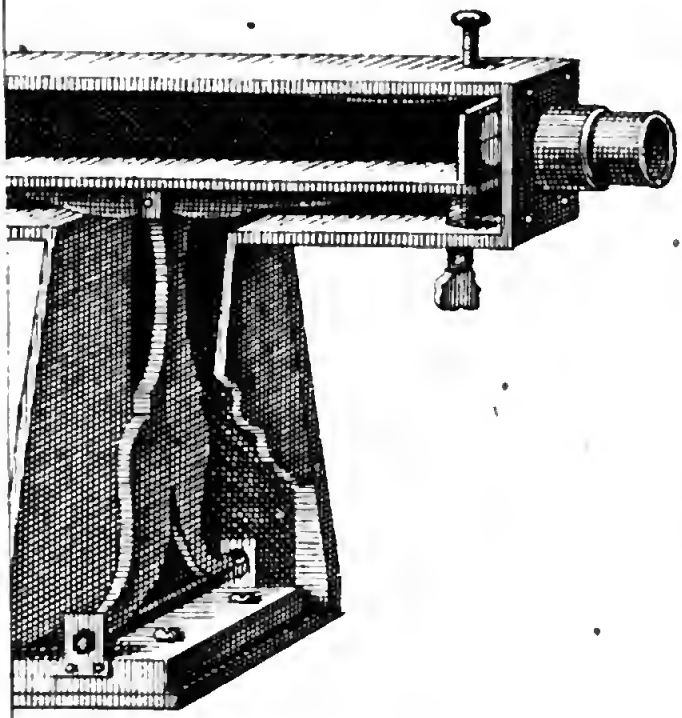
Pour la grandeur de ce niveau elle n'eſt point déterminée ; car plus la Lunette ſera grande, & plus les objets éloignez paroîtront diſtinctement : mais il ſera bien plus incommode à être tranſporté.

J'ai éprouvé qu'un de ces niveaux dont la hauteur & la longueur n'eſt que de 10 pouces, détermine le niveau à 3 ou 4 pouces près à une diſtance de 1000 toiſes, ce qui eſt tout ce qu'on peut eſperer d'un niveau, puiſqu'un objet de cette groſſeur à cette diſtance, eſt entierement couvert par un filet ſimple de ver à ſoye.

On pourra ſe ſervir de differens ſoûtiens ; mais une des manieres des plus commodes pour l'uſage, ſera d'attacher la boete du niveau bien ferme avec une vis contre la traverſe d'un chevallet de Peintre qui ſoit ſolide. On pourra auſſi le tenir ſeulement à la main, & l'appuier contre quelque corps bien ſtable pendant qu'on fait les operations.

Il faut remarquer que lorſqu'on veut tranſporter ce niveau, il eſt bon que les pivots ne portent point ſur leurs appuis ; ce qui ſera facile ſi ces pivots débordent un peu hors de la boete, & qu'il y ait en cet endroit ſur la boete deux eſpeces de crochets qui s'engagent dans les bouts des pivots, & qui tiennent tout le niveau élevé hors des appuis. On pourra auſſi arrêter la Lunette contre le bout de la vis par le moyen

*Niveau proposé dans sa boëte dont le devant est ôté.*



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

moyen du reſſort qu'on arrêtera ſur la pinnule. Mais ſi l'on veut ouvrir le couvercle de la boete, on pourra engager tout le niveau entre quelques taſſeaux qui l'empêcheront de balancer d'un côté ni d'autre en le tranſportant dans un long voyage.

# DES MOUVEMENS DE L'IRIS,

## *Et par occaſion de la partie principale de l'Organe de la vûe.*

Par M. MERY.

*L'IRIS eſt un cercle membraneux, poſé ſur le devant de l'œuil. On l'a ainſi nommé à cauſe des differentes couleurs qui dans l'homme paroiſſent ſur ſa ſurface au travers de la cornée tranſparente.

Ce cercle forme dans ſon centre un trou à qui on a donné le nom de prunelle, apparemment parcequ'il paroît de couleur noire. Ce trou eſt abſolument neceſſaire pour la viſion; car s'il avoit été fermé par l'Iris qui eſt opaque, les rayons de la lumiere, ſans leſquels la viſion ne ſe peut faire, n'auroient pû paſſer dans l'œuil.

La prunelle ſe dilate dans l'ombre & dans l'eau : elle ſe reſſerre dans l'air étant expoſée aux

* 12. Novembre 1704.

aux rayons de la lumiere, ſans qu'on s'apperçoive que la volonté ait part à ſes mouvemens. Quand la prunelle ſe dilate, les fibres de l'Iris s'accourciſſent; quand elle ſe reſſerre, ces fibres s'allongent.

Or comme on ne remarque point de fibres circulaires dans l'Iris pour rétrecir la prunelle, il y a lieu de croire que ſa dilatation dépend uniquement du reſſort des fibres droites de l'Iris, qui toutes vont ſe terminer à la circonference interne de ce cercle.

Mais quoiqu'il paroiſſe que le rétreciſſement de la prunelle dépende abſolument des rayons de la lumiere, néanmoins ces rayons ne peuvent pas d'eux-mêmes prolonger les fibres de l'Iris, ni rétrecir la prunelle. Tout ce qu'ils peuvent faire c'eſt de donner ſeulement, par leur entrée dans l'œuil, occaſion aux eſprits animaux de couler dans les fibres de l'Iris plus abondamment qu'ils ne font dans l'ombre; ce ſont donc ces eſprits qui, en prolongeant les fibres de l'Iris, ſont effectivement la cauſe de la dilatation de la prunelle. D'où il s'enſuit que ce trou doit plus ou moins ſe rétrecir, ſelon que la lumiere, étant plus ou moins forte, détermine une plus ou moins grande quantité d'eſprits à couler dans les fibres de l'Iris: mais pour cet effet la reſpiration doit être de la partie; car quand elle vient à manquer, le mouvement des eſprits animaux s'arrête, & alors la lumïere devient inutile.

L'obſervation que je vais rapporter prouve cette hypotheſe dans toutes ſes parties. Quand l'on plonge dans l'eau la tête d'un chat vivant, ſi l'on expoſe ſes yeux aux rayons du Soleil, la

la prunelle ſe dilate au lieu de ſe rétrecir ; au contraire expoſez dans l'air aux mêmes rayons de cet Aſtre la prunelle ſe rétrecit au lieu de ſe dilater.

Par l'explication du premier de ces deux Phenomenes qui ſemble détruire l'hypotheſe que je veux établir, je vais démontrer que la dilatation de la prunelle dépend uniquement du reſſort des fibres de l'Iris. Par celle du ſecond je ferai connoître que les eſprits animaux ſont la cauſe immédiate de ſon rétreciſſement, & que la lumiere n'en peut être que l'occaſion.

Quant au premier Phenomene, il faut remarquer que lorſque la tête du chat eſt plongée dans l'eau, cet animal ne peut plus reſpirer. Or le mouvement de toute la matiere des eſprits animaux dépendant du mouvement circulaire du ſang, & celui-ci de la reſpiration ; il eſt évident que quand elle vient à manquer, la circulation du ſang & le mouvement des eſprits animaux doivent ceſſer bien-tôt après. On obſerve qu'à meſure que le mouvement de ces eſprits ſe ralentit, la prunelle ſe dilate, les eſprits animaux ne peuvent donc pas être la cauſe de ſon élargiſſement. Il faut donc neceſſairement que ſa dilatation dépende uniquement du reſſort des fibres de l'Iris.

A l'égard du ſecond Phenomene, ſi l'on retire le chat de l'eau encore vivant, & qu'on expoſe ſes yeux aux rayons du Soleil, on voit la prunelle ſe rétrecir à meſure que la reſpiration ſe rétablit. Donc les eſprits animaux qui pour lors viennent à couler dans les fibres de l'Iris, ſont la cauſe immédiate du rétreciſſement de la prunelle : car l'on ne peut pas l'attri-

tribuer aux rayons de la lumiere; parceque les yeux de cet animal étant plongez dans l'eau, la prunelle ſe dilate, quoiqu'il entre dans leur globe beaucoup plus de lumiere, que lorſqu'ils ſont dans l'air expoſez à ſes rayons; la lumiere ne peut donc être que l'occaſion de l'écoulement des eſprits animaux dans les fibres de l'Iris: mais elle ne le peut procurer, ſi l'animal ne reſpire; d'où il eſt aiſé de juger que la lumiere ne ceſſe de produire cet effet, quand la tête du chat eſt plongée dans l'eau, que parceque le mouvement des eſprits animaux eſt arrêté dans leur ſource par le défaut de la reſpiration dont il dépend abſolument, de même que celui du ſang.

Que la dilatation de la prunelle dépende uniquement du reſſort des fibres de l'Iris, ſon rétreciſſement des eſprits animaux immédiatediatement, & par occaſion de la lumiere; en voici des preuves bien convaincantes.

Premierement, quand par l'obſtruction des nerfs optiques les eſprits animaux ne peuvent plus s'écouler dans les yeux de l'homme, la prunelle ſe dilate, il eſt donc viſible que ſa dilatation ne dépend pas de ces eſprits; mais du reſſort des fibres de l'Iris, qui fait que dans cette maladie ces fibres s'accourciſſent.

Secondement, ſi pendant l'obſtruction de ces nerfs on expoſe les yeux de cet homme à la plus grande lumiere, la prunelle reſte dans la même dilatation: les rayons du Soleil ne peuvent donc pas être d'eux-mêmes la cauſe de ſon rétreciſſement.

Troiſiémement, ſi on leve l'obſtruction des nerfs optiques, & qu'on expoſe enſuite les yeux

yeux de cet homme aux rayons de la lumiere, la prunelle ſe reſſerre ; il eſt donc évident que les eſprits animaux, qui dans ce moment viennent à couler dans les fibres de l'Iris qu'ils prolongent, ſont la cauſe immédiate du rétreciſſement de la prunelle, & que la lumiere n'en peut être que l'occaſion : d'où il s'enſuit que la force du reſſort des fibres de l'Iris étant en équilibre avec la puiſſance des eſprits animaux, la prunelle doit reſter dans une moyenne dilatation ; mais pour cela il ne faut qu'une lumiere mediocre : car quand elle eſt trop foible ou trop forte, l'équilibre ſe rompt, & alors la prunelle ſe dilate ou ſe rétrecit conſiderablement.

Une lumiere foible, telle qu'elle eſt dans l'ombre, déterminant peu d'eſprits animaux à couler dans les fibres de l'Iris, leur reſſort l'emporte ſur ces eſprits, & dans ce moment la prunelle s'élargit davantage. Au contraire une lumiere forte donnant occaſion aux eſprits animaux de couler plus abondamment dans les fibres de l'Iris, ces eſprits ſurmontent par leur puiſſance la force du reſſort de ces fibres, & alors la prunelle ſe rétrecit beaucoup plus.

De ces preuves ſoûtenues par des experiences ſi évidentes l'on peut enfin conclure. 1°. Que les eſprits animaux ſont la cauſe immédiate du rétreciſſement de la prunelle. 2°. Que la lumiere ne fait que donner occaſion à l'écoulement de ces eſprits. 3°. Que la volonté n'y a point de part. 4°. Que le reſſort des fibres de l'Iris eſt l'unique cauſe de la dilatation de la prunelle.

Sur ce Syſtême, quoique fondé ſur des obſer-

ſervations indubitables, il ſe préſente néanmoins à l'eſprit trois difficultez conſiderables, dont voici la premiere: Savoir s'il entre moins de lumiere dans les yeux lorſqu'ils ſont dans l'air, que quand ils ſont dans l'eau expoſez aux rayons du Soleil.

Pour reconnoître dans lequel de ces deux élemens il paſſe plus de lumiere dans les yeux, il n'y a qu'à remarquer qu'un lieu eſt d'autant plus éclairé, qu'il reçoit plus de ſes rayons; & que plus ce lieu eſt éclairé, mieux on voit les objets qu'il renferme.

Or on ne peut diſcerner aucunes des parties contenues dans les yeux expoſez dans l'air, plongez qu'ils ſont dans l'eau: on les voit fort diſtinctement, excepté les humeurs & la rétine, qui diſparoiſſent de telle ſorte que le dedans du globe des yeux ſemble n'être rempli que d'un air lumineux. Il entre donc beaucoup moins de rayons de lumiere dans les yeux expoſez à l'air que plongez dans l'eau; ce qui arrive par les raiſons que je vais rapporter.

Quelque polie que paroiſſe la ſurface exterieure de la cornée tranſparente, il eſt néanmoins conſtant qu'elle a beaucoup d'inégalitez imperceptibles, qui n'étant point applanies reflechiſſent dans l'air un grand nombre de rayons de la lumiere qui tombent ſur cette membrane.

D'ailleurs lorſque les yeux ſont expoſez dans l'air aux rayons du Soleil, la prunelle ſe rétrecit conſiderablement. Il ne peut donc paſſer en cet état qu'un très-petit nombre de ſes rayons dans les yeux; ce qui n'étant pas ſuffiſant pour éclairer leur globe, il n'eſt pas étrange qu'on ne puiſſe diſcerner aucune des parties qui y ſont renfermées.

Mais

Mais auſſi n'eſt-il pas extraordinaire de les y appercevoir quand les yeux ſont plongez dans l'eau, parceque les inégalitez de la cornée étant applanies par ce liquide, & la prunelle tout à fait dilatée, tous les rayons du Soleil qui tombent ſur la cornée tranſparente paſſent à travers, & entrant dans le globe des yeux, ils l'éclairent ſi fort, qu'on peut voir alors très diſtinctement l'extrémité du nerf optique, & la coroïde avec toutes ſes couleurs & ſes vaiſſeaux. Mais l'on ne peut nullement appercevoir ni les humeurs, ni la rétine; parce qu'étant tranſparentes comme l'eau, elles ſemblent ne faire qu'un même corps avec elle, ce qui fait qu'on ne peut les diſtinguer d'avec l'eau.

Que la ſurface de la cornée, quelque polie qu'elle paroiſſe, ſoit remplie d'inégalitez que l'eau applanit; en voici une preuve bien ſenſible. Dans la goutte ſerenne la prunelle de l'homme ſe dilate entierement, & ſes yeux étant expoſez à la plus grande lumiere, ce trou ne peut ſe rétrecir.

Or ſi la ſurface de la cornée étoit parfaitement polie, tous les rayons de lumiere qu'elle recevroit devroient paſſer dans les yeux de l'homme expoſez à l'air, comme ils ſont dans ceux du chat plongez dans l'eau, & l'on découvriroit également dans l'un & dans l'autre la coroïde. On n'apperçoit point cette membrane dans les yeux de l'homme, on la voit dans ceux du chat; il faut donc qu'il y ait ſur la ſurface de la cornée des inégalitez imperceptibles que l'air ne peut unir, mais que l'eau applanit. Et c'eſt par cette raiſon qu'un homme, pour peu qu'il ait les yeux plongez dans l'eau, apperçoit un objet au fond d'une riviere,

re, qu'il ne peut plus voir lorſqu'il les a hors de l'eau appliquez à demie ligne de ſa ſuperficie. C'eſt auſſi par la même raiſon, la vie étant éteinte, que la coroïde d'un chat que l'on voit dans l'eau ne peut être apperçûe dans l'air, quoique la prunelle reſte également dilatée dans ces deux élemens après la mort de cet animal.

L'applaniſſement des inégalitez de la cornée par l'eau, ſe verifie encore par l'exemple du verre. Il reſte toûjours au plus poli des parties raboteuſes qui reflechiſſent dans l'air quand il y eſt expoſé, une grande partie des rayons de la lumiere qui viennent ſe rendre ſur ſa ſurface; mais lorſqu'il eſt plongé dans l'eau, tous ces rayons paſſent à travers; parceque toutes les inégalitez du verre étant applanies par ce liquide, il ne ſe fait plus de réflexion dans l'air d'aucune partie de la lumiere.

Il eſt donc certain par toutes ces experiences, premierement, que les inégalitez de la cornée ne pouvant être applanies par l'air lorſqu'elle y eſt expoſée: elles doivent repouſſer la plus grande partie des rayons de la lumiere qui viennent frapper cette membrane; ce qui fait qu'il en paſſe ſi peu dans le globe des yeux qu'on ne peut voir la coroïde, lors même que la prunelle eſt entierement dilatée dans un grand jour.

Secondement, que les inégalitez de la cornée étant applanies par l'eau, alors tous les rayons de lumiere que reçoit cette membrane doivent paſſer à travers, & rendre en entrant dans le globe des yeux la coroïde viſible avec toutes ſes couleurs & ſes vaiſſeaux.

La ſeconde difficulté conſiſte à ſavoir, ſi les rayons

rayons de la lumiere qui entrent dans le globe des yeux par la prunelle, déterminent effectivement les eſprits animaux à couler dans les fibres de l'Iris, ou ſi ces rayons s'inſinuant dans ces fibres ne font ſeulement que rarefier ce qu'ils renferment de ces eſprits; ce qui pourroit produire le même effet, c'eſt-à-dire, prolonger les fibres de l'Iris, comme peuvent faire les eſprits animaux par leur épanchement.

Pour répondre à cette difficulté, il ne faut qu'examiner ſi la matiere des eſprits animaux peut s'exhaler ſitôt que leur mouvement vient à ceſſer. Comme il n'y a pas d'apparence qu'elle ſe diſſipe avant la mort, il eſt aiſé de décider la queſtion par l'experience de la tête du chat que je viens de rapporter.

Quand la tête d'un chat vivant eſt plongée dans l'eau, ſes yeux expoſez au Soleil, il eſt conſtant qu'il entre beaucoup plus des rayons de cet aſtre dans leur globe, que lorſqu'ils ſont dans l'air expoſez à ſa lumiere.

Dans l'eau la prunelle ſe dilate, & le mouvement des eſprits animaux ceſſe. Donc tous les rayons du Soleil qui entrent dans les yeux du chat, ne ſont pas capables par eux-mêmes de rarefier la matiere de ces eſprits renfermée dans les fibres de l'Iris, puiſque ces fibres s'accourciſſent dans l'eau.

Au contraire ſi on retire de l'eau la tête du chat encore vivant, & qu'on expoſe ſes yeux aux rayons du Soleil, les eſprits animaux reprennent leur cours, & alors la prunelle ſe reſſerre. Donc le peu de lumiere qui entre dans le globe des yeux, détermine effectivement les eſprits animaux à couler dans les fibres de l'Iris, puiſque ces fibres s'allongent dans l'air.

On

On me demandera peut-être comment les rayons de la lumiere peuvent donner occaſion à l'écoulement des eſprits animaux dans les fibres de l'Iris. Voici ſur cela quelle eſt ma conjecture.

Je viens de faire remarquer que ce n'eſt point en rarefiant la matiere de ces eſprits. On peut donc penſer qu'en même temps que les rayons de la lumiere entrent dans le globe des yeux, ils s'inſinuent dans leurs nerfs, & rendent la matiere des eſprits animaux plus fluide qu'elle n'eſt naturellement, ce qui donne occaſion à ces eſprits de couler dans les fibres de l'Iris plus abondamment qu'ils ne font dans l'obſcurité.

La troiſiéme difficulté qui ſe préſente à l'eſprit contre l'hypothêſe que je ſoûtiens, c'eſt qu'on a peine à comprendre que les fibres de l'Iris puiſſent s'allonger à meſure de ce qu'ils reçoivent d'eſprits animaux ; parcequ'on eſt prévenu que tous les muſcles s'accourciſſent d'autant plus qu'ils en ſont pénétrez d'une plus grande quantité, au lieu que les fibres de l'Iris s'allongent d'autant plus qu'ils en reçoivent davantage.

Pour réſoudre cette difficulté qui paroît la plus embarraſſante, je me repréſente la ſtructure des fibres de l'Iris ſemblable à celle des corps caverneux de la verge, qui s'allongent à meſure qu'ils reçoivent plus ou moins d'eſprits animaux. Les fibres de l'Iris doivent donc s'étendre de même, ſelon qu'ils en ſont plus ou moins remplis, ſi leur ſtructure eſt la même que celle des corps caverneux.

Ce qui ſemble confirmer davantage cette idée, c'eſt qu'il eſt certain que le raccourciſſement

ment des fibres de l'Iris dépend, de même que celui des corps caverneux, de leur reſſort.

Au reſte l'experience qui m'a appris que les humeurs des yeux diſparoiſſent lorſqu'elles ſont dans l'eau expoſées aux rayons du Soleil, me fournit un moyen aſſuré pour réſoudre aiſément ce problême; ſavoir, quelle eſt la partie principale de l'organe de la vûe.

On ne doute pas que ce ne ſoit celle ſur laquelle ſe va peindre l'image des objets. Or les trois humeurs de l'œuil donnant paſſage aux rayons de la lumiere, il eſt conſtant que l'image des objets ne peut ſe former ſur aucune de ces humeurs: nulle d'entr'elles ne peut donc être la partie principale de l'organe de la vûe.

Et parceque ces mêmes rayons de la lumiere qui entrent dans le globe de l'œuil traverſent encore la rétine, il n'y a pas non-plus d'apparence que cette membrane puiſſe être la partie principale de cet organe à laquelle on doive rapporter la viſion; puiſque l'image des objets ne peut pas auſſi ſe peindre ſur cette membrane, qui comme les humeurs diſparoit dans l'eau étant expoſée aux rayons du Soleil; ce qui confirme l'obſervation de M. *Mariotte*.

Ce ſavant Academicien a remarqué il y a long-temps, que lorſque les rayons de la lumiere reflechie par les objets tombent ſur l'extrémité du nerf optique où la coroïde eſt percée, on ne peut appercevoir l'objet d'où ils partent; parceque ces rayons s'enfoncent dans le corps de ce nerf, où ils s'amortiſſent & s'éteignent.

Or la rétine n'étant qu'un dévelopement fort ſuperficiel de ſa mouelle, que ces rayons peuvent percer beaucoup plus aiſément, ne peut

pas les arrêter; donc cette membrane ne peut pas être la partie principale de l'organe de la vûe.

D'ailleurs cette même experience qui m'a fait découvrir que les rayons de la lumiere traverſent les humeurs & la rétine, m'a fait auſſi connoître que ces mêmes rayons ſont enfin arrêtez par la coroïde qui eſt opaque; il y a donc bien de l'apparence que c'eſt plûtôt ſur la ſurface de cette membrane que ſur la rétine, qui eſt tranſparente, que va ſe peindre l'image des objets: la coroïde eſt donc la partie principale de l'œuil. C'eſt ce que la maniere dont ſe fait la viſion fera aiſément comprendre.

Lorſque la lumiere vient directement du corps lumineux frapper la coroïde, ſes rayons reflechis par cette membrane contre la rétine ébranlent les filets de celle-ci, & donnent aux eſprits animaux dont ils ſont remplis une modification particuliere, qui produit dans l'ame le ſentiment de lumiere.

Quand au contraire la lumiere ſortant du corps lumineux ſe porte ſur un objet capable de la reflechir, & que par réflexion elle tombe ſur la coroïde, ſes rayons repouſſez par cette membrane donnent alors aux eſprits animaux renfermez dans les filets de la rétine qu'ils ébranlent par leur retour, une autre modification qui cauſe dans l'ame le ſentiment de couleur.

Et parceque la lumiere en ſe reflechiſſant ſe revêt de la figure & de la grandeur du corps qui la renvoye, cela fait qu'avec la couleur on apperçoit auſſi la figure & la grandeur de l'objet, & c'eſt en quoi conſiſte toute ſon image.

Contre l'uſage de la coroïde que je viens d'é-

d'établir ſur des experiences ſenſibles, on pourroit cependant me faire cette objection.

La maniere dont vous expliquez la viſion montre qu'elle dépend de l'ébranlement des petits filets nerveux de la rétine, & de la modification des eſprits animaux qui y ſont renfermez. Cela étant, les rayons de la lumiere ſont donc capables, étant reflechis ſeulement par les objets, de donner d'abord en entrant dans l'œuil aux filets de la rétine & aux eſprits animaux, ce mouvement particulier que vous dites être neceſſaire pour la ſenſation. La rétine eſt donc dans vôtre principe la principale partie de l'œuil qui ſert à la viſion, & non la coroïde.

Pour répondre à cet argument, je dis que ſi les rayons de la lumiere reflechis par les objets, n'étoient une ſeconde fois reflechis par la coroïde, nous ne pourrions voir les objets. C'eſt ce que nous montre l'experience: car quand les rayons de la lumiere modifiez ſeulement par les corps qui les renvoyent vers nos yeux, tombent ſur le centre du nerf optique où la coroïde eſt percée; nous ne pouvons pas, comme a fort bien remarqué M. *Mariotte*, appercevoir les objets: nous les voyons quand ces rayons viennent frapper la coroïde. C'eſt donc cette membrane, qui repouſſant une ſeconde fois les rayons de la lumiere contre la rétine, modifie les filets nerveux de cette membrane d'une maniere propre à faire ſentir à l'ame & la lumiere, & les objets. La coroïde eſt donc enfin la partie principale de l'organe de la vûe.

# DISCOURS SUR LES BAROMETRES.

Par M. AMONTONS.

* PARMI les découvertes de Phyſique du dernier Siecle, celle du Barometre ou de la maniere de meſurer le poids de l'atmoſphere peut bien tenir le premier rang.

La netteté & l'évidence avec leſquelles on explique à préſent pluſieurs effets de la nature, où l'on ne voyoit avant cette découverte qu'obſcurité & qu'incertitude, en ſont des preuves aſſez convainquantes. Perſonne preſque n'ignore que les effets qu'on attribuoit autrefois à l'horreur du vuide, avoient des cauſes qui étoient alors tout à fait inconnues à ceux-mêmes qui ſe ſervoient le plus volontiers de cette expreſſion.

C'eſt ainſi que ce qui eſt très-obſcur & preſque impenetrable dans un temps, devient de la derniere évidence dans un autre.

Mais quoiqu'il ſoit vrai que depuis cette découverte on ait éclairci ſur ce ſujet une infinité de choſes très-difficiles avec toute la clarté qu'on peut ſouhaiter; on ne peut néanmoins douter qu'il n'en reſte encore un grand nombre,

* 12. Novembre 1704.

bre, & que ces dernieres le ſont d'autant plus qu'elles ſont moins apparentes, & qu'elles ne ſe préſentent pas d'abord à l'eſprit comme les premieres.

Dans la nouveauté du Barometre les effets ſurprenans du poids de l'air ont ſeuls attiré toute l'attention de ceux qui les voyoient. On ſe laiſſoit volontiers prévenir qu'il étoit la ſeule cauſe du mouvement du mercure; & ſi l'on faiſoit réflexion qu'il n'y a rien ſur quoi la chaleur n'agiſſe, on croyoit qu'en cette rencontre c'étoit ſi peu de choſe que cela ne valloit pas la peine de s'y arrêter. On paſſoit aiſément pardeſſus un raiſonnement qui n'avoit rien de nouveau, pour admirer un Syſtême dont la nouveauté ſurprenoit agréablement par ſon heureux ſuccès; & l'on n'avoit, pour ainſi dire, des yeux que pour conſiderer une foule d'experiences toutes curieuſes, qui ſe préſentoient & s'expliquoient comme d'elles-mêmes, ſans qu'il fût beſoin de rien déterminer de précis.

En effet il importoit peu pour rendre raiſon, par exemple, des pompes, des ſyphons, & de preſque toutes les autres experiences de la peſanteur de l'air, de ſavoir que le poids du mercure n'étoit pas le même en été qu'en hyver. Il ſuffiſoit qu'on fût aſſuré que ce n'étoit pas d'une quantité aſſez conſiderable pour empêcher de déterminer en général l'élevation du mercure dans les tubes environ à 28 pouces, & celle de l'eau à 32 pieds.

Mais enfin ces effets apparens & palpables du poids de l'atmoſphere étant maintenant ſuffiſamment expliquez d'une maniere générale, il nous reſte à le faire d'une maniere plus par-

ticuliere & plus préciſe, & à porter nôtre attention ſur d'autres qui pour être plus cachez n'en ſont pas moins utiles.

La ſeule choſe qui pourroit en cela nous faire de la peine, c'eſt que le Barometre propre à expliquer en gros l'effet des pompes & des ſyphons, devient fautif & mauvais quand il s'agit, par exemple, de meſurer les viciſſitudes du poids de l'atmoſphere, d'en déterminer la hauteur & de niveler pluſieurs points ſur la ſurface de la terre. Dans l'obſervation du plus ou du moins de peſanteur de l'atmoſphere, on peut trouver une difference de trois lignes & plus dans la hauteur du mercure, quoique veritablement le poids de l'atmoſphere n'ait point changé: ce qui provient de l'effet que la chaleur produit ſur le mercure du Barometre; l'experience ayant fait connoître qu'une colomne de mercure de 28 pouces 9 lignes en hyver, & une de 29 pouces en été, ne peſent pas plus l'une que l'autre. De même le Barometre ſimple étant porté dans le temps du grand froid de nôtre climat, d'un lieu élevé ſur la ſurface de la terre, dans un autre creuſé au-deſſous, pourra donner une difference, dans la hauteur du mercure, d'une ligne & demie, qu'on attribueroit fauſſement au poids de la colomne d'air qui ſeroit entre ces deux lieux: & ſi l'on s'aviſoit de vouloir déterminer ſur cette experience la hauteur de l'atmoſphere, ou la difference du niveau de deux endroits de la terre, on courreroit grand riſque de faire très-mal l'un & l'autre.

Les Barometres ou ſont ſimples, c'eſt-à-dire, chargez ſeulement de mercure; ou bien ils ſont doubles, c'eſt-à-dire, qu'outre le mercure

re on y employe encore une ſeconde liqueur qui eſt ordinairement de l'huile de tartre teinte. Pour ce qui eſt des Barometres ſimples, l'étendue de leur mouvement eſt fort médiocre, n'excedant gueres 23 à 24 lignes, & à ceux-ci il n'y a autre choſe à faire pour éviter l'erreur, que de dreſſer une Table de correction qui montre les quantitez proportionnelles dont la chaleur fait allonger la colomne de mercure de l'hyver à l'été, & qu'il convient par conſéquent retrancher des hauteurs indiquées par le Barometre lors de l'obſervation. Par exemple, mes Thermometres, c'eſt-à-dire, ceux dont on trouve la deſcription à la fin de la *Connoiſſance des Temps* de 1704, & dans les Memoires de 1702 & 1703; ces Thermometres, dis-je, marquant 58 pouces, qui eſt le temps de nos grandes chaleurs, il y a 3 lignes à retrancher de la hauteur où ſe trouve le mercure dans le Barometre ſimple, 2 lignes lorſque ces mêmes Thermometres marquent 55 pouces 4 lignes, 1 ligne ſeulement lorſqu'ils ne marquent que 52 pouces 8 lignes, & 0 ou rien lorſqu'ils ne marquent que 50 pouces, & ainſi des autres corrections à faire pour tous les autres degrez de chaleur entre ceux-ci, qu'on trouvera en dreſſant une Table exacte ſur ce fondement.

Mais quant aux Barometres doubles dont le mouvement eſt beaucoup plus conſiderable, & ſur leſquels la chaleur produit des effets differens dont la combinaiſon empêche qu'on n'en puiſſe facilement faire la correction par une Table, joint que les perſonnes qui ſe ſervent de ces Barometres ſont pour la plûpart peu accoûtumées à ces ſortes de corrections; voici le moyen dont je me ſuis ſervi afin que cette cor-

rection ſe pût faire comme d'elle-même & ſans Table.

Ces Barometres ſont compoſez de deux boetes de verre *AB*, qui ont communication l'une à l'autre par un tube recourbé *ACB*.

La boete *A* ſe termine en une pointe qui eſt ſcellée hermetiquement. La moitié ſuperieure de cette boete eſt vuide d'air groſſier. L'autre moitié, le tube *ACB*, & la moitié inferieure de la boete *B*, contiennent du mercure. Cette boule *B* ſe termine en un tube fort menu *BD*, ouvert en *D*. La moitié ſuperieure de la boete *B*, & une partie du tube *BD* contiennent une liqueur qui hauſſe & baiſſe dans le tube, ſuivant que l'atmoſphere eſt plus ou moins leger; le mercure *AC* contre-balançant & faiſant toûjours équilibre avec le mercure *CB*, la liqueur *BD* & l'atmoſphere.

Tout ceci eſt à préſent connu preſque de tout le monde: mais ce qui paroît n'avoir encore été remarqué de perſonne, c'eſt que le mercure contenu en *AB* devenant plus leger en été qu'en hyver, l'atmoſphere repouſſe vers le bas la liqueur contenue dans le tube *BD* aſſez ſenſiblement, comme de 3 à 4 pouces, & donne fauſſement à préſumer que l'atmoſphere eſt devenu plus peſant de cette quantité, quoiqu'en effet ſa peſanteur n'ait point changé.

Pour

Pour prévenir donc ce défaut, il faudroit que la colomne de mercure *AB* pût s'allonger ſuffiſamment pour remplacer le poids que la chaleur leur fait perdre, ſans que la liqueur du tube change de place. Pour cela j'ai pris une liqueur qui ſe rarefiât aiſément par la chaleur, comme fait l'eſprit de vin; j'ai ſubſtitué cette liqueur à l'huile de tartre qu'on emploie ordinairement, & qui ne ſe rarefie pas à beaucoup près ſi ſenſiblement.

J'ai augmenté la capacité de la boete *B*, qui contient ordinairement cette liqueur, afin qu'il y en pût tenir davantage, & aſſez pour produire une rarefaction ſuffiſante pour faire baiſſer le mercure de la même boete, & allonger par ce moyen la colomne de mercure *AB*, qui ſans cela ne s'allongeroit pas, quoique la chaleur l'eût rendue plus legere; parceque l'atmoſphere ne peſant pas immédiatement ſur le mercure de la boete *B*, mais ſur la liqueur du tube *D*, il feroit baiſſer cette liqueur & ſuppléeroit par ce moyen à la legereté du mercure; ce qui, comme j'ai déja dit, donneroit fauſſement à préſumer que l'atmoſphere ſeroit devenu plus peſant, quoiqu'il n'ait point changé: Au lieu que la liqueur de la boete *B* trouvant dans ſa rarefaction toûjours la même réſiſtance du côté de l'atmoſphere, ſuppoſé que ſon poids n'ait point changé; & en trouvant moins du côté du mercure, rendu plus leger par la chaleur: cette liqueur employe toute l'action de ſa rarefaction contre le mercure qu'elle repouſſe & qu'elle remet toûjours en équilibre avec l'atmoſphere, ſans que la liqueur du tube *D* ſur laquelle l'atmoſphere agit immédiatement ſoit contrainte de changer de pla-

ce, que lors ſeulement que l'atmoſphere change de poids ; & tout l'artifice qu'il y a en cela ne gît qu'à bien proportionner la capacité qui contient la liqueur à la capacité du tube du Barometre : car une trop petite ne corrigeroit pas entierement l'erreur ; & une trop grande en repouſſant trop le mercure feroit que la liqueur dans la rarefaction trouveroit à la fin trop de réſiſtance de la part du mercure, & ſeroit obligée d'agir du côté de l'atmoſphere ; ce qui donneroit fauſſement à préſumer que l'air ſeroit devenu plus leger.

Il me reſte à remarquer qu'encore que par ce moyen l'erreur qui pourroit arriver par le plus ou le moins de legereté de mercure ſe corrige d'elle-même, il y en a encore une ſeconde à éviter qui pourroit être cauſée par le plus ou le moins de legereté de la liqueur.

Cette erreur ne ſeroit pas à la verité ſi conſiderable que la premiere, & pourroit fort bien être negligée ſans grande conſéquence : mais il ſera toûjours mieux d'y avoir égard, principalement dans les cas où il s'agit de préciſion ; & c'eſt ce qu'on pourra faire par le moyen de la graduation, ainſi que je le vais dire.

On diviſe ordinairement cette graduation en parties égales entr'elles, qui ne ſignifient rien, & qui ne ſont ſeulement que pour exprimer par leur nombre plus ou moins grand que la liqueur eſt plus ou moins haute, & par conſéquent que l'atmoſphere eſt plus ou moins leger ; mais non pas de combien, & ces nombres n'expriment jamais le poids de l'atmoſphere.

J'ai

J'ai donc jugé qu'il ſeroit plus à propos que ces parties, quoique de beaucoup plus grandes, repréſentaſſent les pouces & les lignes que le mercure parcourt dans le Barometre ſimple de la moindre à la plus grande legereté de l'atmoſphere.

Ainſi je diviſe toute ma graduation qui eſt d'environ 28 pouces en 24 parties égales, qui expriment les 24 lignes compriſes dans le Barometre ſimple entre 28 pouces 4 lignes, qui eſt la plus grande peſanteur que j'aye experimentée dans l'atmoſphere, & 26 pouces 4 lignes qui eſt la moindre.

Je donne à cette graduation une largeur d'environ 14 lignes par haut, & ſeulement une ligne un quart ou environ par bas.

Je diviſe chacune de ces largeurs en huit parties égales, & je mene des lignes droites des diviſions d'enhaut à celles d'embas; ce qui forme huit trapezes d'environ 28 pouces de longueur.

Finalement je coupe tous ces trapezes par des lignes paralleles entr'elles tirées des 24 diviſions qui montent, & après avoir numeroté ces 24 diviſions en deſcendant depuis 26 pouces 4 lignes juſqu'à 28 pouces 4 lignes, je numerote les 8 diviſions laterales depuis 50 juſqu'à 58, le tout ainſi qu'on le peut voir par la Figure ci-jointe.

Ces huit diviſions laterales repréſentent les huit pouces compris ſur la graduation de mon Thermometre depuis 50 juſqu'à 58, c'eſt-à-dire, depuis le plus grand froid juſqu'au plus grand chaud de nôtre climat, & me ſervent à faire la correction de l'erreur que le plus ou le moins de legereté de la liqueur du Ba-

rometre pourroit cauſer, & cela en la maniere qui ſuit.

Je regarde premièrement ſur mon Thermometre à quelle diviſion il eſt ; enſuite je prends ſur mon Barometre vis-à-vis l'endroit où il ſe trouve la partie laterale compriſe entre la premiere ligne montante de la graduation, & la ligne montante qui répond à la diviſion que j'ai obſervée ſur le Thermometre.

Ajoûtant cette partie à la hauteur du mercure que le Barometre indique, j'ai préciſément le poids de l'atmoſphere.

Ce ſeroit ici l'endroit de rendre raiſon de la conſtruction particuliere de ce Barometre & de ſa graduation : mais comme elle ſe déduit d'un détail qui ſeroit ennuyeux, & que je l'ai déja donnée dans les Memoires du 18 Juin dernier ; ceux qui en voudront ſavoir davantage, pourront y avoir recours. Je me contenterai d'avertir que ce Barometre, outre ſa grande préciſion, a encore l'avantage d'être preſque de moitié plus ſenſible que les autres, & qu'il faut ſoigneuſement prendre garde qu'il ne reſte point d'air dans le haut de la boete ſuperieure au-deſſous du mercure.

Après ce que je viens de dire de l'effet de la chaleur ſur les liqueurs dont le Barometre double eſt rempli, il reſte à examiner quelle peut être ſon action ſur le verre qui contient ces liqueurs, & s'il n'y a point lieu de craindre que cela n'altere encore l'indication du plus ou du moins de peſanteur de l'atmoſphere : ce qui n'eſt pas ſans fondement. Car enfin nous ne connoiſſons rien dans la nature, de tout ce qui tombe ſous les ſens, ſur quoi la chaleur

ne

ne manifeſte ſon pouvoir: ainſi il n'y a point de doute qu'elle n'agiſſe ſur le verre comme ſur toute autre choſe, & qu'elle ne le dilate de ſorte que, veritablement parlant, la capacité d'un vaſe ou bouteille de verre eſt plus grande en été qu'en hyver. Mais la queſtion eſt de ſavoir ſi cela pourroit être aſſez conſiderable pour cauſer quelque alteration dans le Barometre.

Or par pluſieurs experiences exactes, j'ai trouvé qu'une bouteille de verre blanc, aſſez épais, de figure cylindrique, & telle que ſont celles qu'on bouche ordinairement d'un bouchon de verre, pleine d'eau commune, dont le degré de chaleur meſuré par mon Thermometre étoit égal à 54 pouces, & qui contenoit environ 14 onces de cette eau, n'a augmenté ſa capacité que de $\frac{1}{2688}$ lorſque je l'ai plongée dans d'autre eau, dont le degré de chaleur meſuré par le même Thermometre étoit de 64 pouces: d'où l'on peut bien juger que cet effet eſt ſi peu de choſe, qu'il ne peut être ſenſible dans le verre d'un Barometre, dont la capacité n'eſt pas à beaucoup près ſi conſiderable que celle de cette bouteille.

## *MANIERE DE RECOMPOSER le Souffre commun par la réunion de ſes principes, & d'en compoſer de nouveau par le mélange de ſemblables ſubſtances, avec quelques conjectures ſur la compoſition des métaux.*

Par M. GEOFFROY.

* RIEN ne nous découvre mieux la nature d'un corps mixte que l'Analyſe exacte que l'on en fait en le réduiſant parfaitement à ſes principes. Il n'eſt pas facile d'y parvenir. Le feu, qui eſt le principal agent que nous pouvons y employer, ſépare bien à la verité les differentes ſubſtances du mixte; mais elles en ſont ſi alterées qu'elles ne peuvent nous conduire à la vraie connoiſſance de la nature du corps qu'elles compoſoient. Pour les autres diſſolvans dont on pourroit ſe ſervir, ou ils ne rendent pas ces principes plus ſimples & plus purs, ou bien ils ne les ſéparent pas tous. Ce n'eſt donc qu'en traitant de differentes manieres les corps dont on veut découvrir la compoſition, & en comparant les differentes ſubſtances que l'on en a ſéparées dans ces differentes operations, que l'on peut parvenir à quelque choſe de certain. Mais ce qui nous aſſure entierement que nous avons réuſſi dans la recherche que nous faiſons de la compoſition des corps, c'eſt lorſqu'a-

* 12. Novembre 1704.

qu'après avoir réduit le corps mixte en des ſubſtances auſſi ſimples que la Chimie puiſſe les réduire, nous le recompoſons par la réunion de ces mêmes ſubſtances.

Le Souffre commun dont M. *Homberg* avoit entrepris l'Analyſe il y a quelque temps, eſt un des corps mixtes des plus difficiles à décompoſer.

Les principes dont il eſt formé, volatils de leur nature, ou s'élevent tous enſemble ſans pouvoir être deſunis, ou bien échapent à l'Artiſte dans l'inſtant de leur deſunion. Le Souffre dans des vaiſſeaux fermez s'éleve en fleurs par le feu, & ces fleurs ne ſont que le Souffre même: ſi on le travaille dans des vaiſſeaux ouverts, l'acide & la partie bitumineuſe qui le compoſent ſe diviſent bien à la verité, mais elles s'envolent.

Après bien des moyens employez pour retenir ces ſubſtances ſéparées, M. *Homberg* eſt enfin parvenu à retirer par deux differentes ſuites d'operations, rapportées dans les Memoires de cette Academie, trois ſubſtances de ce mineral, un ſel acide, un Souffre ou une ſubſtance bitumineuſe, & de la terre mêlée de quelques parties métalliques.

Par cette Analyſe du Souffre qui paroît auſſi exacte qu'elle le peut être, & par les idées qu'il nous donne du Souffre dans ſes principes; il nous a rendu ſi ſenſible la compoſition du Souffre commun dans la terre, que j'ai crû qu'il ne ſeroit pas impoſſible d'imiter la nature & de compoſer ce Souffre, ſoit en réuniſſant les mêmes principes, ſoit en mêlant des ſubſtances toutes ſemblables à ces principes.

Pour y réuſſir j'ai conſideré ce qui ſe pouvoit

voit passer dans les entrailles de la terre pour la production de ce mineral, & j'ai observé que l'acide vitriolique & le bitume de la terre qui se rencontrent tous deux très-abondamment dans les lieux d'où se tire le Souffre, s'unissoient ensemble par une longue & forte digestion, pendant laquelle une portion de ces substances mêlées très-intimement avec l'alcali de la terre formoit enfin le Souffre.

Sur cette idée j'ai mêlé de l'esprit de Souffre bien déflegmé, du baume de Souffre tiré selon le procedé de M. *Homberg*, de chacun parties égales; j'ai fait digerer ce mêlange quelque temps, j'y ai joint une partie d'huile de tartre, & le mêlange ayant digeré de nouveau, je l'ai pousse par la cornue à un feu assez vif; il en est sorti du flegme, quelque peu d'huile, & la distillation finie j'ai trouvé dans la cornue une matiere saline jaune en quelques endroits & rouge en d'autres, rendant une odeur de Souffre assez forte; j'ai fait une lessive de toute la matiere, je l'ai filtrée, j'y ai versé ensuite du vinaigre distilé qui l'a troublée & en a fait exhaler une odeur de lait de Souffre très-desagreable. Il s'est précipité à la fin une poudre blanchâtre qui étoit du Souffre brûlant tout pur.

J'ai joint dans cette occasion le sel de tartre aux autres matieres, pour supléer à l'alcali terreux qui sert de base au Souffre mineral dans la terre.

J'ai voulu voir si des substances de même nature que celles que l'on sépare du Souffre ne pourroient pas en produire de la même maniere, & pour cela j'ai choisi l'huile de vitriol & l'huile de terebentine.

J'ai

J'ai mêlé parties égales de l'un & de l'autre, j'ai laiſſé digerer le tout pendant quelque temps, d'abord le mêlange s'eſt échauffé très-conſiderablement, il eſt devenu fort rouge, & il a rendu une odeur aſſez agréable approchante du citron: cette odeur eſt devenue un peu plus forte par la ſuite & moins agréable. J'ai mêlé dans cette liqueur qui s'étoit épaiſſie de l'huile de tartre, les matieres ont fermenté pendant un long-temps, mais ſans grande violence; la fermentation finie il s'en eſt fait une liqueur aſſez épaiſſe & ſavonneuſe, dont j'ai diſtilé une portion; j'en ai retiré une huile jaune, tranſparente, d'une odeur forte & d'un goût très-acre; avec un flegme auſſi très-acre. Il eſt venu enſuite une huile plus brune, plus épaiſſe, douce ſur la langue, & d'une odeur d'huile de cire. Enfin il eſt venu une huile épaiſſe, douce, de la même odeur & de la même conſiſtance que le beurre de cire. J'ai trouvé au fond de la cornue une maſſe ſaline jaune & d'une odeur de Souffre ou d'œufs pourris aſſez forte. J'ai diſſous cette matiere dans de l'eau, & j'ai verſé ſur la diſſolution du vinaigre diſtilé qui l'a blanchie, il s'eſt précipité une poudre griſe inflammable qui eſt du Souffre pur.

J'ai voulu eſſayer ſi je ne pourrois pas abreger cette operation en la faiſant à feu ouvert, & pour cela j'ai fait deſſecher l'autre portion du mêlange d'huile de vitriol, d'huile de terebentine, & d'huile de tartre. Je l'ai jettée enſuite dans un creuſet rougi entre les charbons, elle s'eſt enflammée d'abord rendant une odeur toute ſemblable à celle de l'oliban que l'on brûle. Enfin cette matiere achevant de brû-

brûler, ſon odeur d'oliban s'eſt convertie en une odeur de Souffre très-pénétrante. J'ai retiré pour lors la matiere à demi fondue, & je l'ai trouvée en partie jaune couleur de Souffre, en partie rouge brune avec une odeur de Souffre très-forte.

J'ai employé avec le même ſuccès l'eſprit de Souffre & l'eſprit d'alun en la place de l'huile de vitriol dans la diſtillation, ces liqueurs acides ne differant point eſſentiellement

Comme il m'a paru que dans ces operations je faiſois un tartre vitriolé par le mêlange de l'huile de tartre avec les eſprits acides, j'ai eſſayé ſi le tartre vitriolé & les autres ſels de la même nature ne produiroient pas le même effet. L'évenement a répondu à mon attente. Le tartre vitriolé, le ſel fixe de vitriol autrement ſel de colcotar, le ſel qui réſulte du mêlange de l'eſprit de Souffre & de l'huile de tartre, le ſel de *Glauber* qui n'eſt que l'acide du vitriol fixé par l'alcali du ſel marin, l'alun calciné qui eſt un acide vitriolique concentré dans beaucoup de terre: tous ces ſels, dis-je, joints avec differentes ſortes d'huiles m'ont donné du Souffre brûlant. Voici un exemple du procedé que j'ai tenu pour cela dans la compoſition du Souffre par le mêlange de l'eſprit de vin avec le ſel fixe du vitriol.

J'ai mêlé une once de ſel de colcotar avec deux gros de ſel de tartre, j'ai fait fondre la matiere à grand feu, & dans le temps qu'elle commençoit à fondre, j'y ai verſé à diverſes repriſes une once d'eſprit de vin. Lorſque la matiere en ceſſant de brûler a commencé à rendre

dre une odeur de Souffre pénétrante, je l'ai retirée du feu, la flamme en étoit bleuâtre, & lorſqu'elle a été refroidie la matiere étoit jaune en quelques endroits, & rouge en d'autres avec une odeur de Souffre ou d'œufs pourris; j'en ai fait la leſſive ſur laquelle j'ai verſé du vinaigre diſtilé qui en a précipité du Souffre brûlant.

J'ai joint dans cette operation un peu de ſel de tartre au ſel de colcotar, pour aider à la fuſion qui rend le mêlange des Souffres avec les ſels beaucoup plus exact, & qui fournit par conſéquent une plus grande quantité de Souffre brûlant.

Il eſt ſurprenant qu'un Souffre auſſi ſubtil & auſſi volatil que paroît être celui de l'eſprit de vin, puiſſe ſe fixer ſi promptement avec un ſel tout embraſé & en fuſion au milieu d'un feu très-violent & dans un creuſet ouvert.

J'ai ſubſtitué à l'eſprit de vin differentes ſubſtances bitumineuſes & huileuſes, comme la matiere bitumineuſe du Souffre, le petrole, l'huile diſtilée de ſuccin, l'huile de terebentine, & les huiles fetides tirées des animaux. Ces ſubſtances unies avec ces ſels m'ont toutes donné du Souffre.

Toutes les autres matieres inflammables, comme le bois, le charbon de bois, le charbon de terre, ou autres unies avec quelqu'un de ces ſels, ne manquent point de produire du Souffre de la même maniere.

J'ai voulu faire la même operation avec le ſel marin décrepité & avec le nitre fixé; mais je n'en ai point du tout retiré de Souffre: peut-être ces ſels étant d'une autre nature que le

ſel

ſel vitriolique ne ſauroient-ils produire de Souffre.

Je n'oſerois encore cependant rien prononcer de général là-deſſus, juſqu'à ce que je m'en ſois aſſuré par un plus grand nombre d'experiences.

Les differentes compoſitions du Souffre commun que je viens de décrire, nous aſſurent pleinement de ce que M. *Homberg* avoit déja montré par ſon Analyſe, que le Souffre mineral n'eſt qu'un compoſé de ſel acide, de Souffre principe, & d'un alcali ſalin ou terreux.

*Boyle* & *Glauber* qui ont travaillé tous deux à faire du Souffre commun, ont donné chacun une maniere differente de le compoſer.

Le procedé de *Boyle* eſt un mêlange d'huile de vitriol & d'huile de terebentine, qui rend par la diſtilation premierement une huile qui paroît peu différente de l'eſprit de terebentine, enſuite une liqueur un peu acide, blanchâtre, trouble, au fond de laquelle ſe précipite une poudre jaune qui eſt du Souffre commun. L'operation finie on trouve de ce même Souffre attaché au haut de la cornue le long du col, & aux parois du recipient. Il reſte au fond une maſſe legere noire & luiſante, qui n'eſt pas une ſimple terre comme je le dirai ci-après.

J'ai fait la même operation en emploiant l'eſprit de vin au lieu de l'huile de terebentine, & j'en ai retiré du même Souffre brûlant.

Je ne doute point après cela que ſuivant ce même procedé on ne tirât du Souffre de toutes les liqueurs inflammables mêlées avec les acides vitrioliques.

Dans

Dans cette operation le Souffre s'éleve & paſſe par le bec de la cornue dans le recipient, parce qu'il n'y a pas aſſez de matieres fixes pour le retenir; & dans les deux autres operations que j'ai rapportées, il reſte au fond de la cornue ou du creuſet où il eſt retenu par le ſel fixe du tartre, ou la terre du ſel fixe du vitriol.

Le procedé de *Glauber* eſt un mêlange de ſel connu ſous le nom de *Sal mirabile Glauberi*, & du charbon de bois réduit en poudre. Ce mêlange jetté dans un creuſet au milieu d'un grand feu & fondu, rend une odeur de Souffre aſſez forte. Si on le retire du feu dans ce même temps, la matiere qui eſt rouge-brune rend du Souffre brûlant par la leſſive & par la précipitation avec le vinaigre diſtilé.

*Glauber* n'avoit donné cette operation qu'avec ſon ſel & le charbon, & je l'ai rendu générale en faiſant voir que le mêlange de tous les ſels vitrioliques & de toutes les matieres inflammables produiſoient le même effet.

*Glauber* prétend que le Souffre qu'il a par ſon operation, n'eſt que celui du charbon. *Boyle* refute ce ſentiment par l'impoſſibilité qu'il y a que ce Souffre fût contenu dans une ſi petite quantité de charbon: il croit qu'il étoit plutôt renfermé dans le ſel, de même qu'il ſe perſuade que celui qu'il a tiré par ſon operation étoit dans l'huile de vitriol. Mais ils ſe trompent tous deux; car il paroît par les differentes compoſitions que j'ai faites du Souffre, & par l'Analyſe de ce mineral que le Souffre commun n'eſt contenu ni dans les ſels vitrioliques, ni dans les matieres huileuſes ſeparément, & qu'il ne ſe forme que de l'union des deux enſemble.

Je

Je n'entreprens point de rendre ici raiſon de la maniere dont ces principes s'uniſſent pour compoſer le Souffre commun, & toutes les autres matieres bitumineuſes & inflammables que l'on peut auſſi produire par leurs differentes combinaiſons. M. *Homberg* doit donner tout ce détail dans ſon Traité particulier du Souffre principe.

J'ajoûterai ſeulement une conjecture que m'ont fourni les travaux que j'ai eu occaſion de faire ſur les matieres ſulphureuſes en cherchant à les recompoſer, qui eſt que les métaux pourroient bien n'être que des bitumes ou des compoſez de Souffre principe, de ſel vitriolique & de terre.

Si la difficulté qu'il y a de pénétrer la compoſition des métaux ne m'a pas encore permis de ſuivre cette conjecture dans tous, du moins ſuis-je preſque convaincu qu'elle eſt vraie pour la compoſition du fer en particulier.

Si on obſerve ce métal, outre ſon ſel vitriolique qui ſe découvre par le goût, & parcequ'il ſe diſſout facilement de lui-même à la moindre humidité, on reconnoît qu'il eſt preſque tout ſulphureux. Il s'allume très-promptement lorſqu'on le jette en limaille ſur la flamme d'un flambeau. La vapeur ſulphureuſe qui s'éleve de ſa diſſolution par les eſprits acides, s'enflamme très-aiſément & brûle aſſez long-temps.

Mais ce qui paroît devoir convaincre entierement de la verité de ce que j'avance, ce ſont les deux experiences ſuivantes.

J'ai fait ſecher de l'argile dont on fait les briques, j'ai mêlé cette terre pulveriſée avec une quantité d'huile de lin ſuffiſante pour en pouvoir former une pâte que j'ai réduite en petites

tites boules ; j'ai rempli de ces boules une cornue, & j'en ai distilé au feu pouſſé par degrez juſqu'à l'extrême violence, une huile fort pénétrante ſemblable à l'huile de brique ou des Philoſophes. J'ai retiré de la cornue les boules toutes noires après les avoir réduites en poudre, j'en ai emporté toute la terre par un grand nombre de lotions. Il eſt reſté après ces lotions une poudre noire & peſante qui s'attache à l'aiman, & qui paroît être du fer.

Dans cette experience que j'ai faite ſur le procedé que *Becker* en a donné dans ſon Livre *De Phyſicâ ſubterraneâ*, l'acide vitriolique contenu dans l'argile, & le principe du Souffre contenu dans l'huile de lin ſemblent avoir compoſé le fer par leur mêlange & par la violente cuiſſon qu'ils ont reçûë.

Il me reſtoit cependant quelques doutes ſur cette production du fer, & quoique je me fuſſe aſſuré autant qu'il m'étoit poſſible que ces petites parties métalliques n'étoient point contenues dans l'argile, je ne laiſſois pas de me défier encore de mes épreuves ; lorſque je fis reflexion que ſi mon raiſonnement ſur la compoſition de ce métal étoit vrai, je devois pareillement trouver du fer dans le *caput mortuum* du mêlange de l'huile de vitriol & de l'huile de terebentine après leur diſtillation.

Pour m'en aſſurer j'examinai ce *caput mortuum*, ou la matiere noire & luiſante qui étoit reſtée après la diſtilation de ce mêlange : j'y trouvai de même que dans la précédente de petites parties qui s'attachoient à l'aiman, & que je crois être de fer.

Je travaillerai à m'aſſurer ſi ces petites parties ſont veritablement du fer, j'obſerverai avec

vec ſoin ce qui ſe paſſe dans la compoſition de ce métal, & je rendrai compte de mes travaux à la Compagnie.

## *MANIERE DE DISCERNER les viteſſes des corps mûs en lignes courbes; de trouver la nature ou l'équation de quelque Courbe que ce ſoit engendrée par le concours de deux mouvements connus; & réciproquement de déterminer une infinité de viteſſes propres deux à deux à engendrer ainſi telle Courbe qu'on voudra, & même deux pour la décrire de telle viteſſe qu'on voudra ſuivant cette Courbe.*

Par M. VARIGNON.

* ETANT tombé par hazard, il y a quelque temps, ſur le chap. 6. part. 3. de *l'Art de jetter des Bombes*, par M. *Blondel*, l'embarras de la démonſtration qu'il y donne pour prouver que *les lignes des projections obliques ſont paraboliques*, de même que celles des projections horizontales, en négligeant de part & d'autre la réſiſtance de l'air, me fit penſer à les chercher par le calcul, lequel me les donna en deux coups de plume, comme on le verra ci-après dans l'art. 13. Il fit plus: il me donna occaſion de remarquer que la ſuppoſition qu'on fait d'ordinaire dans l'hypothèſe de *Galilée* touchant

* 22. Novembre 1704.

chant les viteſſes des chutes en lignes courbes, ſavoir que ces viteſſes y ſont comme les racines des hauteurs de ces chutes, n'eſt vraie que lorſque les corps tombent le long des Courbes, qui (comme en relief) les ſoûtiennent en tombant, ou qu'ils ſont ſoûtenus par des ſuſpenſions équivalentes, c'eſt-à-dire, perpendiculaires aux Courbes, ou ſuivant les rayons de leurs Dévelopées; & même ſeulement dans le cas des chutes commencées à quelque point de ces Courbes, ou de leurs tangentes le long de ces mêmes tangentes, & non ailleurs, ni ſuivant aucun plan qui leur ſoit incliné.

En ce cas de chutes commencées à un point d'un plan incliné à une Courbe, & le long de ce plan, je détermine quelles devroient être alors les viteſſes du corps tombant le long de cette Courbe dans cette même hypothêſe de *Galilée*, qui eſt la ſeule (touchant la peſanteur) dont il s'agira dans la ſuite, tant qu'on n'y en marquera point d'autre.

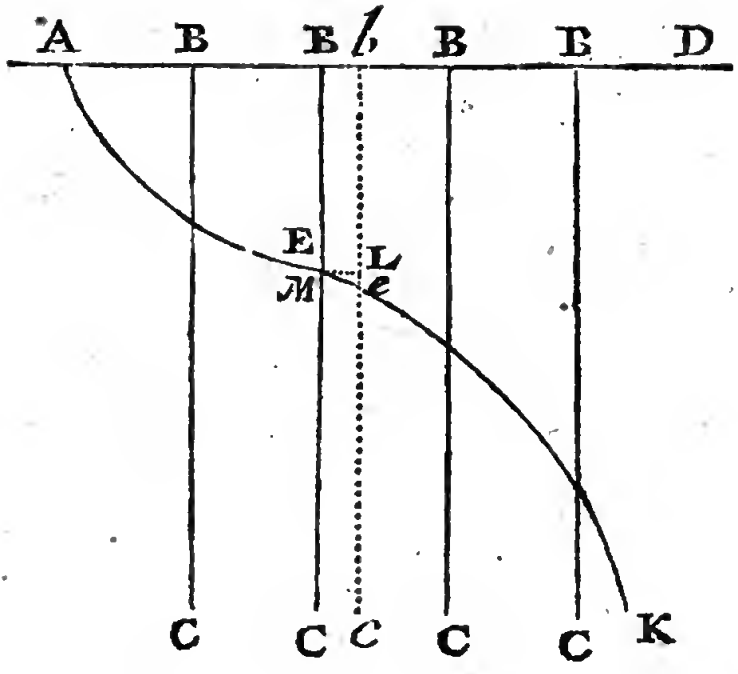
Je paſſe enſuite aux viteſſes des corps qui décrivent des Courbes ſans s'appuier ſur elles, ou ſans être ſoûtenus par aucune ſuſpenſion équivalente; mais ſeulement par des compoſitions de mouvemens, leſquels étant donnez tels qu'on aura voulu, je détermine toûjours la nature des Courbes qui en reſultent. Par exemple, je détermine quelle Courbe doit décrire un corps jetté d'une viteſſe de projection variable à diſcrétion, quelle que ſoit celle de ſa peſanteur, & quelque angle que les directions de ces viteſſes faſſent entr'elles. Ce qui donne tout d'un coup la Parabole ordinaire pour cette ligne de projection, lorſque la pre-

premiére de ces viteſſes eſt uniforme, & la ſeconde comme les racines des hauteurs des chutes, ainſi qu'on l'a trouvé juſqu'ici par d'autres voies, & pour ce cas ſeulement.

Réciproquement la nature d'une Courbe quelconque étant donnée, je détermine auſſi toûjours deux viteſſes du concours deſquelles elle peut reſulter. Je trouve même une infinité de viteſſes propres deux à deux à engendrer par leur concours une même Courbe, quelle qu'elle ſoit, geométrique ou méchanique, il n'importe. Par exemple, je trouve quelles devroient être les viteſſes de projection & de peſanteur d'un corps pour lui faire décrire par leur concours une hyperbole, ou quelqu'autre Courbe que ce ſoit : Et entre une infinité de viteſſes que je trouve propres deux à deux à faire ainſi décrire une Parabole, l'uniforme & celle qui ſuit les racines des hauteurs, ſe trouvent encore la devoir engendrer par leur concours; & ainſi de toute autre Courbe à l'infini.

De ſorte qu'il n'y a aucune Courbe que je ne puiſſe déduire des mouvemens donnez qui l'engendrent deux à deux, ou pour laquelle donnée je ne puiſſe trouver une infinité de viteſſes propres deux à deux à l'engendrer par leur concours, & même en déterminer toûjours deux du concours deſquelles cette Courbe ſera décrite de telle viteſſe qu'on voudra. Commençons par les viteſſes des corps mus en lignes Courbes.

I. Pour diſcerner ces viteſſes je conſidere d'abord qu'il n'y a point de Courbe imaginable qui ne puiſſe être décrite par le concours de deux mouvemens, dont un ſera toûjours à dif-



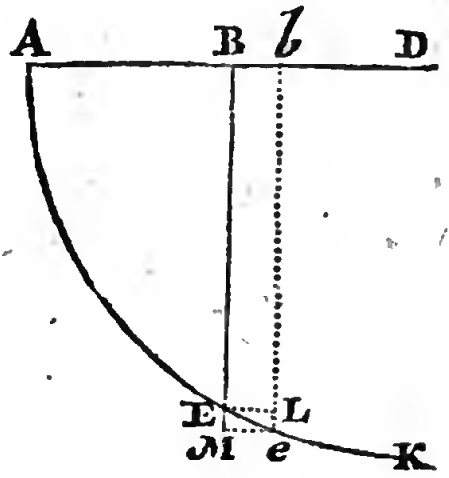

diſcrétion. En effet ſi l'on conçoit une Courbe fixe quelconque *AEK* ſeulement tracée, avec une droite ou une Regle *BC* qui ſe meuve toûjours parallelement à elle-même, & d'une viteſſe à diſcrétion de *A* vers *D*, pendant que le point *E* ſe meut de *B* vers *C* le long de cette droite *BC*, & de maniére qu'il ſe trouve ſucceſſivement dans tous les points où elle coupera la Courbe *AEK*, quel que ſoit l'angle *ABC*: Cela (dis-je) conçû, il eſt manifeſte que la concours d'action des deux mouvemens ou impreſſions qui font ainſi ſuivre la trace de cette Courbe *AEK* au point *E* ſans s'appuier deſſus, la lui feroit décrire de même que quand elle n'y ſeroit pas; puiſque la ſuivre ainſi ſans s'appuier deſſus, c'eſt la décrire comme ſi effectivement elle n'y étoit pas. Donc il n'y a point de

Courbe imaginable qui ne puiſſe être ainſi décrite par le concours de deux mouvemens dont l'un ſera toûjours à diſcrétion. L'autre ſe trouvera auſſi toûjours par le moien de celui-ci & de la Courbe donnée, comme on le verra ci-après dans l'art. 14.

II. Imaginons préſentement deux ſituations $BC$, $bc$, de la Regle mobile, infiniment proches l'une de l'autre, avec $EL$ parallele à $AD$, & le petit parallelogramme $ML$ qui ait pour diagonale l'élément $Ee$ de la Courbe $AEK$ décrite comme ci-deſſus art. 1. Il ſuit de cette deſcription que le point $E$ (il s'appellera dans la ſuite *point décrivant*) parcourt cet élément $Ee$ par le concours d'action des mouvemens ou impreſſions ſuppoſées ſuivant $AD$ & $BC$, pendant le temps que chacune d'elles lui auroit fait parcourir celui des élémens $EL$ ou $EM$, ſuivant lequel elle eſt dirigée. Donc la viteſſe réſultante de ce concours d'action au point $E$ ſuivant $Ee$, doit être à ce que chacune de ces impreſſions particuliéres en auroit donné ſéparément à ce point décrivant, ſuivant $EL$ & $EM$, comme $Ee$ eſt à $EL$ & à $EM$. Ainſi en prenant $EL$ & $EM$ pour les élémens des coordonnées d'une Courbe décrite par le concours de deux mouvemens, ou plutôt de deux forces quelconques dirigées ſuivant ces mêmes coordonnées; on trouvera en général que ce que ces forces auroient donné ſéparément de viteſſe ſuivant ces coordonnées en chaque point $E$ de cette Courbe, au corps qui la décrit, doit toûjours être à ce qu'elles lui en donnent effectivement enſemble en ce point ſuivant cette même Courbe, comme les élémens $EM$ & $EL$ ſont chacun au correſpondant $Ee$ de cette Cour-

Courbe. De ſorte qu'en appellant $v$ & $z$ les viteſſes qui reſulteroient ainſi de ces forces ſéparées, ſuivant les coordonnées qui en ſont les directions, c'eſt-à-dire, ſuivant les élémens $EM$ & $EL$ de ces coordonnées ; le concours de ces forces donnera d'une part $\frac{v \times Ee}{EM}$, & de l'autre $\frac{z \times Ee}{EL}$, pour la viteſſe du corps décrivant au point $E$ ſuivant l'élément $Ee$ de la Courbe $AEK$.

III. Voilà ce que ces deux forces ſuivant $EM$ & $EL$, ont enſemble d'action ſur le point $E$ ſuivant $Ee$. Mais ſi une d'elles ceſſoit d'agir, par exemple, celle qui eſt ſuivant $EL$, enſorte que le corps $E$ n'eût plus que celle qui tend ſuivant $EM$, & qu'apuié ſur le relief d'une Courbe effective $AEK$, il ne la ſuivît qu'en vertu de cette force que je ſuppoſe être celle de ſa peſanteur ; alors il lui arriveroit comme à tout autre corps ſeulement peſant, qui au lieu de tomber ſuivant la verticale $EM$, tomberoit le long d'un plan incliné $Ee$. Ainſi en tombant le long de la Courbe $AEK$ en vertu de ſa ſeule peſanteur, il y doit tomber comme le long d'une infinité de plans contigus, dont on va voir (*article* 6.) que les angles infiniment petits ne diminuent rien de la viteſſe qu'il auroit en tombant de pareille hau-

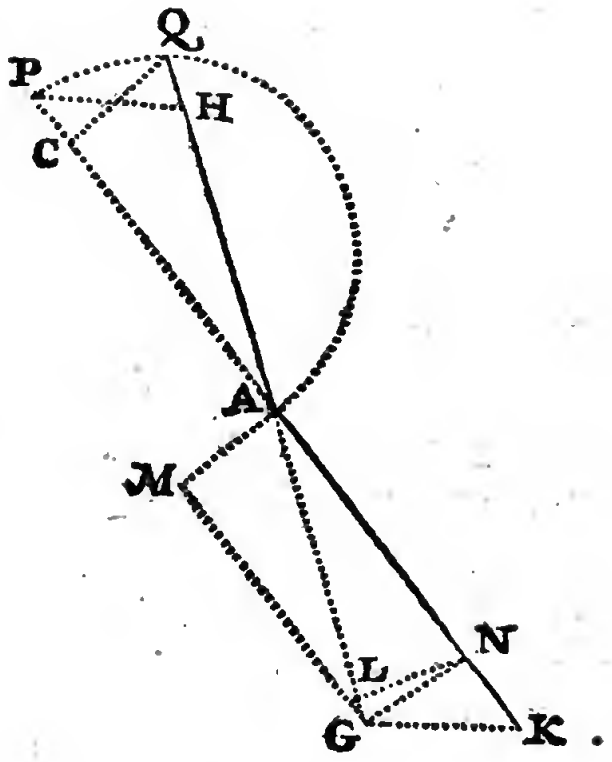


teur le long d'un ſeul & même plan dans l'hypothêſe de *Galilée*. Or on ſait que dans cette hypothêſe, les viteſſes acquiſes par des chutes faites chacune le long d'un même plan quelconque, ſont toûjours comme les racines des hauteurs de ces chutes. Donc auſſi dans l'hypothêſe de *Galilée*, les viteſſes d'un corps qui tombe le long d'une Courbe quelconque *AEK* en vertu de ſa ſeule peſanteur, doivent être dans tous les points *E* de cette Courbe ſuivant *EK*, comme les racines des hauteurs *BE* de leurs chutes commencées en quelque point *A* que ce ſoit de cette Courbe, ainſi qu'on le ſuppoſe d'ordinaire.

IV. Pour voir préſentement pourquoi les angles d'un Polygone infini-latere ſous la forme duquel on conſidére chaque Courbe, ne diminuent point les viteſſes d'un corps qui tombe le long de cette même Courbe en vertu de ſa ſeule peſanteur, vû ce que j'ai démontré dans les Mémoires de 1693. pag. 182. de la perte qu'en doit faire un corps qui tombe le long de pluſieurs plans contigus à angles finis: Pour voir, dis-je, la raiſon de cette différence, il n'y a qu'à appliquer aux Courbes ce que j'ai dit de ces plans; voici en deux mots ce qu'il nous en faut par rapport à ceci.

Soient deux plans contigus *HA* & *AK*, inclinez l'un à l'autre comme on voudra, le long deſquels un corps tombe du point *H*; par ce point *H* & par un point *G* quelconque de *HA* prolongé, ſoient les horizontales *HP* & *GK*, qui rencontrent en *P* & en *K* la droite *KA* prolongée vers *P*; ſoit de plus le parallelogramme rectangle *MN* dont *AG* ſoit la diagonale.

Cela




Cela fait, il eſt viſible que la viteſſe acquiſe de *H* en *A* ſuivant *AG*, doit être la même au point *A* que ſi elle réſultoit du concours de deux forces capables de donner en ce point au corps qui tombe, des vîteſſes ſuivant *AM* & *AN*, leſquelles fuſſent à celle qu'il a au point *A* ſuivant *AG*, comme les côtez *AM* & *AN* du parallelogramme *MN*, ſont à ſa diagonale *AG*. Or en ce cas la force qui pouſſeroit ce corps ſuivant *AM*, étant ſoûtenue toute entiere par le plan *AK* qui lui réſiſte (*hyp.*) perpendiculairement, il ne reſteroit plus à ce corps que l'impreſſion de la force ſuivant *AN* pour ſuivre cette ligne d'une vîteſſe qui ſeroit à cel-

le qui lui réſulteroit de leur concours, c'eſt-à-dire (*hyp.*) à celle qu'il a effectivement en *A* ſuivant *AG* après ſa chute de *H* en *A* par *HA*, comme *AN* eſt à *AG*. Donc la viteſſe que la chute de *H* en *A* par *HA*, donne à ce corps au point *A* ſuivant *AG*, eſt à ce que la rencontre du plan *AK* lui en laiſſe ſuivant ſa direction *AK*, comme *AG* eſt à *AN*. Par conſéquent en faiſant du centre *A*, & du rayon *AN*, l'arc *NL* qui rencontre *AG* en *L*, l'on aura *LG* pour ce que la rencontre du plan *AK* fait perdre de vîteſſe au corps qui tombe, en paſſant de *HA* en *AK*; c'eſt-à-dire, que cette perte de vîteſſe doit être à ce qu'il en doit avoir en *A* ſuivant *AG*, comme *LG* eſt à *GA*. Ainſi l'angle fini *KAG* rendant *LG* finie de même que *AG* & *AN* ou *AL*, cette perte de vîteſſe doit auſſi être finie & réelle par raport à ce que le corps tombé de *H* en *A*, en auroit en *A* pour ſuivre *AG* ſans l'obſtacle du plan *AK*, & par raport à ce que cet obſtacle en laiſſe à ce corps ſuivant ce plan *AK*. Et par conſéquent l'inflexion des plans *HA* & *AK* le long deſquels on le ſuppoſe tomber, doit l'empêcher d'avoir autant de vîteſſe en *K* qu'il en auroit eu en tombant de *P* en *K* le long du ſeul plan *PK*, ou qu'il en auroit acquis en *G* en tombant du point *H* le long du ſeul plan *HG*.

V. Delà on peut voir au juſte de quel point du plan *PK* ce corps auroit dû tomber le long de ce plan pour avoir en *K* la même vîteſſe qu'il y acquiert en vertu de ſa chute de *H* par *HAK*: Car ſi l'on décrit ſur le diamêtre *PA* un demi-cercle *PQA* qui rencontre *HA* prolongée en *Q*, & que de ce point *Q* on mene *QC* perpendiculaire ſur *PA*; on trouvera que le

le corps tombé de $H$ en $K$ par $HAK$, ne doit avoir de vîteſſe en $K$, qu'autant qu'il y en auroit en tombant de $C$ en $K$ le long du plan $PK$, bien loin d'y en avoir autant que s'il étoit tombé de $P$ en $K$ le long de ce même plan, ainſi que *Galilée* l'a ſuppoſé.

En effet puiſque (*hyp.*) $HP$ eſt horizontale, on ſait que les vîteſſes acquiſes en $A$ ſuivant $AK$ par la chute d'un corps de $P$ en $A$, & ſuivant $AG$ par la chute de $H$ en $A$, doivent être égales. Donc (*art.* 4.) en ce point $A$ la vîteſſe acquiſe ſuivant $AK$ par la chute de ce corps de $P$ en $A$, ſeroit à ce qu'il lui en reſte ſuivant la même direction $AK$ après ſa chute de $H$ en $A :: AG. AN :: AQ. AC :: \sqrt{AP}. \sqrt{AC}$. Or on ſait auſſi que ce que ce corps acquieroit de vîteſſe en $A$ ſuivant $AK$ par ſa chute de $P$ en $A$, ſeroit pareillement à ce qu'il en acquieroit en ce même point $A$ ſuivant $AK$ par ſa chute de $C$ en $A :: \sqrt{AP}. \sqrt{AC}$. Donc la vîteſſe en $A$ ſuivant $AK$, acquiſe par ſa chute de $H$ en $A$, eſt la même que ſi le corps qui a fait cette chute, fût tombé de $C$ en $A$, en commençant en $C$; & non-pas la même que s'il fût tombé de $P$ en $A$, comme on le ſuppoſe d'ordinaire avec *Galilée*.

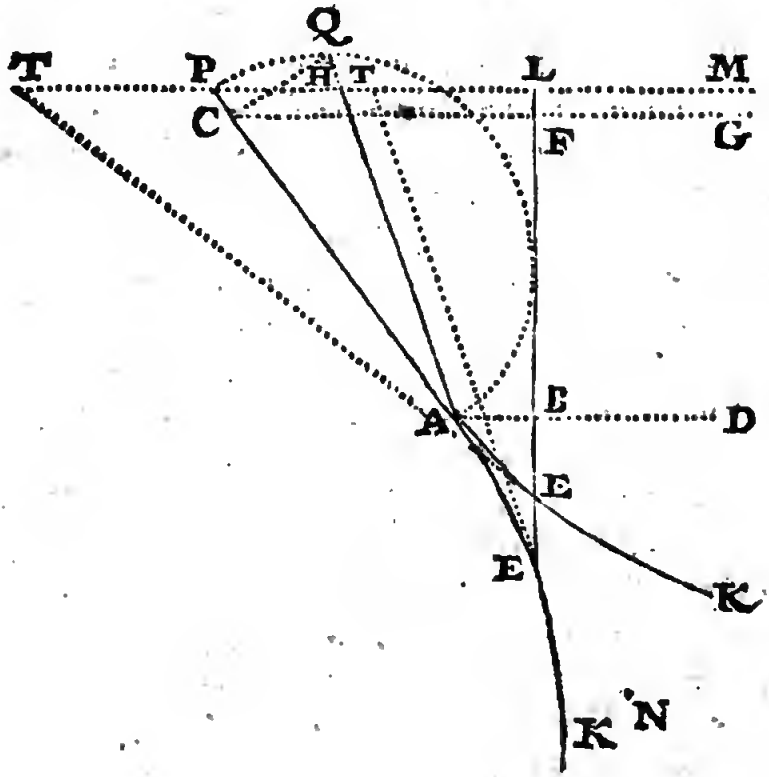
VI. Voilà ce que cauſe l'angle fini $GAK$; mais ſi on le ſuppoſe infiniment petit, l'arc $LN$ qui en eſt la meſure, ſe trouvera auſſi pour lors infiniment petit, & pouvant ainſi paſſer pour une petite ligne droite perpendiculaire ſur $AG$, les angles (*hyp.*) droits $ANG$ & $ALN$ donneront $AL. LN :: LN. LG$. Et par conſéquent $LG$ ſera une *différentio-différentielle*, ou une différentielle du ſecond genre par raport à la grandeur finie $AL$ ou $AN$. Or on a

vû (*art.* 4.) que $LG$ eſt à $AN$, comme la perte de vîteſſe cauſée en $A$ par l'oppoſition du plan $AK$ à la chute de $H$ en $G$, eſt à ce qu'il en reſte ſuivant $AK$. Donc cette perte de vîteſſe faite en $A$, doit être auſſi un infiniment petit du ſecond genre par raport à ce qu'il en reſte ſuivant $AK$ au corps tombé de $H$ en $K$ par $HAK$, dans cette hypothêſe de l'angle $GAK$ infiniment petit.

Or en conſidérant les Courbes comme autant de Polygones infini-lateres, dont les angles d'attouchement ſont les complémens des interieurs de ces polygones, ainſi que $GAK$ l'eſt ici de $HAK$; un corps tombant le long de la concavité d'une Courbe quelconque, y doit tomber comme le long d'une infinité de plans contigus, dont les angles (complémens des interieurs au travers deſquels ce corps paſſe) ſont infiniment petits. Donc les pertes de vîteſſe qu'il y doit faire à la rencontre des plans ou des côtez infiniment petits ſur leſquels il paſſe, ne doivent être que des infiniment petits du ſecond genre par raport aux vîteſſes avec leſquelles il paſſe. Et par conſéquent quoique le nombre infini d'angles qui ſe trouvent dans chaque Courbe ainſi regardée comme polygone, cauſe à ce corps une infinité de pareilles pertes, leur ſomme ne fera jamais qu'un infiniment petit du premier genre par raport à ce qu'il y a de vîteſſe en chaque point de cette Courbe. Donc cette perte totale ſera nulle par raport à la vîteſſe de ce corps, & la courbure de la Courbe le long de la concavité de laquelle on le ſuppoſe tomber, n'y apportera aucun obſtacle.

Il eſt viſible auſſi que ſi ce corps tomboit le long

long de la convexité de la même Courbe, elle n'apporteroit point non-plus d'obſtacle à ſa vîteſſe; puiſqu'il n'y en perdroit pas même une differentielle du ſecond genre. Donc de quelque maniere qu'un corps ſe meuve le long d'une Courbe ſans rebrouſſement contraire, elle n'apportera par ſa courbure aucun obſtacle à la proportion de la vîteſſe de ce corps.




VII. Ainſi (*art.* 3.) en quelque point *A* d'une Courbe quelconque *AEK*, que commence la chute libre d'un corps le long de cette Courbe en s'appuyant ſur elle, il aura partout, c'eſt-à-dire en chaque point de cette Courbe, la même vîteſſe qu'il y auroit acquiſe en tom-

bant de l'horizontale $AD$ par la droite $BE$. Et par conſéquent les vîteſſes y ſeront partout comme les racines $\sqrt{BE}$ des hauteurs correſpondantes.

VIII. De même ſi la chute commence à quelque point $P$ que ce ſoit d'une tangente $PA$ de la Courbe $AEK$ le long de $PAEK$, la vîteſſe en chaque point $E$ de cette Courbe ſera encore égale à celle que le corps ainſi tombé, y auroit acquiſe en tombant de l'horizontale $PM$ le long de la droite $LE$, c'eſt-à-dire auſſi comme $\sqrt{LE}$, parceque (*art.* 6.) l'angle de la touchante $PA$ avec la Courbe, n'y doit faire aucun obſtacle.

IX. Delà on voit auſſi que lorſqu'une Courbe $AEK$ a pluſieurs touchantes $AP$, $ET$, &c. terminées à une même horizontale $PM$ de laquelle commencent les chutes, il eſt indifferent par laquelle de ces tangentes le corps tombe le long de cette Courbe, par raport à ſa vîteſſe en quelque point $K$ que ce ſoit de cette même Courbe, pris au deſſous de toutes ces tangentes; puiſque ſa vîteſſe y ſera toûjours (*art.* 8.) comme $\sqrt{LE}$, c'eſt-à-dire, la même par toutes ces tangentes.

Ainſi ſi cette Courbe $AEK$ étoit, par exemple, une Paracentrique le long de laquelle un corps tombant de $P$ par la tangente $PA$, approchât également de quelque point $N$ que ce ſoit en temps égaux, les arcs $EK$ ſeroient auſſi paracentriques par raport à ce même point $N$ en vertu des chutes commencées en $T$ par les tangentes $TE$, c'eſt-à-dire que ce corps en pourſuivant chaque arc $EK$ en vertu d'une chute faite de $T$ par $TE$, s'approcheroit auſſi toûjours également du point $N$ en temps égaux; parce-

que

que ſes vîteſſes acquiſes en $E$ ſuivant $EK$ en vertu de ſes chutes faites de $P$ par $PAE$, & de $T$ par $TE$, ſont les mêmes, étant de part & d'autre (*art.* 8.) comme $\sqrt{LE}$, c'eſt-à-dire, telles qu'il les acquieroit en $E$ ſuivant $LE$ en tombant de $L$ par $LE$: Et tout cela, parceque (*art.* 6.) les angles infiniments petits des tangentes avec les Courbes, n'y apportent aucun obſtacle.

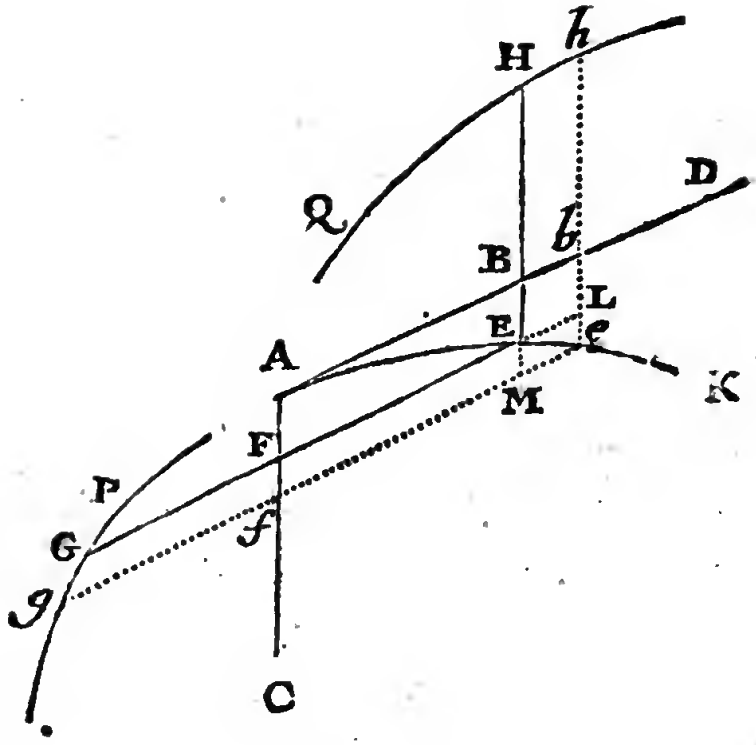
X. Il n'en eſt pas de même des angles finis: Car ſi l'on ſuppoſe que la droite $HA$ rencontre la Courbe $AEK$ en $A$ ſous quelque angle fini que ce ſoit, c'eſt-à-dire qu'elle faſſe un angle fini quelconque $HAP$ avec la tangente $PA$ de cette Courbe; on trouvera par les articles 4. & 5. qu'un corps tombé de $H$ par $HAE$, n'aura pas la même vîteſſe en $E$ ſuivant $EK$, que s'il fût tombé de l'horizontale $HM$ par $LE$, ni par conſéquent une vîteſſe qui ſoit comme $\sqrt{LE}$. Au contraire ſi après avoir prolongé l'horizontale $MH$ juſqu'à la rencontre en $P$ de la tangente $AP$, on décrit ſur le diamêtre $AP$ le demi-cercle $AQP$ qui rencontre $AH$ prolongée en $Q$, & que de ce point $Q$ on mene $QC$ perpendiculaire ſur $AC$; on trouvera (*art.* 5.) que la vîteſſe en $A$ ſuivant $AE$, acquiſe en tombant de $H$ en $A$ par $HA$, doit être la même que ſi le corps fût tombé de $C$ en $A$ par la tangente $CA$; & par conſéquent auſſi (*art.* 8.) la même en $E$ ſuivant $EK$, qu'elle y auroit été ſuivant $FE$ ſi ce corps fût tombé de l'horizontale $CG$ par $FE$, c'eſt-à-dire, ſeulement comme $\sqrt{FE}$, & non-pas comme $\sqrt{LE}$, quoique les chutes faites de $H$ en $E$ par $HAE$, & de $L$ en $E$ par $LE$, ſoient (*hyp.*) de même hauteur.

XI. On voit donc pour toutes ſortes de Courbes, non-ſeulement que les vîteſſes commencées à quelque point que ce ſoit de ces Courbes ou de leurs tangentes, ſont par tout le long de ces tangentes & de ces Courbes, comme les racines des hauteurs de ces chutes; mais auſſi que c'eſt-là le ſeul cas où ces vîteſſes ſoient en cette raiſon, quoi qu'acquiſes par la ſeule peſanteur des corps qui tombent en s'appuyant ſur le relief des Courbes qu'ils ſuivent.

Pour ce qui eſt des Courbes que ces corps tracent eux-mêmes par le concours de deux forces ou impreſſions differentes, ſans être ſoûtenus ni s'appuier ſur ces Courbes; on a auſſi vû dans l'art. 2. que quand même la peſanteur de chaque corps ſeroit une de ces deux forces, ſes vîteſſes le long de la Courbe qu'il décriroit par le concours de cette force avec toute autre, ne ſeroient point encore comme les racines des hauteurs que ſa peſanteur lui auroit fait parcourir; mais ſeulement comme on les a démontrées dans cet art. 2.

XII. Tel eſt le diſcernement qu'il faut faire des vîteſſes des corps mûs en lignes courbes, voici auſſi quelque choſe de l'uſage qu'on peut faire des vîteſſes réſultantes du concours de pluſieurs forces.

Soit une Courbe quelconque $AEK$ décrite (*art.* 1.) par le concours de deux mouvemens, c'eſt-à-dire, par un corps agité de deux impreſſions à la fois ſuivant $AC$ & $AD$, ou ſuivant leurs paralleles $BE$, $be$, & $FE$, $fe$, menées par les extrémitez d'un élément quelconque $Ee$ de cette Courbe $AEK$, quel que ſoit l'angle $CAD$, & quelles que ſoient auſſi ces im-




impreſſions, ou les vîteſſes qu'elles ſeroient capables de donner ſéparément au corps *décrivant* en chaque point $E$ de la Courbe $AEK$ ſuivant les côtez $EM$ & $EL$ du petit parallelogramme $ML$; ou en $F$ ſuivant $FC$, & en $B$ ſuivant $BD$, ſi ce corps ſuivoit ſéparément $AC$ & $AD$ en vertu de ces impreſſions ou forces ſéparées, qui dans la ſuite s'appelleront $C$ & $D$.

Pour l'univerſalité de ces vîteſſes en $E$ ſuivant $EM$ ou en $F$ ſuivant $FC$, & en $E$ ſuivant $EL$ ou en $B$, ſuivant $BD$, ſoient encore deux Courbes quelconques $GP$ & $HQ$, qui les expriment par leurs ordonnées correſpondantes $FG$ & $BH$, leſquelles ſoient appellées $v$ & $z$, com-

comme dans l'art. 2. Soient de même leurs abſciſſes $AF$ & $AB$ appellées $x$ & $y$, leſquelles ſoient auſſi les coordonnées de la Courbe $AEK$.

Cela fait, l'art. 2. donnant encore ici $\frac{v \times Ee}{EM}$ & $\frac{z \times Ee}{EL}$ pour la vîteſſe ſuivant $Ee$, réſultante du concours de celles-là, l'on trouvera $\frac{v}{dx} = \frac{z}{dy}$ ou $v\,dy = z\,dx$ pour l'équation générale de cette Courbe $AEK$, laquelle deviendra celle de telle hypothêſe qu'on voudra, ſi l'on y ſubſtitue en $x$, en $y$, & en conſtantes les valeurs des vîteſſes $v$ & $z$ qui conviennent à cette hypothêſe.

La même équation générale de la Courbe $AEK$ ſe peut encore trouver ſans ſe mettre en peine de ce que le corps *décrivant* peut avoir de vîteſſe le long de cette Courbe: il ſuffit de conſiderer que ce corps ne parcourt (*hyp.*) l'élément $Ee$ qu'en vertu des deux impreſſions $C$ & $D$, qui ſéparément lui feroient parcourir $EM$ & $EL$ dans le même temps que par leur concours elles lui feroient parcourir $Ee$; car alors voyant que ces autres élémens $EM$ & $EL$ devroient être ainſi parcourus en même temps, on verra auſſi qu'ils doivent toûjours être entr'eux comme les vîteſſes (telles qu'elles puiſſent être) $v$ & $z$ requiſes pour cela: c'eſt-à-dire, $EM\,(dx).EL\,(dy) :: v.z$. Et par conſéquent $z\,dx = v\,dy$, comme ci-deſſus.

XIII. Pour faire quelque uſage de cette formule ou équation générale, ſuppoſons (ſi l'on veut) que la force ſuivant $AC$ ou $BE$, par

par le concours de laquelle avec une autre ſuivant $AD$, ſe décrit (*hyp.*) la Courbe $AEK$, ſoit la peſanteur du corps *décrivant*; & qu'ainſi les vîteſſes $v$ en chaque point $E$ ſuivant $BE$ ſoient comme les racines des hauteurs $AF$ ou $BE$ ($x$) correſpondantes; & par conſéquent la Courbe $PG$ ſera une Parabole ordinaire dont le ſommet eſt en $A$, & ſon lieu $v = \sqrt{x}$. Si l'on ſubſtitue cette valeur de $v$ dans la précédente équation générale $z\,dx = v\,dy$, l'on aura $z\,dx = dy\sqrt{x}$, ou $\frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{dy}{z}$ pour l'équation de toutes les Courbes décrites par le concours de la peſanteur des corps décrivans, & de quelqu'autre impreſſion ou force que ce ſoit ſuivant $AD$, quelque vîteſſe $z$ qu'elle ſoit capable de donner ſeule ſuivant cette direction, & quelque angle auſſi $CAD$ que cette direction faſſe avec la verticale $AC$: De ſorte qu'il n'y a plus qu'à ſubſtituer ici la valeur de $z$ réſultante (en $y$ & en conſtantes) de l'équation de la Courbe $QH$ ſuivant telle hypothêſe qu'on voudra faire, & l'équation $\frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{dy}{z}$ ſe changera en celle de la Courbe $AEK$ particuliere à cette hypothêſe.

Par exemple, ſi l'on imagine cette Courbe $AEK$ décrite par un corps jetté du point $A$ ſuivant $AD$, & qu'on prenne à l'ordinaire la vîteſſe $z$ de projection ſuivant $AD$ pour conſtante & par tout la même, en faiſant (ſi l'on veut) $z = \sqrt{a}$, & en changeant ainſi la Courbe $QH$ en une ligne droite parallele à $AD$; la ſubſtitution de cette valeur de $z$ dans l'équation

tion précédente $\frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{dy}{z}$, la changera ici en $\frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{dy}{\sqrt{a}}$ dont l'intégrale $2\sqrt{x} = \frac{y}{\sqrt{a}}$, ou $4ax = yy$ ſera l'équation de la Courbe $AEK$ dans ce cas-ci. D'où l'on voit que cette Courbe de projection devient ici une Parabole ordinaire, dont le parametre au point $A$ de projection, doit être quadruple de la hauteur $a$ d'où le corps jetté auroit dû tomber pour acquerir par ſa ſeule peſanteur la vîteſſe $\sqrt{a}$ de projection qu'on lui vient de ſuppoſer ſuivant $AD$, quel que ſoit l'angle $CAD$ que cette ligne $AD$ de projection faſſe avec la verticale $AC$, ainſi qu'on l'a trouvé juſqu'ici par d'autres manieres beaucoup moins ſimples que celles-ci.

Pour trouver cette Courbe encore plus facilement, il ſuffit de conſiderer que puiſque (*hyp.*) la vîteſſe de projection ſuivant $AD$, eſt uniforme, l'on aura partout $AB$ comme le temps que le corps jetté employe à parcourir $AE$; & par conſéquent $Bb$ ou $EL$ $(dy)$ pour l'inſtant que ce corps employe à parcourir $Ee$, ou qu'il employeroit à parcourir $EM$ $(dx)$ en vertu de la ſeule peſanteur, d'une vîteſſe qui ſeroit comme $\sqrt{BE}$ $(\sqrt{x})$. Donc en prenant $dy$ pour cet inſtant, & $\sqrt{x}$ pour cette vîteſſe, l'on aura $\frac{dx}{\sqrt{x}} = dy$, dont l'intégrale $2\sqrt{x} = y$, ou $4x = yy$ eſt encore un lieu à la Parabole ordinaire, lequel deviendra (comme ci-deſſus) $4ax = yy$ en ſubſtituant $a$ pour 1 afin d'obſerver la loi des homogenes.

On trouvera de même toute autre Courbe $AEK$ réſultante du concours d'action de deux for-

forces quelconques dirigées ſuivant $AC$ & $AD$, quelque angle $CAD$ que ces directions faſſent entr'elles, & quelles que ſoient auſſi les vîteſſes $v$ & $z$ que ces forces ſeroient capables de donner ſéparément en $E$ ſuivant ces mêmes directions ou leurs paralleles, au corps *décrivant*; c'eſt-à dire, de quelque nature qu'on ſuppoſe les Courbes $PG$ & $QH$ qui expriment ces vîteſſes par leurs ordonnées $FG$ & $BH$ correſpondantes: & cela, comme l'on voit, en ſubſtituant dans l'équation générale $z\,dx = v\,dy$ les valeurs de ces vîteſſes $v$ & $z$, réſultantes des équations données de ces deux Courbes-ci.

XIV. L'équation générale de l'art. 12. ne donne pas ſeulement toutes les Courbes qui ſe peuvent engendrer par des compoſitions de mouvemens connus, c'eſt-à-dire, chacune par le concours de deux vîteſſes connues, quelles qu'elles ſoient; mais elle donne auſſi toûjours deux vîteſſes qui par leur concours peuvent ainſi engendrer quelque Courbe donnée que ce ſoit: elle donne même une infinité de vîteſſes propres deux à deux à engendrer ainſi une même Courbe donnée, quelle qu'elle ſoit, géométrique ou méchanique, il n'importe. En effet l'équation $z\,dx = v\,dy$ donnant $z = \frac{v\,dy}{dx}$, & la Courbe donnée $AEK$ donnant auſſi la valeur de $\frac{dy}{dx}$ en $x$, en $y$, & en conſtantes; ſi l'on ſubſtitue cette valeur de $\frac{dy}{dx}$ dans cette équation $z = \frac{v\,dy}{dx}$, il ne reſtera plus qu'à y déterminer une des deux vîteſſes $v$ ou $z$, en $x$ ou en $y$, & en conſtantes, pour avoir l'autre. Or on a vû ci-

ci-deſſus (*art.* 1.) qu'une de ces viteſſes eſt toûjours à diſcrétion, & qu'ainſi on peut toûjours en déterminer une, par exemple $v$, dans cette équation. Donc par ce moien l'autre $z$ ſera auſſi toûjours déterminée. Par conſéquent l'équation générale $z\,dx = v\,dy$, & celle de la Courbe donnée $AEK$, pourront toûjours ainſi donner enſemble deux viteſſes $v$ & $z$ propres à engendrer cette Courbe par leur concours : & même en donner une infinité d'autres propres deux à deux à engendrer ainſi la même Courbe ; puiſque par ce moien $z$ aura autant de valeurs que $v$, qui étant (*art.* 1.) à diſcrétion en peut avoir de differentes à l'infini.

Par exemple, ſoit la Courbe $AEK$ une hyperbole dont le lieu ſoit $y = \sqrt{\frac{pbx + pxx}{b}}$, & qu'il faille la faire décrire à un corps jetté ſuivant $AD$, par le concours de ſa peſanteur ſuivant la verticale $AC$, quelque angle $CAD$ que ces directions faſſent entr'elles : on demande quelles viteſſes $v$ & $z$ de peſanteur & de projection il faut à ce corps pour cela.

On voit déja qu'une de ces viteſſes, par exemple celle de la peſanteur, étant (*art.* 1.) arbitraire, on la peut prendre à l'ordinaire en chaque point $E$ ſuivant chaque verticale $BE$ correſpondante, comme la racine de cette hauteur ($\sqrt{x}$), & faire ainſi $v = \sqrt{x}$. D'un autre côté l'équation précédente à l'hyperbole propoſée, donnera auſſi $\frac{dy}{dx} = \frac{pb + 2px}{2\sqrt{pbbx + pbxx}} = \frac{pb + 2px}{2\sqrt{x} \times \sqrt{pbb + pbx}}$. Donc en ſubſtituant

ces

ces valeurs de $v$ & de $\frac{dy}{dx}$ dans la précédente équation générale $z = \frac{v\,dy}{dx}$, l'on aura l'autre viteſſe ſuivante $z = \frac{pb + 2px}{2\sqrt{pbb + pbx}}$, qui ſera celle de projection. Ainſi l'on aura pour lors $\sqrt{x}$, & $\frac{pb + 2px}{2\sqrt{pbb + pbx}}$ pour les expreſſions des deux viteſſes $v$ & $z$ propres à engendrer par leur concours l'hyperbole requiſe $AEK$.

Si au lieu d'une hyperbole, on veut que le corps jetté ſuivant $AD$, décrive une Parabole $AEK$ par le concours de ſa peſanteur ſuivant la verticale $AC$, quelque angle que ces deux directions faſſent entr'elles. Il eſt viſible qu'en prenant encore ſa viteſſe de peſanteur $v = \sqrt{x}$, ainſi qu'on le voit permis dans l'art. 1. il n'y a qu'à faire $b$ infinie dans la précédente valeur de $z$ pour avoir la viteſſe de projection requiſe en ce cas-ci. Car de même que $b$ infinie dans la précédente équation hyperbolique $y = \frac{\sqrt{pbx + pxx}}{b}$, la changeroit en une parabolique $y = \sqrt{px}$; de même auſſi $b$ infinie dans la précédente expreſſion $z = \frac{pb + 2px}{2\sqrt{pbb + pbx}}$ de la viteſſe de projection réquiſe avec celle de peſanteur $v = \sqrt{x}$ pour faire décrire une hyperbole au corps jetté, changera cette viteſſe de projection en $z = \frac{pb}{2\sqrt{pbb}} = \frac{p}{2\sqrt{p}} = \frac{\sqrt{p}}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}p}$, qui ſera auſſi celle de projection réquiſe avec cette même viteſſe $v = \sqrt{x}$ de peſan-

ſanteur pour lui faire décrire une Parabole. Ce qui fait voir que cette viteſſe $z$ de projection doit être conſtante, c'eſt-à-dire, uniforme, & telle que ce corps l'acquieroit en vertu de ſa ſeule peſanteur en tombant de la hauteur du quart du parametre $(p)$ de cette Parabole.

La même choſe ſe trouvera encore immédiatement ſi l'on conſidére ſeulement que l'équation parabolique $y = \sqrt{px}$ donne $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{x}}$; car la ſubſtitution de cette valeur de $\frac{dy}{dx}$, & de celle de $v = \sqrt{x}$ dans l'équation générale $z = \frac{v\,dy}{dx}$, donnera encore tout d'un coup $z = \frac{\sqrt{p}}{2} = \frac{1}{4}\overline{p}$.

Quelque autre Courbe, ſoit geométrique, ſoit méchanique, qu'on veuille faire ainſi décrire à un corps jetté, on trouvera de même quelle viteſſe de projection il requiert pour cela avec ce que ſa peſanteur lui en donne, ou avec telle autre qu'on lui voudra ſuppoſer, & quelque angle que les directions de ces viteſſes faſſent entr'elles. On voit auſſi par la maniére dont $v = \sqrt{x}$ vient de donner la valeur de $z$, que d'autres valeurs de $v$ ſubſtituées de même dans l'égalité générale $z = \frac{v\,dy}{dx}$, avec la valeur de $\frac{dy}{dx}$ réſultante de l'équation donnée de la Courbe requiſe, auroient auſſi donné d'autres valeurs de $z$; & qu'ainſi la viteſſe $v$ pouvant (*art.* 1.) en avoir de différentes à l'infini, on pourra auſſi trouver de même une infinité de viteſſes $z$ propres chacune par ſon concours avec

vec la viteſſe $v$ qui l'aura ainſi déterminée, à engendrer cette même Courbe, par exemple, la même hyperbole, ou la même Parabole que ci-deſſus; & ainſi de toute autre Courbe à l'infini.

XV. Non-ſeulement on peut ainſi trouver une infinité de viteſſes collaterales propres, deux à deux, à décrire par leur concours une Courbe donnée quelconque; mais auſſi parmi ce nombre infini de viteſſes ſuivant les coordonnées de la Courbe, on peut toûjours en déterminer deux, qui enſemble ſeront propres à décrire ainſi cette Courbe avec telle viteſſe qu'on voudra, c'eſt-à-dire, à donner au corps *décrivant* telle viteſſe qu'on voudra le long de cette même Courbe: voici comment.

1°. Soit $c$ la viteſſe requiſe le long de la Courbe donnée $AEK$, ou de ſon élément $Ee$, lequel ſoit appellé $ds$. Il eſt manifeſte que cette viteſſe $(c)$ ſuivant la diagonale $Ee$ $(ds)$ du petit parallelogramme $ML$, ſera aux viteſſes $(v)$, $(z)$, ſuivant les côtez $EM$ $(dx)$ $EL$ $(dy)$, de ce parallelogramme, c'eſt-à-dire, ſuivant les coordonnées $AF$ $(x)$ $FE$ $(y)$, de cette Courbe, comme cette diagonale eſt à ces mêmes côtez; ce qui donne $v = \frac{c\,dx}{ds}$, & $z = \frac{c\,dy}{ds}$.

2°. Il faut enſuite faire évanoüir les differences $dx$, $dy$, $ds$, par la ſubſtitution de leurs valeurs tirées de l'équation de la Courbe donnée; & ces valeurs de $v$, $z$, ainſi délivrées de toutes différences, exprimeront des viteſſes collaterales ſuivant $EM$, $EL$, non-ſeulement propres à engendrer enſemble la Courbe propoſée;

ſée; mais auſſi à donner au corps *décrivant* la viteſſe requiſe ($c$) le long de cette Courbe.

3°. Pour le voir il n'y a qu'à ſubſtituer ces valeurs de $v$, $z$, ainſi délivrées de toutes différences, dans l'équation générale $v\,dy = z\,dx$ de l'art. 12. Et l'on en verra non-ſeulement naître la Courbe requiſe; mais auſſi, en faiſant comme un des côtez $EM$ ($dx$) ou $EL$ ($dy$) du parallelogramme infiniment petit $MN$, eſt à la diagonale $Ee$ ($ds$) de ce parallelogramme, ainſi celle des viteſſes délivrée de différences, qu'on vient de trouver (*n.* 2.) ſuivant ce petit côté, eſt à la viteſſe le long de l'élément $Ee$ de la Courbe; cette derniére viteſſe délivrée de différences par le moien de l'équation donnée de cette Courbe requiſe, ſe trouvera être la même ($c$) avec laquelle on vouloit que cette Courbe fût décrite.

*Exemple.* Soit la Courbe propoſée une Parabole qui doit être décrite avec une viteſſe quelconque, appellée $c$, conſtante ou variable à diſcrétion, il n'importe. Soit $y = \sqrt{x}$ l'équation de cette Parabole: prenant les différences on aura $dy = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$, & $ds\ (\sqrt{dx^2 + dy^2}) = \sqrt{dx^2 + \frac{dx^2}{4x}} = \frac{dx\sqrt{4x+1}}{2\sqrt{x}}$. Donc en ſubſtituant ces valeurs de $dy$, $ds$, dans les équations $v = \frac{c\,dx}{ds}$, $z = \frac{c\,dy}{ds}$, du nomb. 1. l'on aura $v = \frac{2c\sqrt{x}}{\sqrt{4x+1}}$, $z\sqrt{\frac{c}{\sqrt{4x+1}}}$, pour les viteſſes collaterales propres à décrire par leur concours la Parabole re-

requiſe avec la viteſſe ($c$) qu'on demande ſuivant cette Courbe.

Pour le voir il n'y a qu'à ſubſtituer ſuivant le nomb. 3. ces valeurs de $v$, $z$, dans la Regle générale $v\,dy = z\,dx$ de l'art. 12. Et l'on aura $\frac{2c\,dy\sqrt{x}}{\sqrt{4x+1}} = \frac{c\,dx}{\sqrt{4x+1}}$, c'eſt-a-dire $2\,dy\sqrt{x} = dx$, ou $dy = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$, dont l'intégrale eſt $y = \sqrt{x}$ qui eſt le lieu de la Parabole requiſe: D'où l'on voit que les deux viteſſes collaterales qu'on vient de trouver, ſont propres à la décrire par leur concours.

Pour voir de même que la viteſſe qui en réſultera ſuivant cette Courbe au corps *décrivant*, ſera auſſi la viteſſe requiſe ($c$), il n'y a qu'à faire comme un des côtez, par exemple $EM$ ($dx$), eſt à la diagonale $Ee$ ($ds$) du petit parallelogramme $ML$, ainſi la viteſſe $\left(\frac{2c\sqrt{x}}{\sqrt{4x+1}}\right)$ trouvée ſuivant ce petit côté, eſt à la viteſſe ſuivant cette diagonale $Ee$; car ayant par-là $\frac{2c\,ds\sqrt{x}}{dx\sqrt{4x+1}}$ pour la viteſſe ſuivant cette même diagonale, la ſubſtitution de la valeur de $ds$ trouvée ci-deſſus $= \frac{dx\sqrt{4x+1}}{2\sqrt{x}}$, donnera $c$ pour la viteſſe ſuivant cet élément $Ee$ de la Parabole requiſe.

Donc les viteſſes collaterales $\frac{2c\sqrt{x}}{\sqrt{4x+1}}$ ($v$), $\frac{c}{\sqrt{4x+1}}$ ($z$) qu'on vient de trouver, ſeront

non ſeulement propres à décrire par leur concours la Parabole propoſée ; mais auſſi à la décrire avec la viteſſe requiſe (*c*) ſuivant cette même Courbe. Il eſt ainſi de toute autre Courbe à l'infini.

XVI. Il eſt facile après ce qu'on vient de dire des Courbes qui ont leurs ordonnées paralleles entr'elles, d'appliquer la methode aux Courbes dont les ordonnées concourent en un point. Ainſi dans la Spirale d'*Archimede*, par exemple, outre les deux mouvemens du concours deſquels cet Auteur la décrit, la méthode précédente en peut encore fournir une infinité d'autres propres à décrire cette Spirale ; entre leſquels on pourra même toûjours en trouver deux propres à la décrire ainſi par leur concours avec telle viteſſe qu'on voudra ; c'eſt-à-dire, propres à donner enſemble au corps *décrivant* telle viteſſe qu'on voudra ſuivant cette Courbe. Il en eſt ainſi de toute autre Courbe à l'infini dont les ordonnées concourent en quelque point que ce ſoit.

Après cela la methode de M. de *Roberval* pour trouver les tangentes par le moien des mouvemens compoſez, devient praticable en une infinité de maniéres pour toutes ſortes de Courbes ; au lieu qu'elle ne l'étoit ci-devant que pour quelques-unes, dont la génération préſentoit ſeulement pour chacune deux mouvemens compoſans. Cependant comme (*art.* 2. & 12.) ces mouvemens ou viteſſes compoſantes $v$, $z$, de quelque variété de valeurs qu'elles ſe puiſſent trouver, doivent toûjours être entr'elles comme les élémens $dx$, $dy$, des coordonnées des Courbes qui réſultent de leur concours ; & que pour avoir chacune de ces viteſ-

teſſes, l'autre étant donnée, il faut trouver le raport de ces élémens entr'eux, lequel raport donneroit, lui ſeul, les tangentes de ces Courbes ; on ne compte pas ici pour beaucoup le ſecours que la méthode précédente de M. de *Roberval* pourroit tirer de la détermination de ces viteſſes, quelque grand qu'il fût par raport à elle. Ce n'a point été auſſi dans cette vûe qu'on a entrepris d'en parler ici ; mais ſeulement pour diſcerner ce qu'il en doit réſulter le long des Courbes décrites par leur concours, d'avec ce qu'une ſeule des forces productrices de ces viteſſes, par exemple la peſanteur du corps *décrivant*, lui en donneroit en tombant le long de ces Courbes, ſoûtenu par leur relief ou par des ſuſpenſions équivalentes, ſelon les différents points où commenceroit ſa chute : Diſcernement abſolument néceſſaire pour ne ſe pas méprendre dans la méchanique des mouvemens en lignes Courbes. On donnera encore d'autres uſages de tout ceci dans la ſuite.

# CONSIDERATIONS SUR LA THEORIE DES PLANETES.

Par M. MARALDI.

* LA Théorie des Planetes eſt une recherche qui a de grandes difficultez, à cauſe des

* 26. Novembre 1704.

des differens mouvemens dont il faut chercher les regles, & de plusieurs élémens qui concourent à la détermination de ces mouvemens. La justesse de cette détermination dépend en partie d'un grand nombre d'observations faites avec précision; mais quoique depuis 30 ou 40 ans ces observations aient été faites avec beaucoup de subtilité, on n'oseroit pas se promettre qu'elles eussent toute la précision qui est nécessaire, & qu'elles fussent suffisantes pour trouver pendant plusieurs années le mouvement des Planetes entre les termes que l'on se propose communément. Car outre que nos instrumens, quelque grands qu'ils puissent être, ont une trop petite proportion à la grandeur des orbes que les Planetes décrivent, dans les observations on est souvent en doute pour la détermination des petites parties qui peuvent échaper facilement aux Observateurs les plus exacts; & avant que de mettre en usage ces observations, elles ont besoin de quelques corrections & reductions qui peuvent causer des variations dans la situation de la Planete.

Quand même les observations ne seroient point sujettes à ces variations, & qu'elles auroient la justesse que l'on peut souhaiter, on n'est pas assuré de rencontrer juste dans l'usage que l'on en fait pour trouver les differens élémens qui sont necessaires dans la Théorie des Planetes, & qu'il faut distinguer les uns des autres.

L'Apogée & le Perigée, d'où commencent & finissent les premieres inégalitez des Planetes, ne sont pas des points visibles, mais des termes qu'il faut trouver par la comparaison de plu-

pluſieurs obſervations faites en certains lieux de l'orbe de la Planete, & en certaines configurations avec le Soleil, qui ſont des circonſtances qui ſe rencontrent rarement enſemble de la même maniere. Une petite erreur que l'on peut faire dans les obſervations, en produit une beaucoup plus grande dans la détermination de l'Apogée; c'eſt-pourquoi il eſt fort difficile de le déterminer au juſte. On peut connoître ces difficultez par la differente détermination que pluſieurs Aſtronomes en ont faite depuis un ſiecle, quoiqu'ils ſe ſoient fondez principalement ſur les obſervations de *Tycho*. Or une erreur qu'il eſt aiſé de faire dans la ſituation de ces points, en produit d'autres dans toutes les parties de l'orbe de la Planete; car ſi on fait l'Apogée plus avancé dans le Zodiaque qu'il ne doit être, on fera dans quelque degré l'équation additive, lorſqu'il la faudroit faire ſouſtractive, & reciproquement; il en reſultera auſſi dans les trois premiers ſignes une équation ſouſtractive plus petite que la veritable, & plus grande dans les trois ſignes ſuivans juſqu'au Perigée. Il arrive la même choſe de l'équation additive dans les ſix autres ſignes du Zodiaque; car dans les trois premiers ſignes depuis le Perigée, elle ſera moindre que la veritable, & plus grande dans les trois derniers.

Il n'y a pas moins de difficulté dans la recherche de l'excentricité des Planetes; on la peut trouver par des méthodes qu'on a inventées à cette fin, & qui ont toutes leurs difficultez, parcequ'elles ſont naturellement attachées à cette recherche. On la peut auſſi trouver en obſervant les Planetes dans l'Apogée ou

dans le Perigée, & dans les moiennes diſtances; & comparant le vrai mouvement trouvé entre ces deux termes avec le moien qui appartient au temps échû entre ces obſervations, on trouve la plus grande équation qui détermine l'excentricité des Planetes. Mais outre que dans cette methode on y ſuppoſe le lieu de l'Apogée & du Perigée bien déterminé, il eſt extraordinairement rare de pouvoir faire ces obſervations dans des circonſtances auſſi favorables, faute deſquelles on eſt obligé d'emploier les obſervations les plus proches de ces termes, qu'il faut réduire aux mêmes termes, ce qui ne ſe peut faire qu'à peu près & à l'aide des hypotheſes. Or l'erreur qu'il eſt difficile d'éviter en déterminant l'excentricité de la Planete ſe répand, quoiqu'en moindre quantité dans toutes les parties de ſon orbe; car ſi on prend l'excentricité plus petite que la veritable, l'équation de la Planete dans tous les degrez de ſon anomalie ſera auſſi plus petite: le contraire arrivera ſi on prend l'excentricité trop grande.

Suppoſant la plus grande équation trouvée avec toute la préciſion que l'on peut ſouhaiter, il reſte une autre difficulté dans la maniere de la diſtribuer par tous les degrez de l'orbe de la Planete. Comme on donne dans les Tables Aſtronomiques cette équation calculée pour chaque degré d'anomalie, & que pour la trouver par des obſervations immédiates, il faudroit un grand nombre d'obſervations exactes qu'il eſt difficile d'avoir juſqu'à préſent dans la plûpart des Planetes; les Aſtronomes pour ſuppléer à ce défaut ont inventé diverſes me-

methodes par le moyen deſquelles l'excentricité étant donnée, on calcule pour tous les degrez d'anomalie l'équation qui lui convient. Mais cette équation ſe diſtribue differemment ſelon les differentes hypothêſes que l'on employe, & on eſt en doute quelle eſt la plus conforme à la nature, étant fort difficile de le verifier par les obſervations.

On peut auſſi ſe tromper dans le choix que l'on fait de l'Epoque; car quoiqu'on la tire d'un grand nombre d'obſervations faites dans les occaſions les plus favorables, & qu'on y évite les erreurs auſquelles ces obſervations peuvent être ſujettes, on ne peut la déterminer ſans ſuppoſer tous ces élémens que nous avons indiquez, & que nous avons dit être très-difficiles à déterminer avec préciſion. La même erreur que l'on fait dans le choix de l'Epoque ſe répand auſſi dans tous les autres calculs.

La recherche des nœuds des Planetes, & celle de l'inclinaiſon de leur orbite à l'égard de l'Ecliptique, n'eſt pas moins difficile que les autres élémens. Pour déterminer les nœuds des Planetes qui ne ſont point des termes viſibles, la meilleure maniere eſt d'obſerver pendant pluſieurs jours la ſituation de la Planete, lorſque ſa latitude change d'eſpece. Car ſi l'on ne peut pas obſerver immédiatement le temps que la Planete n'a point de latitude, on le trouvera par la comparaiſon des obſervations précedentes & ſuivantes, ce qui donnera l'arrivée de l'étoile au nœud: mais comme à une petite variation de latitude, il en répond une beaucoup plus grande en longitude à cauſe du peu d'inclinaiſon des orbites des Planetes, il ne faut pas prétendre trouver ce nœud avec beau-

coup de préciſion, principalement dans les Planetes qui ont peu d'inclinaiſon. Le lieu du nœud ainſi trouvé, n'eſt ſon lieu veritable, que lorſque ce lieu vû de la terre concourt avec le lieu du Soleil, ou à ſon oppoſite. Excepté ces deux cas qui ſont extraordinairement rares, il faut réduire par le moyen des hypothêſes corrigées par les obſervations, la ſituation de ce nœud vû de la terre, à celle qu'il auroit étant vû du Soleil, pour avoir ſa veritable ſituation.

L'inclinaiſon de l'orbite des Planetes à l'Ecliptique, ſe peut déterminer en obſervant la latitude de la Planete lorſqu'elle eſt en quadrature avec le Soleil, & que le Soleil eſt en même temps dans un des nœuds de la Planete, qui ſont des circonſtances rares. On la peut auſſi trouver par le moyen de la plus grande latitude de la Planete vûe de la terre qu'on ne peut pas ſouvent obſerver, mais ſeulement en quelque rencontre. La plus grande latitude étant trouvée, il faut la réduire par le rapport des diſtances de la Planete au Soleil & du Soleil à la terre, de l'apparence qu'elle fait à la terre à celle qu'elle feroit au Soleil. Cette latitude ainſi réduite & comparée à ſa diſtance au nœud, donnera l'inclinaiſon de l'orbite de la Planete, qui eſt celle qu'on met dans les Tables pour en calculer la latitude.

La proportion de l'orbite du Soleil à celle des Planetes qui ſert à connoître leur ſeconde inégalité, ſe peut chercher en deux manieres. La premiere par les obſervations jointes aux hypothêſes. Mais ces proportions ſeront differentes ſuivant l'eſpece de ligne que l'on ſuppoſera que les Planetes décrivent, & ſelon la differente excentricité qu'on aura établie. La

ſe-

ſeconde maniere ſeroit en trouvant la ſeconde inégalité par les obſervations ; ce qui ne ſe peut pratiquer que dans Jupiter, dont les Satellites peuvent ſervir à la connoître en certaines rencontres.

Pour les autres Planetes il faut employer la diſtance du Soleil à la terre, & le lieu de la Planete vû du Soleil qu'il faut trouver par les hypothêſes, & qu'il faut comparer avec le lieu de la Planete vûe de la terre, & trouvé par les obſervations. Par cette methode la moyenne diſtance de la Planete au Soleil, que l'on tire des diſtances trouvées en differens endroits de l'orbre de la Planete, devroit être à peu près la même, & cependant elle ſe trouve ſouvent fort differente ; ce qui fait voir les difficultez qu'il y a auſſi dans cette recherche, quoiqu'elle ne ſoit pas des plus difficiles dans la Théorie des Planetes.

Après avoir établi le mieux qu'il eſt poſſible tous ces élémens, il reſte à déterminer le moyen mouvement des Planetes, le mouvement de leur Apogée, & celui de leurs nœuds, dont on ſe ſert à trouver pour les ſiecles à venir les lieux des Planetes dans le Zodiaque.

Dans ces recherches nous ne ſommes pas ſeulement expoſez aux erreurs que nous faiſons en déterminant ces élémens par nos obſervations, mais encore à celles qui dépendent des obſervations des anciens Aſtronomes, qui n'ayant pas les ſecours que nous avons préſentement, ne faiſoient ſouvent qu'à la vûe & à peu près les obſervations qu'il faut employer pour les comparer aux nôtres. Pour cette comparaiſon on choiſit pour l'ordinaire les plus anciennes obſervations qu'on puiſſe avoir ; par-

ceque l'erreur qui peut s'y être gliſſée étant partagée dans un plus grand intervalle de temps, reſte beaucoup moins ſenſible. Mais comme pluſieurs doutent de la juſteſſe des plus anciennes obſervations, & que parmi celles qui ont été faites dans la ſuite il y en a qui paroiſſent plus exactes, ils ont aimé mieux ſe fonder ſur ces obſervations moins anciennes, préferant cette préciſion à l'avantage qu'on pourroit tirer d'un plus long intervalle. Par la comparaiſon de differentes obſervations, le moyen mouvement vient un peu different, & il eſt difficile de déterminer lequel on doit préferer, n'étant pas poſſible de repréſenter toutes les obſervations faites en differens temps, quoique les hypothêſes qui s'éloignent le moins des obſervations, & qui en repréſentent un plus grand nombre, doivent être cenſées les meilleures.

On ne ſauroit trouver qu'à peu près la ſituation de l'Apogée des Planetes par les obſervations anciennes, à cauſe que celles qui ſont venues juſqu'à nous ſont en petit nombre, & qu'elles n'ont pas l'exactitude qui ſeroit néceſſaire. C'eſt-pourquoi le mouvement de l'Apogée qu'on tire de la ſituation qui réſulte de ces obſervations comparée à la ſituation où on le trouve préſentement, ne peut pas être d'une grande préciſion, & ce mouvement ſe trouve different ſuivant les differentes obſervations anciennes que l'on employe.

Ce ſont-là les difficultez générales, outre d'autres particulieres que les Aſtronomes rencontrent lorſqu'ils entreprennent de donner des regles des mouvemens des Planetes. Nous les avons expoſées afin qu'on connoiſſe que ce n'eſt pas ſans raiſon que les plus grands Aſtronomes

nomes ſe défient de leurs forces dans une ſi grande entrepriſe ; & que *Kepler* après avoir médité avec un grand ſuccès pendant près de trente années ſur les obſervations de *Tycho*, n'oſe pas ſe promettre une grande préciſion dans le raport de ſes hypothêſes avec les mouvemens céleſtes pour les ſiecles ſuivans.

Pour ſurmonter ces difficultez autant qu'il y auroit lieu de l'eſperer par des obſervations indépendemment des hypothêſes, quand le mouvement eſt plus ſimple, & n'a qu'une inégalité qui depend de l'excentricité & de la diſtance de l'Apogée ſuivant les hypothêſes communes, il faudroit avoir un aſſez grand nombre d'obſervations pour déterminer les équations à autant de degrez d'anomalie qu'il eſt beſoin d'en mettre dans les Tables ; & quand la Planete a une ſeconde inégalité qui demande la connoiſſance des differentes diſtances de la même Planete au Soleil & du Soleil à la terre, il faudroit des obſervations à toutes les variations & combinaiſons des diſtances & des configurations apparentes avec le Soleil, qui ne retournent les mêmes en quelques Planetes qu'après pluſieurs ſiecles.

Il n'y a que le Soleil dont nous puiſſions avoir ces obſervations, à cauſe que le mouvement apparent de cet aſtre eſt plus ſimple que celui des autres, & que la periode de ſon retour au même degré d'anomalie s'acheve en peu de temps. C'eſt auſſi la Planete dont on connoît mieux le mouvement ; car depuis l'an 1655 que M. *Caſſini* en a conſtruit des Tables ſur leſquelles divers Aſtronomes célébres ont calculé les Ephemerides, elles ſe ſont trouvées autant conformes qu'on pouvoit eſperer aux

obſervations. C'eſt-pourquoi dans la Théorie des autres Planetes, où il faut employer le mouvement du Soleil, nous n'avons crû pouvoir mieux faire que de l'emprunter de ces Tables, qui ſont à l'épreuve de 50 années d'obſervations faites avec de très-grands inſtrumens & fort exacts.

Dans l'impoſſibilité où nous ſommes d'avoir pour les autres Planetes autant d'obſervations qu'il ſeroit néceſſaire, nous employerons le plus grand nombre que nous pourrons avoir de celles qui ont été faites depuis 30 ou 40 ans. La plus grande partie de ces obſervations a été faite par M. *Caſſini*, en prenant au meridien la difference du paſſage entre ces Planetes & le Soleil, ou differentes étoiles fixes qui ſe rencontroient dans la même parallele, & obſervant leur hauteur meridienne. Une autre partie des obſervations a été faite hors du meridien, en obſervant la difference d'aſcenſion droite & de declinaiſon entre la Planete & quelque étoile fixe, lorſqu'elle ſe rencontroit proche du même parallele, ſoit que ces étoiles fuſſent proche l'une de l'autre en aſcenſion droite, ſoit qu'elles en fuſſent fort éloignées.

Cette maniere de déterminer la ſituation des Planetes s'eſt pratiquée par le moyen des fils qui ſe croiſent à angles de 45 degrez au foyer de la Lunette, tant appliquée au quart de cercle, que d'une Lunette poſée ſur une machine, appellée parallatique par M. *Caſſini*, par le moyen de laquelle on ſuit facilement le cours de l'étoile à l'Occident. On laiſſe ces Lunettes dans une ſituation immobile, & on compte l'heure, la minute & la ſeconde que l'étoile la plus Occidentale paſſe par les trois fils. On fait

la

la même choſe à l'égard de l'étoile plus Orientale; ce qui détermine la difference d'aſcenſion droite & la declinaiſon d'une étoile à l'égard de l'autre; & la ſituation d'une de ces étoiles étant connue par rapport aux cercles de la ſphere, on connoîtra la ſituation de l'autre. Nous n'entrerons point dans le détail de cette methode, ni la maniere aiſée d'abreger ces calculs en ſe ſervant de la machine parallatique, parcequ'elle a été expliquée à l'Academie par M. *Caſſini* à l'occaſion de diverſes conjonctions des Planetes, des obſervations des Taches du Soleil & de la Lune, & communiquées à preſque tous les Aſtronomes d'*Europe* depuis fort long-temps qu'il a trouvé ces méthodes & qu'il les pratique. Il ſuffira de remarquer que par ces methodes on peut trouver l'aſcenſion droite & la declinaiſon de la Planete preſque auſſi facilement & auſſi exactement qu'on pourroit faire par des obſervations faites au meridien, pourvû que la ſituation des étoiles fixes, auſquelles on compare la Planete, ſoit une fois bien déterminée; parceque le temps qui ſert à déterminer la difference de declinaiſon, eſt auſſi ſenſible que le peuvent être les diviſions des inſtrumens dont on ſe ſert pour connoître la declinaiſon.

On a encore cet avantage par ces methodes, que lorſqu'il y a des obſervations importantes, qui ſouvent ne ſe peuvent faire au meridien, à cauſe de quelques nuages qui ſurviennent dans le temps que ces étoiles paſſent au meridien, on le peut faire à toute autre ſituation de l'aſtre ſur l'horizon & à des heures commodes, & qu'on les peut refaire pluſieurs fois lorſqu'on n'eſt pas content des premieres; ce qui ne ſe peut

pratiquer à l'égard des obſervations qu'on fait au meridien. Et parceque nous employons un grand nombre d'obſervations faites par ces methodes, & que la détermination exacte des Planetes dépend de celle des étoiles fixes, auſquelles elles ont été comparées, pour une plus grande préciſion nous avons déterminé l'aſcenſion droite & la déclinaiſon de toutes ces étoiles par des obſervations faites au meridien le plus exactement qu'il a été poſſible.

*Les hypothêſes du mouvement de Saturne.*

Pour établir les hypothêſes de Saturne, nous avons d'abord calculé un grand nombre d'obſervations faites dans l'oppoſition de cette Planete avec le Soleil en diverſes parties de l'orbe de la Planete, & nous avons comparé ces obſervations aux Tables de *Kepler*. Cette comparaiſon nous a fait connoître qu'aux années 1672 & 1673 ces Tables donnoient le lieu de Saturne plus avancé dans le Zodiaque que les obſervations de 20 à 21 minutes. Qu'aux années 1686 & 1687, entre les obſervations & les Tables, il n'y avoit que 10 à 12 minutes, dont les Tables étoient plus avancées; & qu'enfin aux années 1700, 1701 & 1704 cette difference étoit environ de 21 minutes comme trente années auparavant.

Nous avons choiſi en premier lieu ces obſervations pour en faire la comparaiſon avec les Tables; parceque ſuivant toutes les hypothêſes cette Planete ſe trouvoit alors près des moyennes diſtances, où l'erreur qui pourroit être dans le calcul (quand même la ſituation de l'Apogée ne ſeroit pas bien déterminée dans ces

ces Tables) ne peut faire qu'une petite difference dans la premiere équation. C'eſt-pourquoi cette comparaiſon eſt très-propre pour établir la plus grande équation de la Planete, & l'Epoque de ſon mouvement.

Pour connoître l'erreur qui vient de l'Epoque, & celle qui eſt cauſée par la plus grande équation, & diſtinguer l'une de l'autre, nous avons conſideré que la difference entre les obſervations & les Tables ſeroit toûjours la même dans les differentes parties de l'anomalie, ſi elle venoit toute de l'erreur qu'il y auroit dans l'Epoque. Que ſi elle étoit cauſée toute par l'erreur qu'il y a dans la plus grande équation, elle ſeroit en excès dans un demi-cercle de l'anomalie, & en défaut dans les ſix autres ſignes. Mais parceque les Tables donnent toûjours le lieu de Saturne plus avancé que les obſervations, & que dans la difference qu'il y a, on trouve une variation de 9 à 10 minutes, l'erreur doit être attribuée partie à l'Epoque, partie à la plus grande équation. Par les obſervations des années 1672 & 1673, & par celles des années 1700, 1701 & 1703, faites toutes près des moyennes diſtances où l'équation eſt ſouſtractive, la difference eſt plus grande d'environ 10 minutes que dans les moyennes diſtances où l'équation eſt additive, comme il paroît par les obſervations des années 1686 & 1687. Cela nous a fait connoître qu'il faut augmenter de la moitié de cette difference, qui eſt de 5 minutes, la plus grande équation de Saturne déterminée par *Kepler* qui la fait de 6° 31′ 30″, & la faire de 6° 36′ 30″, ce qui eſt à une minute près de celle qui a été déterminée par M. *Bouillaud*. Outre cette correction

il

l en faut faire une ſeconde à l'Epoque, en ôtant 16 minutes au moyen mouvement de 1607 que *Kepler* fait de 6 28° 3′ 52″, & la faire de 6 27° 47′ 52″. Nous examinerons dans la ſuite s'il faut plûtôt faire cette correction au moyen mouvement échû depuis les obſervations de *Tycho* juſqu'aux nôtres: mais en attendant nous la faiſons à l'Epoque, étant indifferent pour les obſervations que nous employons dans cet examen ſur lequel de ces deux élémens tombe cette correction.

L'Epoque & la premiere inégalité ainſi établie, nous avons examiné d'autres obſervations faites dans les autres parties de l'orbe de la Planete, & principalement celles qui ont été faites proche de l'Apogée & du Perigée pour déterminer leur ſituation. Nous avons une obſervation célébre de la conjonction préciſe de Saturne avec une étoile fixe proche du Perigée de Saturne, que M. *Kirchius* fit par le moyen d'une Lunette de 10 pieds, & qui arriva l'an 1679 le 17 de Janvier à 5 heures du matin. L'étoile qui fut cachée par Saturne eſt la moyenne de la corne meridionale du Taureau, & qui ſuivant nos obſervations reduites en ce temps-là, ſe trouvoit en 7° 59′ des Gemeaux avec une latitude auſtrale de deux degrez & 20 minutes, ce qui eſt auſſi la longitude & la latitude qu'avoit alors Saturne.

Pour repréſenter cette obſervation, en ſuppoſant les corrections déja faites, & en employant le mouvement du Soleil des Tables de M. *Caſſini*, nous avons trouvé qu'il faut avancer de 52 minutes le lieu de l'Aphelie de Saturne déterminé par *Kepler*, & l'établir en 28° 28′ du Sagittaire, comme le donnent les Tables de

de M. *Bouillaud.* Cette détermination eſt auſſi confirmée par les obſervations que nous avons faites proche de l'Aphelie de Saturne l'an 1694, & quoique parmi ces obſervations il y en ait de celles qui demandent le lieu de l'Aphelie avancé d'environ un demi-degré plus que ne demanderoit l'obſervation de l'année 1679, ayant eu égard au mouvement fait depuis ce temps-là, nous nous ſommes arrêtez à la détermination qui réſultoit d'un plus grand nombre d'obſervations, la difference qui s'y trouve pouvant être cauſée de quelque petite erreur à laquelle on eſt expoſé dans la détermination des lieux des Planetes.

Ayant ainſi déterminé l'Epoque, la plus grande équation & le lieu de l'Aphelie, nous avons calculé pluſieurs oppoſitions de Saturne avec le Soleil obſervées en differentes parties de l'orbe de la Planete; & en employant l'équation calculée dans la forme elliptique, nous repréſentons par ces hypothêſes 27 oppoſitions obſervées depuis l'an 1672, parmi leſquelles il n'y a que celles des années 1698 & 1699 qui s'éloignent de 4 minutes de l'obſervation, la difference des autres étant plus petite ou nulle, ce qui confirme ces trois élémens établis auparavant.

Après ces comparaiſons nous avons cherché la proportion de la diſtance de Saturne au Soleil dans les parties de l'orbe annuel, laquelle eſt un des élémens neceſſaires pour calculer la ſeconde équation qui convient à la Planete hors de ſes oppoſitions & conjonctions avec le Soleil. Nous l'avons cherchée en déterminant par les obſervations le lieu veritable de Saturne dans ſes quadratures avec le Soleil, & en le com-

comparant à la ſituation de Saturne vûe du Soleil, qu'on calcule par les hypothêſes comptées ſur les obſervations de l'oppoſition la plus prochaine. Par cette methode & par un grand nombre d'obſervations faites en differens endroits de l'anomalie de Saturne dans les conjonctures les plus favorables, nous n'avons pas trouvé cette moyenne diſtance préciſément la même: mais ayant pris un milieu entre la plus grande & la plus petite, nous l'avons déterminée 955000 parties, dont la moyenne diſtance du Soleil à la terre eſt 100000.

Nous avons cherché le nœud de Saturne par des obſervations faites au meridien lorſque cette Planete n'avoit point de latitude, ce qui arriva au mois de Mai de l'année 1696, cette Planete étant en 26° 36′ de Capricorne, qui étoit le lieu du nœud vû de la terre: mais l'ayant réduit au Soleil à l'aide des hypothêſes, on trouve le lieu veritable du nœud auſtral de Saturne en 22° 10′ du Capricorne. Il faut remarquer que comme la variation de la latitude de Saturne n'eſt pas ſenſible en 15 jours, on peut ſe tromper du moins d'un demi-degré dans cette détermination. D'où vient que par les obſervations faites la même année dans l'oppoſition avec le Soleil, nous trouvons le lieu du nœud moins avancé dans le Zodiaque que par les obſervations précedentes d'environ 25 minutes.

Les occaſions les plus favorables qu'il y ait eu depuis long-temps de trouver l'inclinaiſon de l'orbite de Saturne à l'Ecliptique, ſont celles qui ſe ſont préſentées les années 1688 & 1703. Par les obſervations de l'année 1688 faites fort près des limites des plus grandes latitu-

tudes de Saturne, & dans l'opposition de cette Planete avec le Soleil qui arriva en 21° 46′ de Libra, ou trouve la latitude Septentrionale de Saturne de 2° 48′ 0″. Par le moyen de cette latitude & des raports des distances du Soleil à Saturne & du Soleil à la terre, on trouve la parallaxe de latitude de 17′ 15″, qui étant ôtée de la latitude trouvée, donne la veritable inclinaison de Saturne à l'Ecliptique de 2° 30′ 45″. Par les observations de l'année 1703 on trouve la latitude meridionale de Saturne de 2° 48′ 50″, qui étant réduite comme la précedente, donne la même inclinaison de 2° 31′ 0″, qui ne differe de la précedente que de 15 secondes; & ayant pris un milieu entre les deux, on établira cette inclinaison de 2° 30′ 50″, qui est comme moyenne entre celle qui a été déterminée par *Kepler* & par M. *Bouillaud*.

Nous avons dit que pour bien représenter les observations de Saturne faites depuis 30 ans, il falloit ôter 16 minutes à l'Epoque du moyen mouvement établie par *Kepler*. On peut aussi représenter ces observations en corrigeant le moyen mouvement qui convient au temps échû depuis les observations de *Tycho* jusqu'aux nôtres, & il est indifferent laquelle de ces deux corrections on employe pour représenter nos observations. Il n'en est pas de même à l'égard des observations de *Tycho*; car si on fait cette correction à l'Epoque, les Tables ne peuvent représenter ces mêmes observations de *Tycho* qu'environ à un tiers ou un quart de degrez près; au lieu que si on distribue cette correction au moyen mouvement, on pourra mieux représenter les observations de *Tycho* avec les nôtres : & c'est le parti que nous avons cru d'a-

d'abord qu'il falloit prendre. Mais en diminuant dans la même proportion le moyen mouvement de près de 20 siecles pour calculer la plus ancienne observation que nous ayons de cette Planete, qui est celle qui a été faite par les *Assyriens* 229 ans avant l'Epoque de J. C. le calcul fondé sur cette hypothêse s'éloigne de plusieurs degrez de l'observation. Cette difference nous a paru trop grande pour pouvoir être tolerée dans une observation semblable de la conjonction de Saturne avec une étoile fixe, & qui suivant le témoignage de *Ptolomée* est exacte, & sur laquelle il ne faut pas avoir aucun doute. C'est-pourquoi nous n'avons pas trouvé à propos de faire cette correction au moyen mouvement; il reste donc toûjours les mêmes difficultez de représenter les observations de *Tycho* avec les nôtres.

Pour les résoudre nous avons tenté diverses voyes. Nous avons cherché en premier lieu si les oppositions de Saturne calculées sur les observations de *Tycho* étoient bien déterminées, & s'il ne s'étoit pas glissé quelques erreurs, auxquelles on est exposé dans les longs calculs qu'il faut faire pour les trouver. Nous avons donc fait tout de nouveau les calculs de ces oppositions, dans lesquels nous avons employé les distances des Planetes avec les étoiles fixes telles qu'elles ont été observées par *Tycho*. Pour les distances des étoiles fixes entr'elles, nous les avons supposées telles qu'elles résultent de nos observations, aussi-bien que la longitude & la latitude de ces étoiles, & réduite au temps des observations de *Tycho*. Par ces nouveaux calculs on a trouvé à la verité dans plusieurs oppositions quelques minutes de difference; mais

mais comme elle eſt quelquefois favorable, quelquefois contraire à la correction de l'Epoque, nous n'avons pû tirer de ce travail beaucoup d'éclairciſſement.

Nous avons enſuite cherché d'accorder ces obſervations de *Tycho* avec les nôtres, en ſuppoſant dans l'Apogée un mouvement plus vîte que par les Tables ordinaires. Par ce moyen on repréſenteroit un bon nombre des obſervations de *Tycho*; mais il n'y auroit pas moyen d'accorder les obſervations faites près des moyennes diſtances, outre d'autres inconveniens qui en réſultent dans les obſervations anciennes.

Après ces recherches nous nous ſommes enfin déterminez à chercher le moyen mouvement par la comparaiſon des obſervations éloignées entr'elles du plus grand intervalle de temps qu'il eſt poſſible, parceque l'erreur qu'on auroit pû faire dans ces obſervations, partagée dans un plus grand nombre d'années, reſte moins ſenſible en chacune; au lieu que ſi on vouloit conclurre le moyen mouvement de 20 ſiecles par les obſervations éloignées ſeulement de cent ans, comme ſont celles de *Tycho* à l'égard des nôtres, l'erreur que l'on peut faire dans les obſervations qu'on compare ſe multiplie dans la raiſon du petit intervalle au grand.

D'ailleurs nous avons reconnu, autant qu'on le peut faire par les obſervations de 32 années, que le moyen mouvement de Saturne dû à cet intervalle ne demande pas la correction proportionnée à celle qu'il faudroit faire au moyen mouvement pour repréſenter également les obſervations de *Tycho* & les nôtres. Ce qui eſt auſſi confirmé par pluſieurs obſervations faites de-

depuis 50 ans par le P. *Riccioli* & par *Muti*, qui s'accordent assez bien au moien mouvement que nous avons tiré de la comparaison de nos observations avec celle qui fut faite 229 ans avant J. C. par laquelle comparaison le moien mouvement de Saturne pour cent ans résulte de 4 23° 26′ 24″.

Pour les differences qui restent entre les hypotheses que nous établissons, & les observations de *Tycho*, de *Longomontanus*, de *Kepler* & d'autres Astronomes plus anciens, dont il y en a qui montent à un tiers de degré ; ceux qui cherchent à accorder entierement les hypotheses aux observations, pourroient examiner si ces differences ne viennent point de quelques-unes de ces équations seculaires, dont *Kepler* nous avoit promis un Traité, & qu'il dit qu'il faut faire aux Planetes.

A l'égard du mouvement de l'Apogée nous n'en avons point de détermination exacte faite par les anciens, & le moien qui nous reste pour le trouver, est de représenter le mieux qu'il est possible les observations anciennes faites en divers temps, comme est celle qui fut faite 229 ans avant J. C. Par la comparaison du lieu de l'Apogée qui résulte de cette observation avec la situation où nous le trouvons présentement par nos observations, le mouvement de l'Apogée se trouve fort peu different de celui qui a été déterminé par M. *Bouillaud*; c'est-pourquoi on peut s'en servir tel qu'il est dans ses Tables.

Nous avons cherché le mouvement des nœuds par la comparaison de nos observations avec celles que *Tycho* fit l'an 1592, lorsque Saturne étant en 23°¾ de Cancer, avoit une latitude

tude Septentrionale de 8 minutes. Par cette obſervation, toutes réductions étant faites, nous trouvons le nœud Septentrional de Saturne en 21 degrez & de Cancer. Nous l'avons trouvé l'an 1696 par les obſervations faites la même année en 22° 10′ du même ſigne; donc en 104 années il auroit eu un mouvement de 1° 8′ ſelon la ſuite des ſignes. Mais ces obſervations ſont trop peu éloignées l'une de l'autre pour pouvoir conclure avec quelque exactitude le mouvement des nœuds par un eſpace plus grand que cent ans.

*Ptolomée* obſerva de ſon temps que la plus grande latitude de Saturne étoit au commencement de Libra, & par les obſervations recentes on trouve cette plus grande latitude en 22 du même ſigne; donc en 1550 ans environ les limites de la plus grande latitude de Saturne, & par conſéquent ſes nœuds ſe ſeroient avancez de 22 degrez ſelon la ſuite des ſignes; ce qui ſeroit en raiſon d'environ 1° 28′ en cent ans.

# OBSERVATION

## *D'une petite Tache dans le Soleil en Novembre* 1704. *à l'Obſervatoire.*

Par M. DE LA HIRE.

* LE 25 à midi j'obſervai une petite Tache ſur le diſque du Soleil. Elle paſſa par le me-

* 29. Novembre 1704.

meridien après le premier bord du Soleil 2′ 2″, ou 18″ avant le dernier bord du Soleil ; car tout le diametre du Soleil paſſoit en 2′ 20″.

La hauteur meridienne apparente de cette Tache étoit de 20° 14′ 10″, & celle du bord ſuperieur du Soleil étoit de 20° 37′ 10″; donc 23′ de difference.

Je n'ai pû voir le Soleil qu'aujourd'hui 29 au matin au travers de quelques petits nuages; mais avec une Lunette de 6 pieds je n'ai pû rien remarquer de la Tache qui auroit dû paroître plus grande que le 25, puiſqu'elle auroit pû être vers le milieu du Soleil; ce qui me fait croire qu'elle s'eſt diſſipée.

# SUR LA PLUS GRANDE PERFECTION POSSIBLE DES MACHINES.

*Etant donnée une Machine qui ait pour puiſſance motrice quelque corps fluide que ce ſoit, comme par exemple l'eau, le vent, la flamme, &c. & qui doive ſervir à élever des poids ſolides ou liquides, comme des pierres, de la mine, des eaux, &c. on ſe propoſe de trouver la charge qu'il faut donner a cette Machine, & la proportion*

*que*

*que ſes differentes parties doivent avoir, afin qu'elle produiſe le plus grand effet poſſible, c'eſt-à-dire, qu'elle éleve une plus grande quantité de poids dans un même tems, qu'avec toute autre charge, & toute autre proportion poſſible; & dans cet état de déterminer la viteſſe de chacune de ſes parties, & la quantité de ce plus grand effet. De plus une Machine étant conſtruite au hazard, & étant mûe comme la précédente, on détermine la viteſſe de ſes parties, l'effet qu'elle produira, & en même tems ſon degré de perfection.*

PAR M. PARENT.

ART. I. * DEpuis le tems qu'on s'eſt aviſé d'emploier des Machines pour élever des poids, toute la perfection où les plus habiles Machiniſtes ont pû atteindre, s'eſt bornée à les mettre d'abord en équilibre avec la charge qu'il s'agiſſoit de faire monter, & à diminuer enſuite au hazard cette charge; ou à augmenter le rayon de quelqu'une des roues, ou accourcir celui de quelqu'une des lanternes, ou à faire enfin quelque choſe d'équivalent, afin que la puiſſance motrice l'emportant ſur ſa charge, elle mît la Machine en mouvement; encore le nombre de ces ſavants Machiniſtes eſt-il très-petit. A l'égard des autres qui ne ſont qu'en trop grand nombre pour le malheur

* 29. Novembre 1704.

heur du public, on peut dire qu'ils font tout au hazard, & que les plus habiles d'entr'eux ne réuſſiſſent dans leurs entrepriſes, que parcequ'ils emploient ſouvent autant de force pour une ſeule Machine, qu'il en faudroit pour en mouvoir pluſieurs ſemblables. C'eſt delà que ſont venues tant de réformations de Machines qu'on voit tous les jours, ſoit par les Auteurs mêmes de ces Machines, ſoit par d'autres qui le plus ſouvent n'ont pas plus de connoiſſance qu'eux; ce qui ne peut manquer de cauſer un grand préjudice aux Proprietaires, aux Machiniſtes mêmes, & à ceux qui s'aſſocient avec eux.

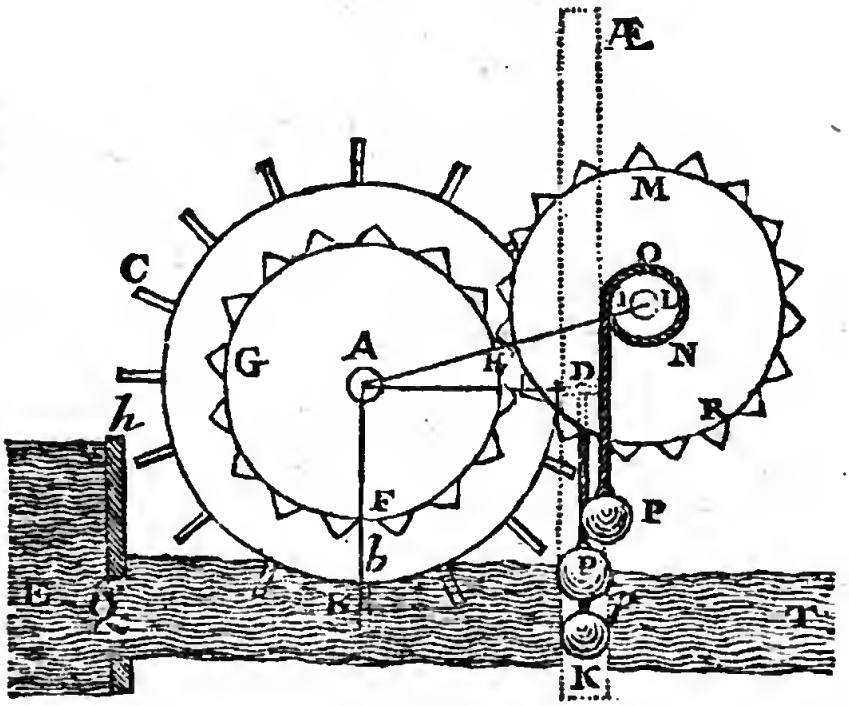
Mais quoiqu'on ſoit ſûr du mouvement d'une Machine, lorſqu'après l'avoir miſe en équilibre, on a diminué le poids dont elle eſt chargée de quelque choſe (en faiſant abſtraction des frotemens) ou changé quelques-uns de ſes leviers, il s'en faut cependant beaucoup encore qu'elle ne ſoit dans ſon état de perfection; car à meſure que l'on diminue ſa charge, on augmente à la verité ſa viteſſe, ce qui pourroit augmenter l'effet; mais cela même pourroit auſſi fort bien le diminuer. De même en augmentant le rayon d'une des roues, ou diminuant celui d'une des lanternes ou pignons, on peut augmenter à la verité la charge; mais auſſi on diminue d'autant ſa viteſſe, ce qui peut auſſi-tôt diminuer l'effet que l'augmenter: de ſorte qu'il eſt très-important de trouver la proportion qui donne le plus grand effet.

Ce fut en viſitant & en calculant les différentes Machines hydrauliques de *Paris* & des environs, que j'eus occaſion de faire la premiere

miere fois ces ſortes de réflexions ; mais quoique je ſuſſe donner l'équilibre à une machine, j'étois encore bien éloigné de ſavoir lui donner les proportions les plus parfaites. Il falloit pour cela des principes pour le calcul des Machines dans l'état du mouvement, lorſqu'elles ſont mûes par toutes ſortes de puiſſances; & nous n'en avions encore que pour les calculer dans l'état du repos, ou tout au plus dans l'état du mouvement lorſqu'elles ſont mûes par des puiſſances animées, ce qui n'eſt qu'un cas très-particulier. M'étant donc appliqué à la recherche de ces principes, je les expliquai en 1700 dans mes *Elémens*, où je déterminai les viteſſes d'un corps mû par un fluide, comme l'eau, le vent, &c. dans un autre fluide, comme par exemple dans une riviere, dans un étang, &c. & j'allai même juſqu'à indiquer les voies pour donner à une telle Machine les proportions neceſſaires, afin de lui faire produire le plus grand effet dont la force motrice eſt capable.

Enfin après un travail de quatre années (interrompu à la verité par quantité d'autres occupations) je ſuis heureuſement parvenu à applanir toutes les difficultez qui m'avoient d'abord rebuté, & à les réduire à la portée de toutes les perſonnes qui ont les premieres teintures des Mathematiques ; & j'ai trouvé des regles qui toutes générales qu'elles ſont, ne laiſſent pas de pouvoir être pratiquées par ceux qui ne ſavent que l'Arithmetique commune. J'ai ajoûté à cette premiere decouverte celle des proportions les plus avantageuſes des Machines mûes par des animaux ; & enfin à cette derniere celle des Machines quelconques

mûes par des fluides, & au moyen desquelles il s'agit d'élever des poids solides ou liquides, comme des marbres, de l'eau, &c. Ces trois découvertes composent trois Memoires differens: voici la derniere.




ART. II. Mais auparavant de venir au fait, j'ai jugé qu'il seroit à propos d'expliquer quelques termes dont je me sers, & les principes que je suppose. 1°. A l'égard des termes, si *EB* est un fluide quelconque, comme l'eau, le vent, &c. qui vienne dans le sens de la droite *EB* choquer les aîles ou paletes *B*, *D* du moulin *CBD* dont *A* est le centre, & *AB*, *AD* des rayons tirez du centre *A* aux centres d'impression *B* & *D* de ses aîles; & si le rayon *AD* étant supposé dans une situation horizontale, on suspend au centre de l'aîle *D* un poids P suffisant

fant pour arrêter l'effort du fluide $EB$, & tenir le moulin en repos, j'appelle ce poids P en général *poids d'équilibre*, & en particulier *la force* ou *l'effort abſolu* du fluide $EB$, qu'on ſuppoſe ici connu par les regles ordinaires des hydrauliques.

2°. L'effet produit par le fluide $EB$ après un certain tems, étant plus ou moins grand, non-ſeulement à meſure que les poids ſolides qu'il éleve ſont plus ou moins grands, mais encore à proportion que ces mêmes poids montent plus ou moins vîte, j'appelle *l'effet général* d'un fluide le produit de la multiplication du poids ſolide qu'il éleve par la viteſſe du même poids; mais j'appelle en particulier le produit du poids P par la viteſſe même du fluide $EB$ *l'effet naturel* du fluide, parceque c'eſt le même effet que ſi P étant mis dans une gondole ſur l'eau $EB$, flotoit au gré de l'eau avec toute la viteſſe du fluide.

A l'égard des poids liquides, comme des colomnes d'eau élevées par des hydrauliques, l'effet dépend uniquement de la groſſeur de ces colomnes & de leur viteſſe, c'eſt-pourquoi l'expoſant de l'effet eſt alors le produit de la baſe de la colomne par ſa viteſſe.

3°. Si $GHF$ eſt une lanterne fixe autour de l'arbre $A$ du moulin $CDB$, laquelle engraine dans les dents de la roue $HMR$ dont $L$ eſt le centre ou l'arbre; enſorte que $H$ ſoit le point d'attouchement de deux dents de la lanterne & de cette roue, & $AH$, $LH$ deux rayons menez de leurs centres au point $H$; & qu'enfin $ION$ ſoit un tambour fixe autour de l'arbre $L$ de la roue $HMR$, lequel tambour porte un poids $P$ capable d'arrêter l'effort du fluide $EB$,

j'appellerai auſſi le poids *P poids d'équilibre:* mais ſi l'on ôte quelque partie de ce poids *P*, afin que le fluide *EB* puiſſe mettre la Machine en mouvement, j'appelle le poids reſtant *p*, *poids diminué* en général, ou *poids de mouvement*; & ſi ce poids *p* a la grandeur requiſe pour la perfection de la Machine, je l'appelle alors *poids naturel* de la Machine.

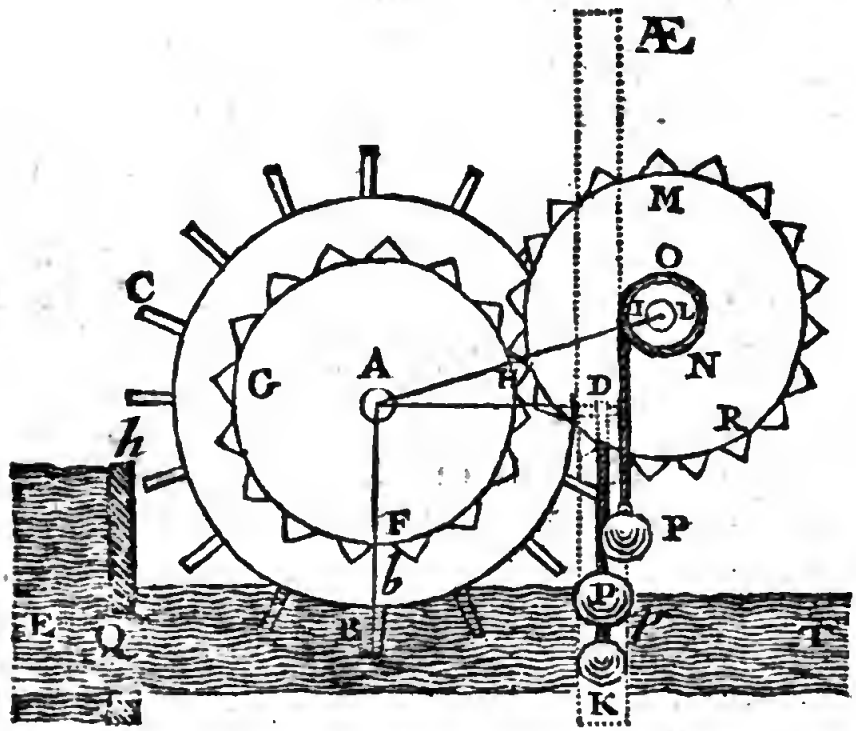
4°. Si au lieu de diminuer le poids *P*, on augmente un des rayons *AB*, *LH* des roues; ou ſi l'on diminue un des rayons *AH*, *LI* des lanternes & des tambours, j'appellerai ces rayons *rayons augmentez* ou *diminuez* en général, ou *rayons de mouvement*; & ſi en même temps ces rayons ont la proportion neceſſaire pour faire produire à cette Machine ſon plus grand effet, je les appelle alors *rayons naturels*. Au reſte, s'il s'agiſſoit de Machines où les rayons ou leviers ne ſe manifeſtaſſent pas, comme dans les plans inclinez, dans les vis, &c. on pourroit prendre pour le levier de la force motrice la ligne qui marque ſon chemin, & de même pour le poids, ces chemins étant faits en même tems, ce qui eſt connu de tout le monde.

A l'égard des principes mechaniques ſur leſquels je me fonde, je ſuppoſe 1°. qu'on eſt prévenu que l'effort d'un fluide *EB* contre une ſurface *B* eſt marqué par le produit de la multiplication de ſa maſſe ou peſanteur ſpecifique du fluide par le quarré de ſa viteſſe & par *B*; & que pour avoir l'effort ou moment du même fluide à l'encontre du poids *P*, il faut encore multiplier ce dernier produit par le produit des rayons des roues *AB*, *LH*.

2°. Que l'effort ou moment du poids *P* à l'en-

l'encontre du fluide *EB* eſt ſimplement le produit de *P* par le produit des rayons *LI*, *AH* des tambours & des lanternes, ſans avoir aucun égard à la viteſſe avec laquelle le poids *P* monte ou deſcend, dont la raiſon eſt que, ſuivant le principe de *Galilée* de l'acceleration des corps qui tombent, un poids qui tombe devroit accelerer ſa viteſſe indéfiniment, ſans la réſiſtance de l'air. Or telle que ſoit la cauſe qui le faſſe ainſi accelerer, la viteſſe naturelle de cette cauſe doit encore ſurpaſſer la plus grande viteſſe de ce corps (puiſqu'il eſt impoſſible de faire impreſſion ſur un corps qui ſe meut, ſans ſe mouvoir plus vîte que lui.) Donc ſelon *Galilée*, la viteſſe de cette cauſe eſt indéfiniment grande: d'où il ſuit évidemment que quand on éleve un corps avec une viteſſe finie, on ne ſouffre pas plus de réſiſtance de la cauſe de ſa peſanteur, que ſi on le ſoûtenoit ſimplement en repos; & quand on deſcend un corps de même avec une viteſſe finie, on ne ſouffre pas moins de charge de la cauſe de cette peſanteur, que ſi on le ſoûtenoit immobile, puiſqu'une viteſſe indéfiniment grande augmentée ou diminuée d'une viteſſe finie n'augmente ſon effort en rien. Ainſi toute la difference qu'on pourroit appercevoir dans ces differentes actions, ne procede que du mouvement de nôtre corps, de ſes parties, & de leurs differentes ſituations: De ſorte que ſi une perſonne étant aſſiſe dans une chaiſe ſoûtenoit un poids en ſa main, tandis qu'on la feroit monter & deſcendre ſans aucune ſecouſſe; au moyen d'une corde tirée pardeſſus une poulie, ou d'une baſcule: cette perſonne ne ſe ſentiroit pas plus chargée en montant, ni moins en deſcendant, que

quand on la ſoûtiendroit ſimplement en repos; ce qui eſt conforme à l'experience journaliere.




3°. Que ſi le fluide $EB$ choquant l'aîle $B$ d'une certaine viteſſe ſoûtient le poids P en équilibre, & que venant enſuite la choquer avec une autre viteſſe plus grande ou plus petite que la premiere, il ſoûtienne en équilibre un autre poids $p$, on aura l'Analogie : Comme le premier effort du fluide eſt à ſon ſecond effort; ainſi le premier poids ſoûtenu $P$, eſt au ſecond poids ſoûtenu $p$.

4°. Que ſi la Machine ayant été miſe en équilibre, on réduit le poids d'équilibre $P, a, p$, afin que le fluide $EB$ la faſſe mouvoir, ce fluide ne choquera jamais l'aîle $B$ en mouvement qu'avec l'excès de ſa viteſſe ſur celle de $B$, & ce ſeul excès de viteſſe devra être regardé à l'égard de $p$ élevé, comme la viteſſe entiere du fluide

fluide à l'égard de $P$, quand il ſoûtient $P$ en repos, la viteſſe de $p$ étant toûjours très-moderée, & cette viteſſe ne rendant pas $p$ plus peſant que s'il étoit en repos, ſuivant le ſecond principe ci-deſſus.

5°. Enfin que la viteſſe de $B$ eſt toûjours à celle de $P$ en raiſon compoſée du rayon $AB$ au rayon $AH$, & du rayon $LH$ au rayon $LI$; c'eſt-à dire que la viteſſe de $B$ eſt à celle de $P$, comme le produit des rayons des roues $AB$, $LH$, au produit des rayons des lanternes & tambours $AH$, $LI$; ce qui eſt connu de tout le monde.

ART. III. Toutes ces choſes étant propoſées, je nomme $V$ la viteſſe du fluide $EB$, & $x$ la viteſſe inconnue que prendra le point $B$. J'appelle $AB$, $B$; $AH$, $b$; $LH$, $C$ & $LI$, $c$; & je prends $P$ pour marquer l'effort du fluide contre l'aîle $B$ à l'encontre du poids d'équilibre $P$, ce qui donne dans l'état d'équilibre l'égalité $(P \times AB \times LH = P \times LI \times AH)$, ou $(P \times B \times C = P \times c \times b)$, d'où l'on tire la valeur de $\left(P = \frac{P \times B \times C}{b \times c}\right)$. Suppoſant maintenant qu'on réduiſe $P$, $a$, $p$; alors la Machine commencera de ſe mouvoir d'une viteſſe qui accelerera peu à peu juſqu'à un certain point, où étant arrivée elle y demeurera enſuite continuellement, (& cela en faiſant toûjours abſtraction des frotemens.) C'eſt cette viteſſe $x$ que j'appelle *viteſſe uniforme*. Au reſte cette réduction de viteſſe à l'uniformité, vient de ce que l'effort du fluide contre l'aîle $B$ diminue à meſure que la viteſſe de $B$ augmente; de ſorte que la viteſſe de $B$ ne peut jamais atteindre celle du fluide, puiſque ſi ces deux viteſſes é-

toient égales, le fluide ne feroit plus aucun effort ſur $B$, ainſi $p$ deſcendroit au lieu de monter. Or lorſque le point $B$ aura atteint ſa viteſſe uniforme $x$, celle du fluide à l'égard de $B$ ne ſera plus que $V-x$, & ſon quarré $\overline{V-x}^2$ par le quatriéme principe; au lieu que $B$ étoit choqué avec la viteſſe totale $V$ du fluide, quand le fluide étoit en équilibre avec $P$. Mais comme dans ce premier & ſecond choc c'eſt toûjours le même fluide qui choque & la même baſe $B$ qui eſt choquée, il eſt évident que ni la peſanteur naturelle du fluide, ni la baſe $B$ ne doivent point entrer dans la comparaiſon de ces deux efforts. On aura donc ſimplement ſelon le troiſiéme & quatriéme principe l'Analogie $(V^2 \mid \overline{V-x}^2 \mid\mid P \mid p)$, d'où l'on tire l'égalité $(V^2 p = \overline{V-x}^2 \times P)$; & tirant les racines quarrées de part & d'autre, on a $(V\sqrt{p} = \overline{V-x} \times \sqrt{P})$, d'ou l'on déduit $\left(x = \frac{\overline{\sqrt{P}-\sqrt{p}} \times V}{\sqrt{P}}\right)$. Mais (par le principe 5.) $x$ eſt à la viteſſe de $p = u$, comme $AB \times LH$ eſt à $AH \times LI$, ou comme $BC$ à $bc$; ce qui donne pour la viteſſe $u$ deſirée de $p$ $\left(\frac{\overline{\sqrt{P}-\sqrt{p}}}{\sqrt{P}} \times \frac{Vbc}{BC}\right)\left(\frac{bcx}{BC}\right)$, ou ſubſtituant la valeur de $P$ ci-deſſus, on a $\left(u = \frac{Vbc}{BC} \times \overline{1-\sqrt{\frac{pbc}{PBC}}}\right)$ pour la même viteſſe uniforme de $p$, de quelque grandeur que ſoit $p$ au deſſous de $P$. On voit de plus à l'œuil quelle ſe-

roit

roit cette vîteſſe uniforme de $p$, quelque compoſée que fût la Machine.

ART. IV. Si l'on multiplie maintenant cette vîteſſe de $p$ par $p$, on aura $\left(\frac{\overline{\sqrt{P}-\sqrt{p}}}{\sqrt{P}} \times \frac{bcpV}{BC}\right)$ pour l'expoſant de l'effet de la Machine (par la ſeconde définition), lequel effet changera à meſure que $p$ ou $B$, $C$, $b$, $c$, varieront, comme il eſt aiſé de le voir.

ART. V. Si l'on ſuppoſe donc maintenant $B$, $C$, $b$, $c$, conſtants, & que l'on diminue, ou que l'on augmente $p$ autant qu'il eſt poſſible, c'eſt-à-dire, qu'on le faſſe paſſer par tous les changemens de grandeur dont il eſt ſuſceptible, afin de trouver ſa valeur qui faſſe produire à la Machine ſon plus grand effet, on aura $p$ variable dans la valeur générale de l'effet de l'article précedent; & prenant la differentielle de cette valeur, ſavoir $\left(\overline{\sqrt{P}-\frac{1}{2}\sqrt{p}} \times \frac{Vbcdp}{BC\sqrt{P}}\right)$ afin de l'égaler à zero (ſelon la methode des Infiniment petits) il en réſulte l'égalité $(\sqrt{P}=\frac{1}{2}\sqrt{p})$, d'où l'on tire $(\frac{2}{3}\sqrt{P}=\sqrt{p})$, & enfin $(\frac{4}{9}P=p)$ deſirée $\left(=\frac{4}{9}\frac{PBC}{bc}\right)$. Ce qui nous apprend que ſi l'on réduit le poids d'équilibre $P$ aux $(\frac{4}{9})$, ce poids aura la proportion propre à faire produire à la Machine ſon plus grand effet, & cette proportion eſt comme on le voit auſſi ſimple que générale.

ART. VI. Pour trouver à préſent l'expoſant de ce plus grand effet, il eſt manifeſte qu'il ne faut que ſubſtituer cette valeur de $(p=\frac{4}{9}P)$ dans

celle de l'effet général $\left(\frac{\sqrt{P}-\sqrt{p}}{\sqrt{P}} \times \frac{bc \times pV}{BC}\right)$, & il en réſultera $(\frac{+}{-}\frac{4}{7}\sqrt{P})$ pour la valeur du plus grand effet; ce qui nous apprend que le plus grand effet qu'une telle Machine puiſſe produire, ne paſſe jamais les $(\frac{+}{27})$ du produit de P par la vîteſſe du fluide, que nous avons appellé *l'effet naturel* dans la ſeconde définition; ce qui ſervira à déterminer aiſément le degré de perfection de ces ſortes de Machines lorſqu'elles ſeront faites au hazard : car il ne faudra pour cela que diviſer l'effet général ci-deſſus par l'effet parfait $\left(\frac{+}{-}\frac{4}{7}\sqrt{P} = \frac{+}{27}\frac{VPbc}{BC}\right)$, ce qui donnera le rapport $\left(\frac{27p \times \sqrt{P}-\sqrt{p}}{4P\sqrt{p}} = \frac{27bc \times \sqrt{PBC}-\sqrt{pbc}}{4PBc\sqrt{PBC}}\right)$, qui marquera le degré de la Machine. Enfin diviſant l'effet parfait $(\frac{+}{27}\sqrt{P})$ par la valeur de $p = \frac{4}{9}P$, il vient $\left(\frac{VP}{3P}\right)$ pour la vîteſſe uniforme du poids $p$ dans l'état de perfection $\left(= \frac{V}{3} \times \frac{bc}{BC}\right)$ & $\left(x = \frac{V}{3}\right)$. L'on peut remarquer que comme les rayons des roues, lanternes & tambours de la Machine n'entrent point dans la valeur du plus grand effet $(\frac{+}{27}\sqrt{P})$, il s'enſuit que quelques changemens qu'on faſſe à ces rayons, (pourvû qu'on ait mis la Machine dans ſon état de perfection, comme on a fait ci-deſſus) le plus grand effet de la Machine ſera toûjours le même.

ART. VII. Suppoſons maintenant que le poids $p$ à élever ſoit donné & conſtant, enſorte

te qu'il ſoit permis ſeulement de faire quelques changemens aux rayons $AB$, $AH$; $LH$, $Ll$, je dis que pour faire produire à la machine ſon plus grand effet, il ne faut que diſpoſer d'abord tellement ces rayons, que $p$ ſoit en équilibre avec l'effort du fluide $EB$, ou avec P, & enſuite augmenter un ou pluſieurs des rayons $AB$, $HL$ de la force motrice, ou diminuer un ou pluſieurs rayons $AH$, $Ll$ de la charge $p$, ou faire l'un & l'autre en même temps, & cela en telle proportion que le fluide n'ait que les $\frac{4}{9}$ de ſa charge d'équilibre $p$ à ſoûtenir, & alors la Machine ſera dans ſon état de perfection.

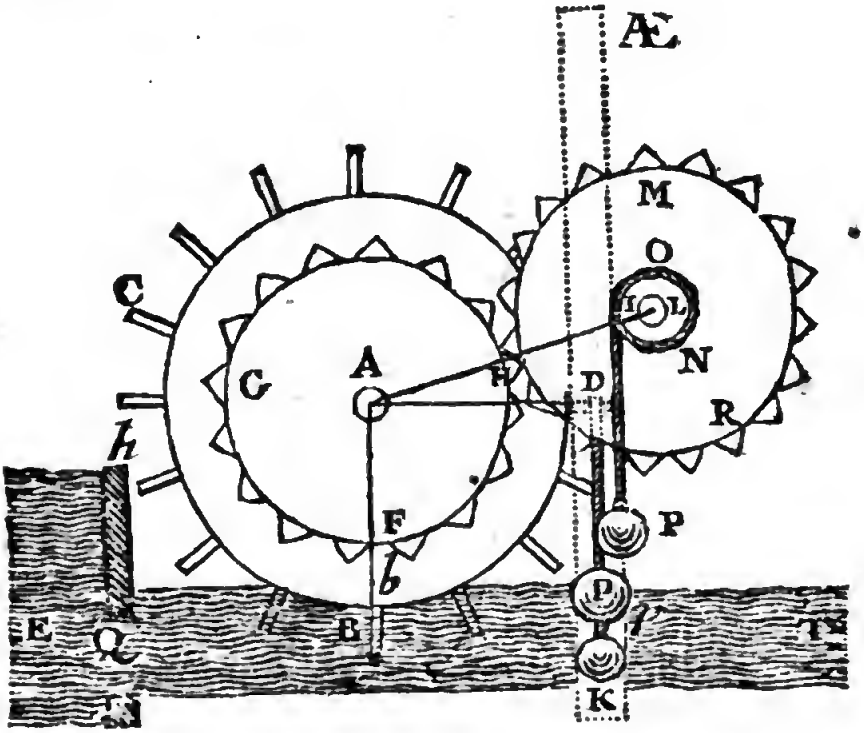
La raiſon en eſt aiſée à voir, en ce que $p$ dans cet état de mouvement peut toûjours être regardé comme les $\frac{4}{9}$ d'un autre poids $P$, qui étant appliqué à cette Machine après y avoir fait le changement marqué dans le rapport de 4 à 9, ſeroit en équilibre avec P ou avec l'effort du fluide $EB$, puiſqu'après ce changement ainſi fait, le fluide n'a plus que les $\frac{4}{9}$ de ſa charge à ſoûtenir; ainſi ce cas retombe dans le premier.

Il faut donc conclurre auſſi que le plus grand effet ſera encore $\frac{4}{27}VP$, & la vîteſſe de $p$ encore $\left(\frac{V}{3} \times \frac{bc}{BC}\right)$, comme dans le premier cas.

Voici donc deux paradoxes très-remarquables; ſavoir, le premier qu'une puiſſance n'ayant que les $\frac{4}{9}$ de ſa charge, produiſe après un certain temps un plus grand effet, que ſi elle portoit beaucoup davantage.

Le ſecond que quelque changement qu'on faſſe à une Machine, ſon produit n'excedera jamais $(\frac{4}{27})$ de ſon effet naturel, c'eſt-à-dire,

de ce que la force motrice produiroit ſans Machine.




ART. VIII. Pour faire maintenant application de ces principes à quelque choſe d'uſage, je ſuppoſerai que *EB* ſoit le jet horizontal d'une vanne dont l'ouverture ſoit *Q*, que *Qb* ſoit la diſtance du centre de cette ouverture à la ſurface de l'eau, & qu'il faille connoître la quantité d'eau que cette vanne eſt capable d'élever à une hauteur donnée *KÆ* avec la Machine la plus parfaite de toutes. Pour y parvenir, je conſidere que la force du jet ſera alors ($Q \times Qb = P$), ce qui donnera en prenant *KÆ* pour l'unité ($P = \frac{Qb \times Q}{K\text{Æ}}$); & cette valeur de P étant ſubſtituée dans celle du plus grand effet ($= \frac{1}{17} VP$), il en réſulte ($\frac{1}{17} \times \frac{Qb \times V \times Q}{K\text{Æ}}$) pour

pour la quantité d'eau produite en Æ dans l'état de perfection; d'où l'on tire l'Analogie générale pour toutes ces ſortes d'hydrauliques.

Comme 27 fois la hauteur propoſée $K Æ$ eſt à 4 fois la hauteur de la chute de l'eau $Q h$, ainſi la dépenſe $D$ de la vanne $Q = VQ$ a ſa dépenſe en Æ avec la Machine la plus parfaite.

ART. IX. Enfin ſi l'on ſuppoſe que le fluide $EB$ vient choquer l'aîle $B$ avec differentes vîteſſes qui ſoient entr'elles comme les nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. Et ſi l'on ſubſtitue $1V$, $2V$, $3V$, $4V$, $5V$, &c. au lieu de $V$, & 1P, 4P, 9P, 16P, 25P, &c. au lieu de P dans la valeur générale du plus grand effet ($\frac{4}{27}VP$), il en réſultera les plus grands effets $\frac{4}{27}VP$, $\frac{32}{27}VP$, $\frac{108}{27}VP$, $\frac{256}{27}VP$, $\frac{500}{27}VP$, qui répondent aux forces 4P, 9P, 16P, 25P.

Or les nombres 4, 32, 108, 256, 500, &c. ſont quadruples des nombres 1, 8, 27, 64, 125, &c. & ceux-ci ſont les cubes des vîteſſes 1, 2, 3, 4, 5, &c. Donc ces plus grands effets ſont entr'eux comme les cubes des racines quarrées des differentes forces du fluide, ou des cauſes qui les produiſent.

Ou ſi l'on veut comparer ces mêmes effets parfaits aux differens efforts du fluide contre l'aube $B$, on ôtera de la vîteſſe $V$ du fluide celle de $B$ dans l'état parfait $= \frac{V}{3}$, ce qui donnera pour la vîteſſe relative du fluide à l'égard de $B$, $\frac{2}{3}V$, dont le quarré $\frac{4}{9}V^2$ marquera en même temps ſon effort. Donc lorſque les vîteſſes abſolues du fluide ſeront $1V$, $2V$, $3V$, $4V$, $5V$, &c. ſes vîteſſes relatives contre $A$ ſeront $\frac{2}{3}V$, $\frac{4}{3}V$, $\frac{6}{3}V$, $\frac{8}{3}V$, $\frac{10}{3}V$, &c. dont les quarrez qui marqueront les differens efforts du fluide, ſont com-

comme les nombres 4, 16, 36, 64, 100, &c. ou comme les quarrez naturels 1, 4, 9, 16, 27, &c. Donc ces differens efforts ſont entr'eux comme les differentes forces du fluide, c'eſt-à-dire, encore comme les quarrez des racines cubiques des differens effets qu'ils produiſent. Donc même dans l'état parfait du mouvement *les effets ne ſont proportionnels ni aux forces ou cauſes, ni aux efforts qui les produiſent*, comme on l'avoit crû juſqu'ici; ce qui peut paſſer encore pour un troiſiéme paradoxe.

ART. X. Il ne nous reſte maintenant pour épuiſer cette matiere entierement, que de réſoudre les cinq problêmes qu'on peut faire ſur la grandeur du poids à élever, ſur celle des aubes, ſur les leviers de la force motrice, ſur ceux du poids, & enfin ſur ſa vîteſſe, c'eſt-à-dire quatre de ces cinq differentes choſes étant données à ſouhait de trouver la cinquiéme.

Pour y parvenir je ſuppoſe une eau dont la vîteſſe $v$ ſoit connue comme de 26 pieds par 2$^e$. qui eſt celle qu'elle acquiert en tombant par 13 pieds dans une pareille 2$^e$. ſelon les experiences les plus exactes du P. *Sebaſtien* & de M. *Mariotte*, avec le poids $\pi$ qu'elle eſt capable de ſoûtenir (à même diſtance de l'appui) en choquant contre une ſurface plate $\alpha$ d'un pied en quarré, lequel poids ſeroit ici de 910 liv. (ce qui s'accorde auſſi à très-peu de choſe près avec les experiences du même M. *Mariotte* faites en differens endroits de la *Seine*, en déduiſant quelque petite choſe pour le frotement de ſon moulin) ce qui donnera l'Analogie en nommant $A$ l'aube $B$ : $(V^2 A \mid P \parallel v^2 \alpha \mid \pi)$, d'où l'on tire $\left(P = \frac{V^2 A \pi}{v^2 \alpha}\right)$. & $\left(P = \frac{V^2 A \pi B C}{v^2 \alpha b c}\right)$.

Met-

Mettant donc dans l'équation de l'art. 3. ($V^2 p = \overline{V - x}^2 P$) les valeurs de $P$ de $\left(x = \frac{uBC}{bc}\right)$, on la change en cette autre $\left(V^2 p = \overline{bcV - BCu}^2 \times \frac{V^2 \mathcal{A} BC\pi}{v^2 \alpha b^3 c^3}\right)$, d'où l'on tire $(p v^2 \alpha b^3 c^3 = V^2 ABC \pi b^2 c^2 + u^2 AB^3 C^3 \pi - 2VuB^2 C^2 Abc\pi)$.

Si l'on demande donc le poids $p$, tout le reſte étant donné, on aura $\left(p = \frac{\overline{Vbc - uBC}^2}{v^2 \alpha b^3 c^3} \times ABC\pi\right)$.

Si l'on demande l'aube $A$, tout le reſte étant connu, on aura $\left(A = \frac{p v^2 \alpha b^3 c^3}{\overline{Vbc - uBC}^2 \times BC\pi}\right)$.

Si l'on veut avoir la vîteſſe $u$ du poids $p$ qu'on a trouvée dans l'art. 3. $\left(= \frac{Vbc}{BC} \times \overline{1 - V\frac{pbc}{PBC}}\right)$, il ne faudra qu'y ſubſtituer la valeur de P ci-deſſus, & il viendra..... $\left(u = \frac{bc}{BC} \times \overline{V - v}\sqrt{\frac{Pbc\alpha}{\pi BC\mathcal{A}}}\right)$.

Pour trouver un des rayons de la force motrice comme $B$, on tirera de l'égalité ci-deſſus $\left(B^3 - B^2 \times \frac{2Vbc}{uC} + B \times \frac{V^2 b^2 c^2}{u^2 c^2} - \frac{pv^2 \alpha b^3 c^3}{\pi u^2 \mathcal{A} C^3} = 0\right)$, laquelle en ſuppoſant $\left(B = z + \frac{2Vbc}{3uC}\right)$ ſe transforme en cette autre $\left(z^3 - z \times \frac{V^2 b^2 c^2}{3u^2 C^2} +\right.$

$+$

$+\frac{2V^3}{27u}-\frac{puv^2\alpha}{A\pi}\times\frac{b^3c^3}{u^2C^2}=0$) qui contient deux cas tous deux irreductibles, le quarré de la moitié de l'abſolu étant toûjours moindre que le cube du tiers du coéfficient, à cauſe que $up$ eſt toûjours moindre que $\frac{4}{27}VP$; c'eſt-pourquoi on les réſoudra par les Tables du cercle fort aiſément, comme on le dira ci-après.

Enfin pour trouver un des rayons du poids comme $b$, on en prendra un à plaiſir comme $e$, avec lequel on cherchera comme ci-deſſus le rayon $B$ de la force motrice: on cherchera auſſi avec $e$ le rayon $\beta$ du fluide $EB$ qui feroit un équilibre entre $p$ & le fluide, faiſant $(pec=PC\beta)$ ou $\left(pec=\frac{V^2A\pi C\beta}{b^2\alpha}\right)$ & $\left(\frac{pecv^2\alpha}{V^2AC\pi}=\beta\right)$ en ſubſtituant la valeur de P ci-deſſus, & on fera cette Analogie comme $B$ eſt à $\beta$; ainſi $e$ a un quatriéme terme qui ſera la valeur de l'inconnue $b$.

Pour réſoudre la derniere équation ci-deſſus, ſuppoſant premierement que l'abſolu ait le ſigne $+$, ou ce qui eſt le même que $(\frac{4}{27}VP)$ ſoit plus grand que $(2up)$, on prendra la racine quarrée du tiers du coéfficient, ſavoir $\left(\frac{Vbc}{3uC}\right)$, & l'on diviſera l'abſolu par les $\frac{2}{3}$ du même coéfficient pour avoir $\left(\frac{\overline{2V^3A\pi-27upv^2\alpha}}{6V^2uCA\pi}\times bc\right.$. On fera enſuite cette Analogie: $\frac{Vbc}{3uC}\Big|\frac{\overline{2V^3A\pi-27upv^2\alpha}}{6V^2uCA\pi}\times bc\Big|\Big|1\Big|1-\frac{27upv^2\alpha}{2V^3A\pi}\Big|\Big|\left(1\Big|1-\frac{2up}{\frac{4}{27}VP}\right)$; ainſi le ſinus total des Tables du cercle a un quatriéme

me terme, qui ſera un ſinus dont on prendra l'arc, & le tiers de cet arc & le double ſinus de ce tiers. On fera enſuite cette ſeconde Analogie : comme le ſinus total eſt au double ſinus trouvé, ainſi $\left(\frac{Vbc}{3uC}\right)$ a un quatriéme terme, qui ſera une des valeurs de $z$, ſavoir la moindre des 2 vraies.

Et pour avoir l'autre valeur, on prendra 5 fois le tiers d'arc trouvé, & le double ſinus de ces $\frac{1}{3}$; après quoi on fera cette derniere Analogie : comme le ſinus total eſt au double ſinus dernier, ainſi $\left(\frac{Vbc}{3uC}\right)$ a un quatriéme terme, qui ſera la plus grande valeur vraie de $z$.

Enfin ſi l'abſolu a le ſigne —, ou ſi $(\frac{+}{27}VP)$ eſt moindre que $(2up)$, il n'y aura qu'une valeur vraie de $z$, qui ſera égale à la ſomme des 2 qu'on vient de trouver.

Ayant $z$ & $y$ joignant $\left(\frac{2Vbc}{3uC}\right)$, on aura auſſitôt la valeur deſirée de $B$. Ce qui reſtoit.

EX-

# EXTRAIT
# DES OBSERVATIONS
## FAITES A LA MARTINIQUE

*Par le P.* Feuillée *en* 1703 *&* 1704.

*Comparées aux observations qui avoient été déja faites en cette Isle par Mrs* des Hayes & du Glos.

*Et à celles qui ont été faites en même temps à l'Observatoire Royal.*

Par M. CASSINI le fils.

* LE P. *Feuillée* qui dans son voyage du *Levant* & des Isles de l'*Archipel* a déja fait plusieurs observations Astronomiques dont j'ai fait le rapport à l'Academie, a entrepris depuis son retour à *Marseille* un autre voyage dans le dessein d'y faire de nouvelles observations. Il a commencé par la *Martinique* où il a demeuré plus d'un an, comme il paroît par le Journal de ses observations qu'il a envoyées depuis peu à M. le Comte de *Pontchartrain*. Elles ont été souvent interrompues par de longues maladies qui lui sont survenues, & par des pluyes très-abondantes qu'il y a fait depuis le mois de Juin de

* 6. Decembre 1704.

de l'année 1703, juſqu'au mois de Mars de cette année 1704. Il n'a pas laiſſé d'y faire un nombre conſiderable d'obſervations d'Eclipſes de Satellites de Jupiter, dont il y en a deux du premier qui ont été faites en même temps à l'Obſervatoire, & qui ſervent à déterminer avec exactitude la longitude de la *Martinique*. Il y en a pluſieurs autres dont nous n'avons pas pû obſerver ici les correſpondantes, tant à cauſe du temps qui n'eſt pas toûjours favorable, que parce qu'elles ſont arrivées de jour à *Paris*, ou bien lorſque Jupiter n'étoit plus ſur l'horizon. Nous ne laiſſerons pas de les comparer avec celles qui réſultent à *Paris* par le calcul corrigé par les obſervations plus prochaines, & nous préfererons les obſervations qui précedent ou ſuivent immédiatement celles qui ont été faites à *Paris*, comme étant les moins ſujettes à erreur.

## *Obſervations des Satellites de Jupiter faites à la* Martinique 1703.

Le 19 Juillet à $2^h\ 41'\ 15''$ du matin à la *Martinique*, Immerſion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.

$6\ 53\ 57$ à *Paris* par le calcul corrigé.

$4\ 12\ 42$ difference des Meridiens entre *Paris* & la *Martinique*, dont *Paris* eſt plus à l'Orient. Cette Immerſion n'a pas pû être obſervée immédiatement à *Paris*, y étant arrivée pendant le jour. Elle a été tirée de l'Immerſion ſuivante, qui fut obſervée le 21 Juillet à $1^h\ 22'\ 22''$ du matin.

Le

Le 26 Juillet à $4^h\ 35'\ 20''$ du matin à la *Martinique*, Immerſion du 1 Satellite dans l'ombre de Jupiter.

8 47 43 à *Paris* par le calcul corrigé.

4 12 23 difference des Meridiens entre *Paris* & la *Martinique*. Cette obſervation eſt auſſi arrivée de jour à *Paris*.

Le 7 Decembre à $7^h\ 10'\ 31''$ du ſoir à la *Martinique*, Emerſion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.

11 23 1 à *Paris* par le calcul corrigé.

4 12 30 difference des Meridiens entre *Paris* & la *Martinique*.

Le 12 Decembre à $10^h\ 4'\ 54''$ du ſoir à la *Martinique*, Emerſion du 2 Satellite de l'ombre de Jupiter.

Le 20 Decembre à $0^h\ 41'\ 10''$ du matin à la *Martinique*, Emerſion du 2 Satellite de l'ombre de Jupiter. Je n'ai point comparé ces deux obſervations du ſecond Satellite avec celles qui réſultent à *Paris* du calcul corrigé, n'en ayant pas obſervé vers ce temps-là.

Le 14 Decembre à $9^h\ 1'\ 44''$ du ſoir à la *Martinique*, Emerſion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter au travers de foibles nuages.

13 15 0 Emerſion du 1 Satellite obſervée à *Paris*.

Le

Le 14 Decembre à $4^h$ 13′ 16″ difference des Meridiens entre *Paris* & la *Martinique*.

Le 29 Decembre à $0^h$ 44′ 51″ du matin à la *Martinique*, Emerſion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.

4 58 4 à *Paris* par le calcul corrigé.

4 13 13 difference des Meridiens entre *Paris* & la *Martinique*. Cette Emerſion n'a pas pû être obſervée à *Paris*, Jupiter étant alors ſous l'horizon.

Le 30 Decembre à $7^h$ 12′ 59″ du ſoir à la *Martinique*, Emerſion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.

11 26 40 Emerſion du 1 Satellite obſervée à *Paris*.

4 13 41 difference des Me- Meridiens entre *Paris* & la *Martinique*.

1704.

Le 14 Fevrier à $7^h$ 30′ 40″ du ſoir à la *Martinique*, Emerſion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.

11 43 19 à *Paris* par le calcul corrigé.

4 12 39 difference des Meridiens entre *Paris* & la *Martinique*.

Le

Le 21 Fevrier à $9^h\ 26'\ 28''$ du ſoir à la *Martinique*, Emerſion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.

13 39 31 à *Paris* par le calcul corrigé.

4 13 3 difference des Meridiens entre *Paris* & la *Martinique*.

Le 8 Mars à $7^h\ 49'\ 6''$ du ſoir à la *Martinique*, Emerſion du 1 Satellite de l'ombre de Jupiter.

0 2 27 à *Paris* par le calcul corrigé.

4 13 21 difference des Meridiens entre *Paris* & la *Martinique*.

En prenant un milieu entre les deux obſervations du 14 & du 30 Decembre faites en même temps à *Paris* & à la *Martinique*, l'on a la difference des Meridiens entre ces lieux de $4^h\ 13'\ 28''$. Cette difference excede celle qui réſulte de la comparaiſon des autres obſervations, & eſt plus petite que celle qui fut déterminée en 1682 de $4^h\ 14'\ 45''$, par une obſervation de M^rs *des Hayes* & *du Glos*, qui eſt rapportée dans le Livre des voyages de l'Academie, dont la correſpondante ne fut pas obſervée en même temps à *Paris*. C'eſt-pourquoi je crois qu'il eſt plus à propos de préferer la difference qui réſulte des deux obſervations du P. *Feuillée* comparées aux nôtres immédiates, & de déterminer la difference des Meridiens entre *Paris* & la *Martinique* de $4^h\ 13'\ 28''$ ou $6^d\ 22'\ 0''$.

*Ob-*

## *Obſervations pour la latitude de la* Martinique.

Le P. *Feuillée* s'eſt ſervi pour déterminer la hauteur du Pole de la *Martinique* d'un anneau Aſtronomique de 18 pouces de diamêtre, avec lequel il a fait un grand nombre d'obſervations de hauteurs Meridiennes du Soleil. Quoique cet inſtrument ne puiſſe pas donner les hauteurs avec autant de préciſion que les grands quarts de cercle dont nous nous ſervons ordinairement, l'on ne laiſſe pas de reconnoître la bonté de celui dont s'eſt ſervi le P. *Feuillée*, & en même temps ſon exactitude à obſerver, puiſque ces obſervations, qui ſont au nombre de plus de 60, donnent la hauteur du Pole de cette Iſle entre $14^d\ 42'\ 23''$, & $14^d\ 43'\ 55''$; de ſorte qu'entre les extrêmes il n'y a qu'une minute & demie de difference.

Dans le Livre des voyages de l'Academie la hauteur du Pole de cette Iſle fut déterminée en 1682 de $14^d\ 44'\ 0'$, & cette détermination fut confirmée par le dernier voyage que M. *des Hayes* fit à la *Martinique*, où il la trouva de même qu'elle eſt marquée dans le Livre des voyages; ainſi il n'y a pas lieu de rien changer à cette détermination, qui d'ailleurs ne s'écarte pas d'une minute de celle qui réſulte des obſervations du P. *Feuillée*.

## *Obſervation pour la variation de l'Aimant.*

Le P. *Feuillée* s'étoit ſervi dans ſon voyage du Levant d'une Bouſſole dont la boete étoit de cuivre: mais ayant remarqué que dans le mê-

me endroit l'éguille varioit quelquefois diverſement, & ayant attribué cette variation au cuivre, il fit avant ſon départ de *Marſeille* une boete de bois d'un pied de diamêtre, dans laquelle il plaça une éguille de 9 pouces 7 lignes de très-fin acier, dans le deſſein d'obſerver la variation de l'Aimant avec le plus d'exactitude qu'il lui ſeroit poſſible.

Ayant placé cette Bouſſole ſur une pierre de niveau où il avoit tracé avec beaucoup de ſoin une ligne Meridienne, il trouva le 9 Fevrier 1704 à la *Martinique* la variation de l'Aimant de $6^{d}\ 5'\ 0''$ Nord-Eſt, & le 20 du même mois de $6^{d}\ 10'\ 0''$.

La variation de l'Aimant avoit été obſervée à la *Martinique* au mois de Novembre de l'année 1682 par M^rs *des Hayes* & *du Glos* de $4^{d}$ & $10'$ ou environ Nord-Eſt, comme il eſt rapporté dans le Livre des voyages de l'Academie. Il y a donc eu dans cet intervalle de temps, qui eſt de 21 années & quelques mois, une augmentation de la variation de l'Aimant d'environ deux degrez du Nord vers l'Eſt, au lieu que celle que l'on a obſervé à *Paris* a augmenté depuis ce temps-là du Nord vers l'Oueſt. Car en 1682 au mois de Mai elle fut obſervée à *Paris* de $3^{d}\frac{1}{2}$, au lieu qu'elle fut trouvée en 1703 au mois d'Octobre de 9 degrez du Nord vers l'Oueſt, comme il eſt rapporté dans la *Connoiſſance des Temps* de cette année; de ſorte qu'à peu près dans le même intervalle de temps que celui qui s'eſt écoulé entre les obſervations de la *Martinique*, il y a eu à l'Obſervatoire $5^{d}\frac{1}{2}$ d'augmentation du Nord vers l'Oueſt; ce qui eſt en raiſon de 15 à 16 minutes par année.

La

La differente direction de l'éguille aimantée, qui dans l'*Europe* eſt du Nord vers l'Oueſt, & dans l'*Amerique* Meridionale du Nord vers l'Eſt, eſt apparemment ce qui a donné lieu à l'hypothêſe de M. *Halley*, qui trace dans les mers qui ſe trouvent entre ces deux continents, une ligne courbe où il n'y a point de variation de l'Aimant, & qui eſt le terme des variations Orientales & Occidentales. Il a, ſelon les apparences, fondé ſon hypothêſe ſur diverſes obſervations qu'il a faites lui-même, & qu'il a tirées des voyageurs. En effet il y a dans ces mers, ſuivant les dernieres obſervations que M. *des Hayes* a faites en *Amerique* en 1699 & 1700, pluſieurs endroits où il n'y a point de variation. Mais dans la traverſée de *Gorée* à la *Cayenne*, le lieu où ceſſe la variation, ſelon M. *des Hayes*, eſt éloigné de celui par où paſſe la ligne de M. *Halley*. M. *Halley* faiſant paſſer cette ligne beaucoup plus proche du *Cap-Verd* & de la *Gorée* que de *Cayenne*, au lieu que l'endroit où M. *des Hayes* n'a point trouvé de variation eſt plus proche de *Cayenne* que de *Gorée*. Car il rapporte que dans la plus grande partie de la traverſée de *Gorée* à *Cayenne*, la variation a toûjours été Nord-Oueſt, comme en *France* & en *Canada*, mais pas ſi grande; que 6 ou 7 jours avant l'atterrage de *Cayenne* elle étoit nulle; qu'elle paſſoit enſuite au Nord-Eſt d'abord de peu, & qu'à *Cayenne* elle eſt de $5^{d}\frac{1}{2}$. Ainſi ſuivant cette obſervation cette ligne devroit être dans la traverſée de *Gorée* à *Cayenne* beaucoup à l'Occident de l'endroit où elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley*.

Pour ce qui eſt de la declinaiſon de l'éguille à *Cayenne* que M. *des Hayes* marque être de $5^{d}\frac{1}{2}$

du Nord vers l'Eſt, elle s'accorde aſſez bien à celle de M. *Halley*, où elle paroît être de 6 degrez.

Celle de la *Martinique* differe un peu plus, ayant été obſervée par le P. *Feuillée* de 6$^{d}$ 10′, au lieu qu'elle eſt marquée dans la Carte de M. *Halley* de 5$^{d}$ 20′; mais il ne faut pas s'étonner de cette difference, puiſque celle de *Paris* n'y eſt marquée que de 7 degrez, quoique dans le temps que M. *Halley* a imprimé ſa Carte, elle y ait été obſervée de 8 degrez ou environ; auſſi il n'y a pas d'apparence qu'il ait prétendu repréſenter les variations de l'Aimant dans la derniere préciſion.

M. *des Hayes* remarque auſſi que dans une partie de la traverſée pour le retour des Iſles en *France*, la variation eſt encore Nord-Eſt juſqu'à la latitude de 30 à 31 degrez, & qu'après elle repaſſe au Nord-Oueſt & y reſte juſqu'en *France*. En ceci il paroît s'accorder à ce qui eſt repréſenté dans la Carte de M. *Halley*. Mais quand même toutes les obſervations que l'on pourroit faire en ce temps-ci s'accorderoient aux variations qui ſont marquées dans la Carte de M. *Halley*, il faudroit toûjours une nouvelle hypothêſe pour exprimer les variations qui arriveroient dans la ſuite. Car en 1682 la variation de l'Aimant ayant été obſervée à *Paris* de 3$^{d}$ ½ du Nord vers l'Oueſt, & à la *Martinique* de 4$^{d}$ 10′ du Nord vers l'Eſt, il y avoit alors 7$^{d}$ 40′ de difference de variation qui répondoient à l'intervalle qui eſt entre ces lieux. Préſentement la variation eſt à *Paris* de 9$^{d}$ vers l'Oueſt, & à la *Martinique* de 6$^{d}$ 10′ vers l'Oueſt; de ſorte que dans le même intervalle il y a à préſent 15$^{d}$ 10′ de difference de variation, ce qui

qui eſt environ le double de celle qui a été obſervée il y a 21 ans. Si ces differences de variation, l'une du Nord vers l'Oueſt, & l'autre du Nord vers l'Eſt continuent à augmenter comme il y a quelque apparence, l'hypotheſe de M. *Halley* aura dans la ſuite beſoin de corrections qui demanderoient un grand nombre d'obſervations faites dans une longue ſuite d'années.

# DESCRIPTION

## *De deux eſpeces de* Chamærhododendros *obſervées ſur les côtes de la Mer Noire.*

Par M. TOURNEFORT.

*Chamærhododendros Pontica, maxima, folio Lauroceraſi, flore è cæruleo purpuraſcente.* Coroll. Hiſt. rei herb. 42.

* CET arbriſſeau s'éleve ordinairement à la hauteur d'un homme. On en trouve quelquefois de plus grands, dont le principal tronc eſt preſque auſſi gros que la jambe. Sa racine trace juſqu'à cinq ou ſix pieds de long, partagée d'abord en quelques autres racines groſſes comme le bras, diſtribuées en ſubdiviſions qui ne ſont gueres plus épaiſſes que le pouce. Celles-ci diminuent inſenſiblement, & ſont

* 10. Decembre 1704.

ſont accompagnées de beaucoup de chevelu. Elles ſont dures, ligneuſes, couvertes d'une écorce brune, & produiſent pluſieurs tiges de differentes grandeurs qui environnent le tronc. Le bois en eſt blanc, caſſant, revêtu d'une écorce griſatre, qui tire en quelques endroits ſur le brun. Les branches ſont aſſez touffues, & naiſſent ſouvent dès le bas ; mais elles ſont mal formées, inégales & garnies de feuilles ſeulement vers les extrémitez. Ces feuilles quoique rangées ſans ordre ſont d'une grande beauté, & reſſemblent tout-à-fait à celles du Laurier-ceriſe. Les plus grandes ont ſept ou huit pouces de long ſur environ deux ou trois pouces de large vers le milieu : car elles ſe terminent en pointe par les deux bouts. Leur couleur eſt verd gai, leur ſurface liſſe & preſque luiſante, leur conſiſtance ferme & ſolide. Le dos en eſt relevé d'une groſſe côte arrondie ; ce n'eſt qu'un allongement de la queue, laquelle a près de deux pouces de long ſur une ligne de large. Cette côte qui eſt ſillonnée en devant, diſtribue des vaiſſeaux de part & d'autre, qui ſe répandent & ſe ſubdiviſent ſur ces côtes dans un ordre comme alterne. Les feuilles deviennent moindres à meſure qu'elles approchent des ſommitez : cependant on y en apperçoit aſſez ſouvent qui ſont encore plus grandes que leurs inferieures. Depuis la fin d'Avril juſqu'à celle de Juin, ces ſommitez ſont chargées de bouquets de quatre ou cinq pouces de diametre, compoſez chacun de vingt ou trente fleurs qui naiſſent chacune des aiſſelles d'une feuille longue d'un pouce & demi, membraneuſe, blanchâtre, large de quatre ou cinq lignes, pointue, creuſée en goutiere & poſée

poſée en écaille avec ſes voiſines. Le pedicule des fleurs a depuis un pouce juſqu'à quinze lignes de long ; mais il n'eſt épais que d'environ demi-ligne. Chaque fleur eſt d'une ſeule piece, longue d'un pouce & demi ou deux, rétrecie dans le fond, évaſée & découpée en cinq ou ſix quartiers. Celui d'enhaut, qui eſt quelquefois le plus grand, eſt large d'environ ſept ou huit lignes, arrondi par le bout ainſi que les autres, legerement frizé, orné vers le milieu de quelques points jaunes, ramaſſez en maniere d'une groſſe tache. Les quartiers d'embas ſont un peu plus profondément que les autres. A l'égard de leur couleur le plus ſouvent elle eſt violette tirant ſur le gris-de-lin. On trouve des pieds de cette plante à fleurs blanches, & d'autres à fleurs purpurines, plus ou moins foncées. Toutes ces fleurs ſont marquées de points jaunes dont on vient de parler, & leurs étamines qui naiſſent en touffe, ſont plus ou moins colorées de purpurin, mais blanches & cotonneuſes à leur naiſſance. Ces étamines ſont inégales, crochues & entourent le piſtile : leurs ſommets ſont poſez en travers, longs de deux lignes ſur une ligne de large, diviſez en deux bourſes pleines d'une pouſſiere jaunâtre. Le calice des fleurs n'a qu'environ une ligne & demie de largeur, legerement canelé en ſix ou ſept pointes purpurines. Le piſtile eſt une eſpece de cone de deux lignes de long, relevé à ſa baſe d'un ourlet verdâtre & comme frizé. Un filet purpurin, courbe & long de 15 ou 18 lignes termine ce piſtile & finit par un bouton verd-pâle. Les bouquets des fleurs ſont très-gluants avant qu'elles s'épanouïſſent : lorſqu'elles ſont paſſées le piſtile devient un fruit

cylindrique, long d'un pouce à quinze lignes, épais d'environ quatre lignes, canelé, arrondi par les deux bouts. Il s'ouvre vers le haut en cinq ou ſix parties, & laiſſe voir autant de loges qui le partagent en ſa longueur, & qui ſont ſéparées les unes des autres par les aîles d'un pivot qui en occupe le milieu. C'eſt ce pivot qui eſt terminé par le filet du piſtile, & bien loin de ſe deſſecher il devient plus long tandis que le fruit eſt verd & ne tombe point. Les graines ſont très-menues, brun clair, longues de près d'une ligne.

Les feuilles de cette plante ſont ſtiptiques ſans autre ſaveur. Les fleurs ont une odeur agréable, mais qui ſe paſſe facilement.

Cette plante aime la terre graſſe & humide. Elle vient ſur les côtes de la *Mer noire* le long des ruiſſeaux, depuis la riviere d'*Ava* qui n'eſt qu'à trente lieues de la ſortie du *Boſphore de Thrace* juſqu'à *Trebiſonde*.

*Chamærhodendros Pontica, maxima, Meſpili folio, flore luteo.* Coroll. Hiſt. rei herb. 42.

Cette eſpece s'éleve quelquefois plus haut que la précedente, & produit un tronc de même groſſeur, accompagné de pluſieurs tiges plus menues, diviſées en branches inégales, foibles, caſſantes, blanches en dedans, couvertes d'une écorce griſatre & liſſe, ſi ce n'eſt aux extrémitez où elles ſont velues & garnies de bouquets de feuilles aſſez ſemblables à celles du Neflier des bois. Ces feuilles ſont longues de quatre pouces ſur un pouce & demi de largeur vers le milieu, pointues par les deux bouts, & ſurtout par celui d'embas, verd gai, le-

Pontica, maxima, folio Laurocerasi
rpurascente Coroll. Inst. rei Herb. 42

NAPOLI

legerement velues, excepté ſur les bords où les poils forment comme une eſpece de ſourcil. Leur côte eſt aſſez forte, & ſe diſtribue en nerveure ſur toute la ſurface. Cette côte n'eſt que la ſuite de la queue des feuilles, qui le plus ſouvent n'a que trois ou quatre lignes de longueur ſur une ligne d'épaiſſeur. Les fleurs naiſſent dix-huit ou vingt enſemble, ramaſſées en bouquets à l'extrémité des branches, ſoûtenues par des pedicules d'un pouce de long, velus & qui naiſſent des aiſſelles de petites feuilles membraneuſes, blanchâtres, longues de ſept ou huit lignes ſur trois lignes de large. Chaque fleur eſt un tuyau de deux lignes & demie de diametre, legerement canelé, velu, jaune tirant ſur le verdâtre. Il s'évaſe au-delà d'un pouce d'étendue, & ſe diviſe en cinq quartiers, dont celui du milieu a plus d'un pouce de long ſur preſque autant de largeur, réflechi en arriere ainſi que les autres, & terminé en arcade gotique, jaune pâle, quoique doré vers le milieu. Les autres quartiers ſont un peu plus étroits & plus courts, jaune pâle auſſi. Cette fleur eſt percée en derriere, & s'articule avec le piſtile qui eſt pyramidal, canelé, long de deux lignes, verd blanchâtre, legerement velu, terminé par un filet courbe long de deux pouces, lequel finit par un bouton verd pâle. Des environs du trou de la fleur ſortent cinq étamines plus courtes que le piſtile, inégales, courbes, chargées de ſommets longs d'une ligne & demie, remplis de pouſſiere jaunâtre. Les étamines ſont de même couleur, velues de leur naiſſance juſques vers le milieu, & toutes les fleurs ainſi que celles de l'eſpece précedente ſont penchées ſur les côtez de même

que celles de la Fraxinelle. Le piſtile devient dans la ſuite un fruit d'environ quinze lignes de long, du diametre de ſix ou ſept lignes, relevé de cinq côtes, dur, brun & pointu. Il s'ouvre de la pointe à la baſe en ſept ou huit parties, creuſées en goutiere, leſquelles aſſemblées avec le pivot canelé qui en occupe le milieu, forment autant de loges. Je n'en ai pas vû la graine mûre.

Les feuilles de cette plante ſont ſtiptiques. L'odeur des fleurs approche de celle de la Chevrefeuille; mais elle eſt plus forte & porte à la tête.

Cette fleur me parut ſi belle que j'en fis un bouquet pour preſenter à *Numan Coprogli* Pacha de *Candie* préſentement, & Pacha d'*Erzeron* dans le temps que j'eus l'honneur de l'accompagner ſur la *Mer noire*; mais je fus averti par ſon Chaia que cette fleur excitoit des vapeurs & cauſoit des vertiges. La raillerie me parut aſſez aſſez plaiſante, car le Pacha ſe plaignoit de ces ſortes d'incommoditez: cependant le Chaia ne railloit pas, & venoit d'apprendre par les gens du païs que cette fleur étoit nuiſible au cerveau. Ces bonnes gens par une tradition fort ancienne, fondée apparemment ſur pluſieurs obſervations, aſſurent auſſi que le miel que les abeilles font de ce qu'elles ſuccent ſur cette fleur, étourdit ceux qui en mangent & leur donne des nauſées.

*Dioſcoride* a parlé de ce miel à peu près dans les mêmes termes: „ Autour d'*Heraclée* du „ *Pont*, *dit-il* *, en certains temps de l'an„ née, le miel rend inſenſez ceux qui en man-

gent,

* *Lib.* 2. *c.* 103. *& Expor. lib.* 2. *c.* 38.

„ gent, & c'eſt ſans doute par la vertu des „ fleurs d'où il eſt tiré. Ils ſuent très-copieu- „ ſement ; mais on les ſoulage en leur don- „ nant de la Rhue, des ſalines & de l'hydro- „ mel à meſure qu'ils vomiſſent. Ce miel, *a-* „ *joûte le même Auteur*, eſt acre & fait éternuer. „ Il efface les rouſſeurs du viſage ſi on le „ broye avec du Coſtus, mêlé avec du ſel ou „ de l'Aloes : il diſſipe les noirceurs qui laiſ- „ ſent les meurtriſſures. Si les chiens ou les „ cochons avalent les excremens des perſonnes „ qui ont mangé de ce miel, ils ſouffrent les „ mêmes accidens.

Les deux Plantes dont on vient de parler ſe trouvent autour d'*Heraclée* du *Pont*, que l'on appelle aujourd'hui *Penderachi* ou *Elegri*, & naiſſent en abondance tout le long des côtes & dans les bois juſqu'au delà de *Trebiſonde*. La premiere eſpece paſſe auſſi pour malfaiſante. Les beſtiaux n'en mangent que lorſqu'ils ne trouvent pas de meilleure nourriture.

*Pline* a mieux débrouillé l'hiſtoire de ces arbriſſeaux que *Dioſcoride* ni qu'*Ariſtote* *, qui a cru que les abeilles amaſſoient ce miel ſur le Bouis ; qu'il rendoit inſenſez ceux qui en mangeoient & qui ſe portoient bien auparavant ; qu'au contraire il gueriſſoit les inſenſez. *Pline* „ s'en explique de la ſorte : † Il eſt des an- „ nées, *dit-il*, où le miel eſt très-dangereux „ autour d'*Heraclée* du *Pont*. Les Auteurs „ n'ont pas connu de quelles fleurs les abeilles „ le tiroient. Voici ce que nous en ſavons. Il „ y a une Plante dans ces quartiers appellée „ *Ægolethron* ‡, dont les fleurs dans les Prin-



* Ariſt. *de Mirab. Auſcult.* † *Lib.* 21. *cap.* 12. ‡ Αἰγῶν ὄλεθρος. *Caprarum pernicies.*

„ temps humides acquierent une qualité très-
„ dangereuſe lorſqu'elles ſe flétriſſent. Le miel
„ que les abeilles en font eſt plus liquide que
„ l'ordinaire, plus peſant & plus rouge. Il a
„ une odeur étrangere, & provoque à éter-
„ nuer. Ceux qui en ont mangé ſuent horri-
„ blement, ſe couchent à terre, & ne demandent
„ que des rafraîchiſſemens. Il ajoûte enſuite les mêmes choſes que *Dioſcoride*, dont il ſemble qu'il ait traduit les paroles : mais outre le nom d'*Ægolethron* qui ne ſe trouve pas dans cet Auteur, voici une excellente remarque qui appartient uniquement à *Pline*.

„ On trouve, *continue-t-il*, ſur les mêmes
„ côtes du *Pont* une autre ſorte de miel qui
„ eſt nommé *Mænomenon*, parce qu'il rend
„ inſenſez ceux qui en mangent. On croit que
„ les abeilles l'amaſſent ſur la fleur du *Rhodo-*
„ *dendros* qui s'y trouve communément parmi
„ les forêts ; & les peuples de ce quartier-là
„ quoiqu'ils payent aux *Romains* une partie de
„ leur tribut en cire, ſe gardent bien de leur
„ donner de leur miel.

Il ſemble que ſur ces paroles de *Pline* l'on peut déterminer les noms de nos deux eſpeces de *Chamærhododendros*. La ſeconde ſuivant les apparences eſt l'*Ægolethron* de cet Auteur ; car la premiere qui fait des fleurs purpurines approche beaucoup plus du *Rhododendros*, & l'on peut la nommer *Rhododendros Pontica. Plinii* pour la diſtinguer du *Rhododendros* ordinaire, qui eſt nôtre Laurier-roſe connu par *Pline* * ſous le nom de *Rhododaphne & Nerium*. Il eſt certain que le Laurier-roſe ne croît point ſur les côtes

* *Lib. 24. cap. XL.*

tes du *Pont Euxin*, cette Plante aime les païs chauds. On n'en voit gueres paſſé les *Dardanelles:* mais elle eſt fort commune le long des ruiſſeaux dans les Iſles de l'*Archipel*; ainſi le *Rhododendros* du *Pont* ne ſauroit être nôtre Laurier-roſe: mais il eſt très-vrai-ſemblable que le *Chamærhododendros* à fleur purpurine eſt le *Rhododendros* de *Pline*.

Quand l'Armée des dix mille approcha de *Trebiſonde*, il lui arriva un accident étrange, & qui cauſa une grande conſternation, ainſi que le rapporte *Xenophon* * qui étoit un des principaux Chefs de ces troupes. Comme il y avoit pluſieurs ruches d'abeilles, dit cet Auteur, les ſoldats n'en épargnerent pas le miel. Il leur prit un dévoyement par haut & par bas ſuivi de réveries; de ſorte que les moins malades reſſembloient à des yvrognes, & les autres à des perſonnes furieuſes ou moribondes. On voyoit la terre jonchée de corps comme après une bataille. Perſonne néanmoins n'en mourut, & le mal ceſſa le lendemain environ l'heure qu'il avoit pris; de ſorte que les ſoldats ſe leverent le troiſiéme & le quatriéme jour, mais en l'état qu'on eſt après avoir pris une forte medecine.

*Diodore de Sicile* † rapporte le même fait dans les mêmes circonſtances. Il y a toute apparence que ce miel avoit été tiré de quelqu'une de nos eſpeces de *Chamærhododendros*. Tous les environs de *Trebiſonde* en ſont pleins, & le Pere *Lamberti* Miſſionnaire Theatin ‡ convient que

* Xenophon *lib.* 4. *Retraite des dix mille.* † *Lib.* 14.
‡ *Relation de la Colchide imprimée à* Naples 1652. *in quarto.*

que le miel que les abeilles ſuccent ſur un certain arbriſſeau de la *Colchide* ou *Mengrelie* eſt dangereux & fait vomir. Il appelle cet arbriſſeau *Oleandrogiallo*, c'eſt-à-dire Laurier-roſe jaune, qui ſans contredit eſt nôtre *Chamærhododendros Pontica, maxima, Meſpili folio, flore luteo.* La fleur, dit-il, tient le milieu entre l'odeur du muſc & celle de la cire jaune. Elle nous paroît aſſez ſemblable à celle de la *Chevrefeuille*, mais incomparablement plus forte.

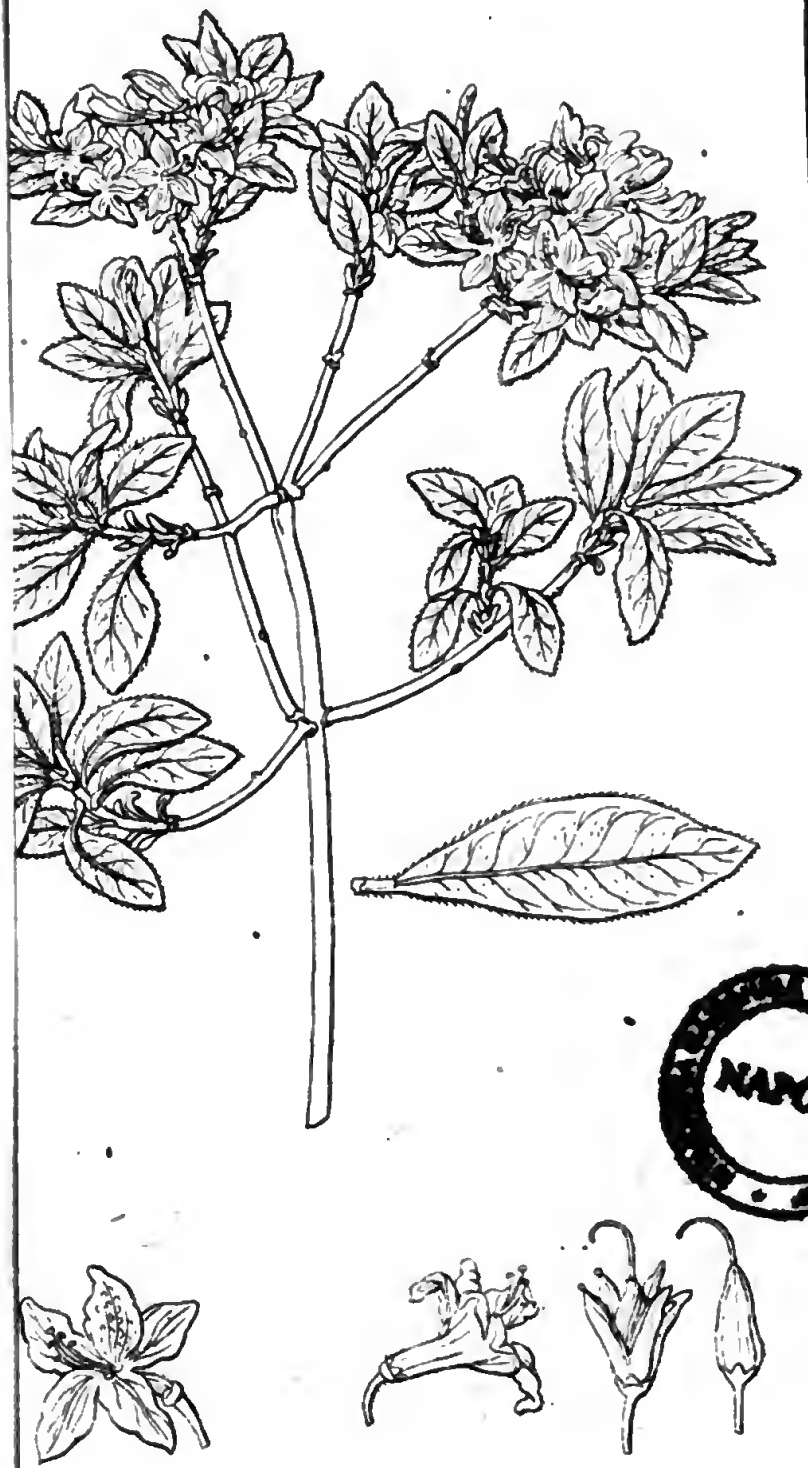
# OBSERVATIONS

## *De l'Eclipſe de Lune qui eſt arrivée le* 11 *Decembre* 1704 *au matin à l'Obſervatoire.*

Par Mrs. DE LA HIRE.

* LE ciel ayant toûjours été couvert pendant les 10 jours qui ont précedé celui de cette Eclipſe, il ſembloit qu'il n'y avoit aucune eſperance d'en pouvoir rien obſerver. Cependant le ſoir précedent le ciel commença à s'éclaircir ; mais le vent qui regnoit toûjours vers le Sud ne promettoit pas une grande ſerenité. Auſſi vers le 4 heures du matin le ciel étoit fort brouillé, & la Lune étoit couverte de nuages cotonneux qui empêchoient de voir bien diſtinctement les taches de la Lune. Il faiſoit alors peu de vent ; mais vers les 6 heu-

* 13. Decembre 1704.



NAPOLI

rhododendros Pontica, maxima, Mespili flore luteo Coroll. Inst. rei Herbar. 42.

heures le vent s'étant un peu augmenté, le ciel devenoit quelquefois assez serein pour laisser voir clairement la Lune : mais l'ombre de la terre sur le corps de la Lune n'a point été bien terminée dans tout ce que nous avons pû observer.

Sur les $5^h\frac{1}{2}$ on croyoit voir tantôt une penombre, & tantôt elle paroissoit se dissiper entierement. Enfin à $5^h$ 51′ la penombre paroissoit distinctement & assez forte entre les taches Grimaldi & Tycho.

A $5^h$ 51′ le bord de la Lune paroissoit fort sombre, & la penombre sembloit occuper $2\frac{1}{2}$ doits.

A $6^h$ 8′ la Lune paroissoit éclipsée d'un doit à la seule estime, & l'on ne remarquoit pas de penombre sensible, & l'ombre étoit fort douteuse.

A $6^h$ 11′ 30″ L'ombre touchoit le bord de *Mare humorum.*

14 30 Commencement de Grimaldi.
16 0 La Lune éclipsée de 2 doits 12′.
17 30 Fin de Grimaldi.
21 0 Commencement de Tycho.
27 0 L'ombre n'étoit point distincte.
32 0 La Lune éclipsée de 3 doits 51′.
34 0 Kepler peu distinctement.
36 0 Copernic douteux.
46 0 La Lune éclipsée de 5 doits 22′.
56 0 La Lune éclipsée de 5 doits 49′.
à 7 0 0 La Lune éclipsée de 6 doits 3′.
11 0 La Lune éclipsée de 6 doits 33′.

Après ce temps-là la Lune entra dans des nuages fort épais, & on ne la vit plus. La partie de la Lune qu'on voyoit un peu dans le fort de l'ombre paroissoit de couleur grisâtre.

Quel-

Quelque temps avant l'Eclipſe nous obſervâmes avec le Micrometre que le diametre de la Lune étoit de 30′ 46″ à la hauteur de 25 degrez.

Il ſera facile de faire une figure exacte de la Lune avec ſes Taches par les diſtances de quelques-unes qne nous avons obſervées un peu avant l'Eclipſe.

*Diſtances des Taches au bord le plus proche de la Lune.*

| | | |
|---|---|---|
| *du bord de la Lune* | Au milieu de Platon. | 3′ 11″ |
| | Au milieu de Grimaldi. | 0 46 |
| | Au milieu de Tycho. | 4 26 |
| | Au bord le plus proche de *Mare Criſium.* | 1 34 |
| | Au *Promontorium acutum.* | 8 14 |
| | A Ariſtarque. | 2 45 |

*Diſtances des Taches entr'elles.*

| | | |
|---|---|---|
| Entre | Platon & Grimaldi. | 18′ 18″ |
| | Grimaldi & Tycho. | 14 20 |
| | *Promontorium acutum* & Tycho. | 14 39 |
| | *Promontorium acutum* & Platon. | 15 17 |

On remarquera que nous n'avons pas pris pour le *Promontorium acutum* une petite avance claire & pointue qui eſt entre les deux Taches, mais une petite Tache claire qui en eſt proche & vers le milieu de la Lune.

Nous nous ſommes ſervis de Lunettes de 7 piez pour faire ces obſervations, & nous avions appliqué le micrometre à l'une de ces Lunettes.

Les Ephemerides de *Mezzavacca* marquent que

que cette Eclipſe ne ſera pas viſible à *Bologne*, à cauſe qu'elle arrivera à $8^h$ 9′, ce qui doit s'entendre du milieu. Cependant ſi elle a duré $2^h$ 40′, le commencement aura été à $6^h$ 49′, ce qui eſt près de trois quarts d'heures plûtôt que le lever du Soleil, & par conſéquent on en aura pû voir le commencement. Ce milieu réduit à *Paris* eſt $7^h$ 31′.

Les Ephemerides de M. de *Beaulieu* marquent le milieu à *Paris* à $8^h$ 28′, le commencement à $6^h$ 5′, & la fin à $8^h$ 51′; donc la durée $2^h$ 46′, & la grandeur de 7 doits 29′.

Les Ephemerides de l'Academie donnent le milieu de cette Eclipſe à $7^h$ 27′ 53″, le commencement à $6^h$ 6′ 56″, la fin à $8^h$ 48′ 50″, la durée $2^h$ 41′ 54″, & la quantité 6 doits 21′.

Le milieu de cette Eclipſe dans ces trois Ephemerides eſt peu different, & les deux dernieres ſont dans la même minute: il n'y a que la quantité qui eſt fort differente, car celles de M. de *Beaulieu* la font plus grande que les nôtres de 1 doit 8′, ce qui eſt difficile à accorder avec ſa durée: mais ce pourroit être une faute d'impreſſion, car on auroit pû mettre $7^d$ 29′ au lieu de 6 doits 29′, ce qui ſemble devoir être.

Les differences conſiderables qu'on remarque à l'ombre de la terre ſur le corps de la Lune, ne peuvent venir que de la denſité & de la figure de l'Atmoſphere de plus ou moins élevée au-deſſus de la terre dans les endroits qui font l'ombre, & où le Soleil ſe leve alors pour la Lune. Car les rayons qui traverſent l'Atmoſphere où ils ſe rompent, portent ſur la partie de la Lune entierement éclipſée, cette fauſſe lueur qui paroît de differentes couleurs dans differentes éclipſes, & quelquefois dans

la

la même. Mais comme l'ombre de la terre paroît quelquefois assez terminée, & quelquefois fort confuse & inégale, il faut necessairement en rechercher la cause dans l'inégalité de l'extrémité de l'Atmosphere qui donnera une ombre inégale; & l'Atmosphere étant tantôt plus rare & tantôt plus dense, détournera un peu plus ou un peu moins les derniers rayons qui la rencontrent vers cette extrémité inégale, & fera que la figure de l'ombre ne sera point terminée, comme si l'Atmosphere étoit un corps fort different de l'Ether. Ce sont aussi ces rayons qui traversant cette Atmosphere inégale dans sa superficie, peuvent causer ces differentes couleurs qu'on voit dans le milieu de l'ombre.

Mais il y a encore une autre cause de la confusion de l'ombre de la terre dans les Eclipses, laquelle est par rapport à la partie du Soleil qui fait l'ombre, & c'est ce que nous appellons proprement *penombre*, & qui devient plus dense à proportion qu'il y a moins de parties du Soleil qui éclairent le corps, comme nous le remarquons dans les ombres de tous les corps sur la terre, & cette penombre sera toûjours la même par rapport à la figure du corps qui fait l'ombre. Mais cette penombre se mêlant avec l'ombre inégale & confuse de l'extrémité de l'Atmosphere, causera toutes les varietez qu'on y remarque dans les Eclipses.

OB-

# OBSERVATION

## *De l'Eclipſe de Lune du* 10 *Decembre* 1704.

Par Mrs. CASSINI & MARALDI.

* LE ſoir du 10 Decembre le ciel s'étant découvert, on meſura le paſſage de la Lune par le cercle horaire quatre fois depuis 6 heures & demie juſqu'à 7 heures. Il ſe trouva de 2 minutes 17 ſecondes d'heure.

La Lune ce jour-là & le jour ſuivant retourna au meridien en 24 heures 51′, qui donnent 360d; donc 2′ 17″ d'heure font 33′ 5″ de degrez du parallele de la Lune, qui étant réduit à un grand cercle par la declinaiſon de la Lune qui étoit alors 12 degrez 16 minutes, donnent 30′ 38″ diamêtre de la Lune.

A 7 heures 8′ par le micrometre, on meſura le diamêtre apparent de la Lune de 30′ 43″, la Lune étant élevée ſur l'horizon de 30 degrez.

On obſerva la diſpoſition des Taches de la Lune, & l'on trouva que le milieu de Grimaldi & la pointe de *Promontorium acutum* étoient préciſément dans le diamêtre de la Lune qui concouroit avec la ligne de ſon mouvement compoſé à l'Occident, & que ſon centre apparent étoit au bord Occidental de *Sinus medius*, comme dans la Figure inſerée dans le Livre de la *Connoiſſance des Temps* de cette année 1704. La diſpoſition des autres Taches principales fut dé-

* 13. Decembre 1704.

déterminée par le paſſage de ces Taches par le fil perpendiculaire à la trace de Lune, & par le fil incliné de 45 degrez, ſuivant la methode pratiquée dans nôtre grande Figure de la Lune, & dans celle qui a été inſerée juſqu'à préſent dans la *Connoiſſance des Temps*.

On ne pût pas obſerver le paſſage de la Lune par le meridien la même nuit, parceque le ciel étoit couvert. Il ſe découvrit un quart-d'heure après, & pendant le reſte de la nuit la Lune tantôt paroiſſoit, tantôt ſe cachoit.

Le matin ſuivant on voyoit la Lune dans un air trouble. Le diamêtre de la Lune meſuré par le micrometre fut trouvé de 30′ 21″, moindre de 22 ſecondes que le ſoir précedent, preſque à la même hauteur de la Lune ſur l'horizon; ce qui doit être attribué au mouvement de la Lune vers ſon Apogée.

A 6 heures on voyoit la penombre ſur la Lune du côté de la Tache de Schicardus. On commença de douter du commencement de l'Eclipſe à $6^h$ 3′ 30″.

Il fut plus évident à $6^h$ 4′ 40″ par une Lunette de 3 pieds.

Commencement à $6^h$ 5′ 10″ par une Lunette de 8 pieds.

Aux momens plus favorables on meſura les doits de l'Eclipſe par le micrometre.

| | | |
|---|---|---|
| A $6^h$ 10′ | | Partie de la Lune éclipſée .... |
| | | 0 doits 38 min. |
| 12 | 0 | L'ombre au bord de *Mare humorum*. |
| 14 | 30 | Un doit de la Lune éclipſée. |
| 15 | 0 | Tout *Mare humorum* couvert. |
| 18 | | L'ombre à Grimaldi. On ne voit plus Tycho. |

6h 20′ 40 Deux doits éclipſez.
26 0 Deux doits & demi d'éclipſez.
30 Deux doits 44′.
34 40 Trois doits & demi.
39 Trois doits 55′.
39 40 Quatre doits.
49 20 Quatre doits 55′.
50 20 Cinq doits.
56 0 Cinq doits 23′.
59 20 Cinq doits 49′.
à 7h 2′ 0″ Six doits.
10 0 Six doits 6′.

Dans ces quatre dernieres obſervations on voyoit aſſez diſtinctement le terme de l'ombre. La Lune ſe cacha enſuite & ne parut plus.

# REMARQUES

## *Sur les nombres Quarrez, Cubiques, Quarré-Quarrez, Quarré-Cubiques & des autres degrez à l'infini.*

Par M. DE LA HIRE.

### PROPOSITION PREMIERE.

TOUT nombre Quarré joint à ſa racine fait un nombre pair ou binaire.

Le quarré eſt pair ou impair; s'il eſt pair ſa racine eſt auſſi paire, & par conſéquent la ſomme du pair du quarré & du pair de la racine ſera auſſi un nombre pair ou binaire. Mais s'il eſt impair ſa racine ſera impaire; donc l'impair

pair du quarré joint à l'impair de ſa racine fait un nombre pair ou binaire. *Ce qu'il faloit démontrer.*

## PROPOSITION II.

Tout nombre Cubique eſt plus grand que ſon prochain Cubique inferieur, ou dont la racine eſt moindre que la ſienne d'une unité, d'un nombre ſenaire & diviſible par 6, & de plus d'une unité.

On ſait que tout nombre Cubique dont la racine eſt plus grande que celle de ſon prochain inferieur, de l'unité, eſt plus grand que l'inferieur, de trois fois le quarré de la racine de l'inferieur plus trois fois la racine du même, & de plus d'une unité. Mais par la Propoſition I. un nombre quarré plus ſa racine eſt un nombre binaire, dont le triple de cette ſomme ſera un nombre ſenaire ou diviſible par 6; car il doit être binaire & ternaire, & il n'y a point de nombre plus petit que 6 qui ſoit l'un & l'autre, & de plus il y a l'unité.

Par exemple le Cube 125 a pour ſa racine le nombre 5, & le Cube immédiatement inferieur 64 a le nombre 4 pour ſa racine: la difference de ces deux Cubes doit être trois fois le quarré de 4 qui eſt 16, plus trois fois ſa racine, 4, ce qui fera 60, plus l'unité, ce qui eſt 61: mais 60 eſt un nombre diviſible par 6. Donc 61 eſt diviſible par 6, & il reſte l'unité.

## PROPOSITION III.

Maintenant ſi au lieu de prendre deux Cubes dont les racines ſoient ſeulement differentes d'une unité, qu'on en prenne deux dont les racines different de pluſieurs unitez, comme les Cubes de 4 & de 7.

Je dis que la difference des deux Cubes ſera en-

encore divisible par 6, & qu'il restera 3 unitez après la division, c'est-à-dire, autant d'unitez qu'il y en a dans la difference des racines.

Car par la Proposition II. la difference du Cube de 4 au Cube de 5 son prochain superieur, sera divisible par 6, & il restera une unité. De même la difference du Cube de 5 au Cube de 6 son prochain superieur, sera aussi divisible par 6, & il restera une unité; & enfin la difference du Cube de 6 au Cube de 7 sera divisible par 6, & il restera une unité; donc les trois differences sont divisibles par 6, & il restera trois unitez qui sont les trois restes.

Comme le Cube de 4 est 64, le Cube de 7 est 343: la difference des deux Cubes est 279, qui est divisible par 6, & il reste 3.

Ce sera la même chose pour tous les autres Cubes.

## PROPOSITION IV.

On voit par la Proposition précedente que si les racines des Cubes sont differentes entr'elles de 6 unitez, alors leur difference sera divisible par 6 exactement.

Car il devroit y avoir 6 unitez restantes, qui sont le nombre diviseur 6.

## PROPOSITION V.

Tout nombre Cubique étant donc proposé, si l'on en ôte un nombre Cubique tel qu'on voudra, & que le reste soit divisé par 6, les unitez restantes étant jointes à la racine du Cube ôté donneront la racine du Cube proposé, si elle est moindre que la somme de 6 plus la racine du Cube ôté, ou bien en y ajoûtant 6 ou un multiple de 6, si elle est plus grande.

Cette Proposition est évidente par les précedentes.

PRO-

## PROPOSITION VI.

Il s'enſuit donc de la Propoſition précedente, que ſi d'un nombre Cubique on en ôte o conſideré ici comme premier Cube ôté, le reſte qui ſera le nombre Cubique propoſé étant diviſé par 6, il reſtera après la diviſion un nombre qui ſera la racine du Cube propoſé, ſi la racine de ce Cube eſt moindre que 6; mais ſi elle eſt plus grande il faudra ajoûter 6 ou un multiple de 6 à ce reſte.

Cette Propoſition ne differe point de la précedente; car o qui a auſſi o pour ſa racine, eſt pris pour le Cube ôté.

## PROPOSITION VII.

On peut par la même methode trouver la même choſe pour tout autre nombre que pour le Cubique. Comme pour le Quarré-quarré on trouvera qu'il ne faut le diviſer que par 2: Pour le quarré-Cubique qu'il faut le diviſer par 10: Pour le Quarré-quarré-cubique qu'il faut le diviſer par 14, & ainſi des autres nombres des puiſſances ſuperieures.

On aura toûjours dans quelque puiſſance que ce ſoit le moindre diviſeur du nombre ajoûté à cette puiſſance pour faire la ſuperieure, laquelle ait ſa racine plus grande d'une unité par la regle ſuivante.

### *REGLE.*

Toutes les puiſſances propoſées dont l'expoſant eſt pair, auront toutes pour leur diviſeur le binaire ou le nombre 2, comme le Quarré, le Quarré-quarré, le Cube-cube, &c. Mais celles dont l'expoſant eſt pair de la progreſſion double, comme 2, 4, 8, 16, 32, &c. & au-deſſus de 4, auront pour diviſeur le nombre 4.

Mais toutes les puiſſances dont l'expoſant eſt

eſt nombre premier au-deſſus de 2, auront toûjours pour leur diviſeur le double de l'expoſant de la puiſſance. Comme pour le Cube qui a 3 pour expoſant de ſa puiſſance, on aura 6 pour diviſeur : pour le Quarré-cube qui a 5 pour ſon expoſant, on aura 10 pour ſon diviſeur : pour le Quarré-quarré-cube qui a 7 pour ſon expoſant, on aura 14 pour ſon diviſeur, & ainſi des autres.

Toutes les autres puiſſances dont l'expoſant eſt impair n'auront que 2 pour diviſeur, à moins qu'elles ne ſoient nombres quarrez ; car alors elles ſe réduiſent au nombre de leur racine, comme la 25$^{e}$ puiſſance a le même diviſeur que la 5$^{e}$, la 9$^{e}$ que la 3$^{e}$, &c.

LEMME I.

Toutes les puiſſances d'une même racine numerique multipliées par differens nombres, contiennent chacune autant de fois le nombre multipliant, qu'il y a d'unitez dans la puiſſance.

Cela eſt évident.

LEMME II.

Le plus grand diviſeur commun de differentes puiſſances d'une même racine multipliées par differens nombres, ſera le plus grand diviſeur commun des nombres multiplians.

Car puiſque la commune meſure ſera dans les multiplians par le Lemme précedent, la commune meſure ſe trouvera auſſi dans les produits des puiſſances par les nombres multiplians, & elle les meſurera exactement.

LEMME III.

Si l'on joint enſemble deux puiſſances differentes de la même racine, leſquelles ſoient multipliées par un même nombre ; le nombre

ſera auſſi autant de fois dans la ſomme des puiſſances qu'il y aura d'unitez dans cette ſomme.

Ce qui eſt évident.

*DEMONSTRATION.*

Soit propoſée la puiſſance de 6 dimenſions ou dont l'expoſant eſt 6, & que la racine ſoit appellée $r$, & la racine de la même puiſſance plus l'unité ſoit $r+1$, la difference de ſes deux puiſſances ſera

$$6r^5+15r^4+20r^3+15rr+6r+1.$$

Ayant retranché l'unité de cette difference, on trouvera les termes $6r^5$, $6r$, & $15r^4$, $15rr$, qui ſont affectez des mêmes nombres 6 & 15, il reſtera encore $20r^3$ : il faut donc par les Lemmes précedens chercher le plus grand diviſeur commun des trois nombres 6, 15, 20, mais on trouve qu'il n'y a que l'unité. Donc ſi la racine eſt paire, l'unité eſt le commun diviſeur qui ſera un binaire.

Mais ſi la racine eſt impaire, la ſomme des deux impairs $6r^5$ & $6r$ ſera un nombre pair, & de même la ſomme des deux autres $15r^4$ & $15rr$; mais les $r^3$ étant un nombre impair, ſi on diviſe en 2 les $20r^3$, on aura $10r^3$ qui ſeront auſſi un pair; mais les trois nombres 6, 15, 10 n'ont point non-plus de commune meſure que l'unité, & par conſéquent cette unité eſt paire, & le nombre diviſeur cherché ne peut être que le nombre 2 ou le binaire.

Si l'on propoſe une puiſſance de 7 dimenſions, on aura pour la difference

$$7r^6+21r^5+35r^4+35r^3+21rr+7r+1.$$

Et en ayant ôté l'unité, on trouvera que la commune meſure des nombres qui multiplient les puiſſances de la racine ſera le nombre 7; & par les raiſons rapportées ci-devant, ſoit que la

la racine ſoit paire ou impaire, le nombre ſera toûjours pair, & par conſéquent il faudra doubler 7 qui fera 14 pour le diviſeur cherché.

Voici un exemple de la 17e puiſſance, dans laquelle il ne faut avoir égard qu'aux nombres qui multiplient les differens degrez de *r*, & qui ſeront 17, 136, 680, 2380, 6188, 12376, 19448, 24310, & les autres qui ſont les mêmes répetez en deſcendant juſqu'à l'unité, & tous ces nombres ſont diviſibles par 17, dont le double eſt 34, qui ſera le diviſeur de cette puiſſance, ſuivant ce qui a été expliqué ci-devant.

Il eſt toûjours très-facile de trouver tous ces nombres multiplians dans l'ordre de toutes les puiſſances de ſuite; car ils ſeront chacun égaux à la ſomme du ſuperieur immédiatement, & de celui qui le précede.

# MEMOIRE
## SUR LES
## COMBINAISONS.

Par le R. P. SEBASTIEN TRUCHET.

DANS le dernier voyage que j'ai fait au *Canal d'Orleans* par ordre de ſon Alteſſe Royale, je trouvai dans un Château nommé *la Motte S. Lyé* à 4 lieues en deçà d'*Orleans*, pluſieurs Carreaux de fayence quarrez & mipartis de deux couleurs par une ligne diagonale, qui étoient deſtinez à carreler une Chapelle

& pluſieurs autres appartemens. Pour pouvoir former des deſſeins & des figures agréables par l'arrangement de ces Carreaux, j'examinai d'abord en combien de manieres deux de ces Carreaux pourroient ſe joindre enſemble, en les diſpoſant toûjours en échiquier.

Je trouvai qu'il y avoit 64 manieres differentes de ranger deux de ces Carreaux, qui font 64 combinaiſons : ce qui paroît ſurprenant; car deux lettres ou deux chiffres ne ſe combinent ordinairement que deux fois, parcequ'ils ne changent de ſituation que pour être mis l'un après l'autre dans une ligne, la baſe demeurant toûjours la même : mais dans l'arrangement de deux Carreaux, l'un des deux peut prendre quatre ſituations differentes, dans chacune deſquelles l'autre Carreau peut changer 16 fois, ce qui donne les 64 combinaiſons que nous avons figurées & cottées dans la premiere Table ſuivante *, dont l'explication eſt à côté.

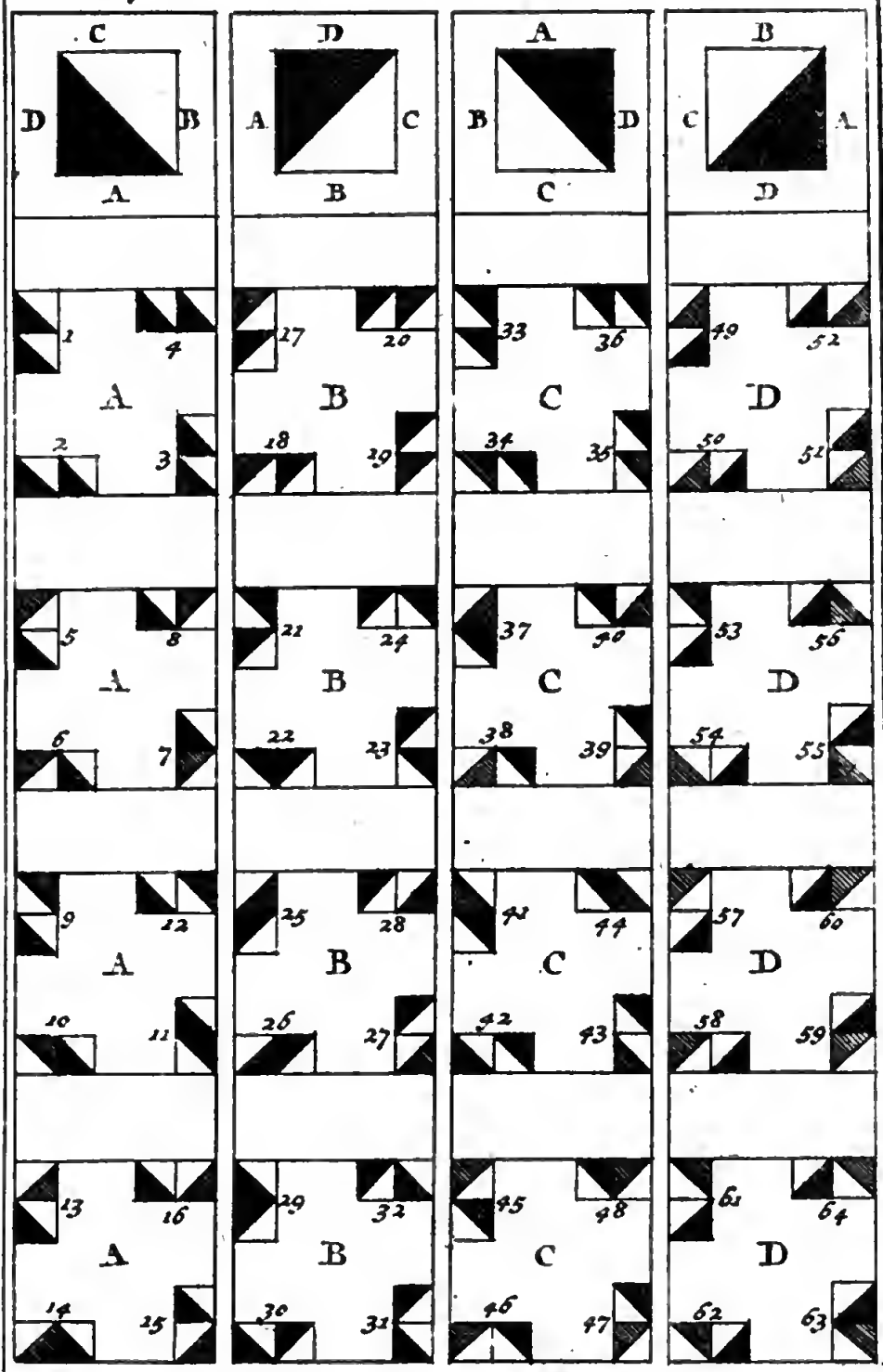
Nous avons trouvé enſuite qu'il y avoit des figures ſemblables dans ces 64 combinaiſons, & que l'on pouvoit les réduire à 32 figures differentes ; parceque chaque figure eſt répetée 2 fois dans la même ſituation, & que les deux figures ne ſont differentes l'une de l'autre que par la tranſpoſition du Carreau le plus ombré, comme on le peut voir dans la ſeconde Table, où elles ſont toutes figurées deux à deux, † & cottées des mêmes chiffres qu'elles ont dans la premiere Table.

Nous avons encore trouvé que ces 32 figures differentes ſe peuvent réduire à 10 ſemblables,

* *Voyez la 1. Table.* † *Voyez la 2. Planche.*

# TABLE I.

*Des 64. combinaisons de deux Carreaux mipartis de deux couleurs*




NAPOLI

bles, ſi l'on n'a pas d'égard à leur ſituation & au même point de vûe, & que les figures ſemblables ne different que par leur poſition differente ſur leurs quatre côtez ; comme on le peut voir dans la troiſiéme Table de la ſeconde Planche, où elles ſont figurées & cottées de ſuite des mêmes chiffres qu'elles ont dans la premiere & ſeconde Table.

Après avoir examiné les combinaiſons de deux Carreaux, on pourroit mettre ici les combinaiſons que l'on pourroit faire avec 3, 4, 5, &c. & pluſieurs Carreaux ; mais comme ce détail ſera long, & que nous ne ſommes pas encore content de ce que nous avons fait là-deſſus, nous remettrons cet article à un autre Memoire.

Nous avons conſulté les Livres de l'Architecture civile, & ceux qui traitent des combinaiſons, pour nous aſſurer ſi quelqu'un avoit déja fait les mêmes remarques que nous : mais nous n'y avons rien trouvé qui en approchât.

Nous avons cherché enſuite à former des deſſeins & des compartimens avec ces figures jointes enſemble, & toûjours en échiquier ; & nous en avons trouvé une trop grande quantité, pour les rapporter tous : nous en avons choiſi ſeulement un cent que nous avons mis au net, afin que chacun puiſſe juger par ſes yeux de la verité de ce que nous avons dit, & de la fécondité de ces combinaiſons dont l'origine eſt pourtant ſi ſimple.

On n'a gravé dans ces Memoires que 30 de ces deſſeins, pour ne point trop groſſir le volume. L'explication de chaque deſſein eſt à côté, avec la maniere de les conſtruire par la premiere Table, qui ſert comme d'un Diction-

naire pour trouver les combinaiſons dont on s'eſt ſervi pour les former. Ils ſont tous conſtruits par l'arrangement de deux Carreaux pris enſemble, & placez dans l'ordre que nous avons marqué à côté de chaque Planche.

## EXPLICATION DE LA I. TABLE.

*Des 64 combinaiſons de deux Carreaux mipartis de deux couleurs.*

ON a figuré dans cette Planche les 64 combinaiſons que l'on peut faire avec deux Carreaux mipartis en couleur par leur diagonale.

Cette Planche eſt diviſée en 4 colonnes de haut en bas : chaque colonne eſt partagée en cinq quarrez. Dans le premier quarré de chaque colonne on a figuré en grand un ſeul Carreau, qui eſt differemment ſitué dans chacune, comme on le peut voir par les 4 lettres *ABCD*, qui marquent toûjours les mêmes côtez de chaque Carreau; ſavoir *AD* les deux côtez colorez, & *BC* les deux côtez blancs, enſorte que dans tous les quarrez de la premiere colonne le Carreau le plus ombré eſt toûjours comme appuyé horizontalement ſur le côté *A*.

Dans la ſeconde colonne il eſt ſur le côté *B*, ſur le côté *C* dans la troiſiéme, & ſur le côté *D* dans la quatriéme colonne.

Dans les quatre quarrez qui achevent la premiere colonne, & qui ont la lettre *A* au centre, on a figuré les 16 combinaiſons qui ſe peuvent faire avec 2 Carreaux, l'un deſquels, qui eſt le plus ombré, demeure toûjours horizontal

# TABLE II

*Reduction des 64. combinaisons a 32. figures qui paroissent semblables.*

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | la 1re. et la 3me. | 1 | 3 | la 21e. et la 47me. | 21 | 47 | 17 |
| 2 | la 2e. et la 4me. | 2 | 4 | la 22e. et la 48me. | 22 | 48 | 18 |
| 3 | la 5e. et la 31me. | 5 | 31 | la 23e. et la 45me. | 23 | 45 | 19 |
| 4 | la 6e. et la 32me. | 6 | 32 | la 24e. et la 46me. | 24 | 46 | 20 |
| 5 | la 7e. et la 29me. | 7 | 29 | la 25e. et la 59me. | 25 | 59 | 21 |
| 6 | la 8e. et la 30me. | 8 | 30 | la 26e. et la 60me. | 26 | 60 | 22 |
| 7 | la 9e. et la 43me. | 9 | 43 | la 27e. et la 57me. | 27 | 57 | 23 |
| 8 | la 10e. et la 44me. | 10 | 44 | la 28e. et la 58me. | 28 | 58 | 24 |
| 9 | la 11e. et la 41me. | 11 | 41 | la 33e. et la 35me. | 33 | 35 | 25 |
| 10 | la 12e. et la 42me. | 12 | 42 | la 34e. et la 36me. | 34 | 36 | 26 |
| 11 | la 13e. et la 55me. | 13 | 55 | la 37e. et la 63me. | 37 | 63 | 27 |
| 12 | la 14e. et la 56me. | 14 | 56 | la 38e. et la 64me. | 38 | 64 | 28 |
| 13 | la 15e. et la 33me. | 15 | 33 | la 39e. et la 61me. | 39 | 61 | 29 |
| 14 | la 16e. et la 34me. | 16 | 34 | la 40e. et la 62me. | 40 | 62 | 30 |
| 15 | la 17e. et la 19me. | 17 | 19 | la 49e. et la 51me. | 49 | 51 | 31 |
| 16 | la 18e. et la 20me. | 18 | 20 | la 50e. et la 52me. | 50 | 52 | 32 |

# TABLE III

*Reduction des 32. fig. a 10 seulement, mais diferemment situées.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 3 | 18 20 | 33 35 | 50 52 | | |
| 2 | 2 4 | 17 19 | 34 36 | 49 51 | | |
| 3 | 5 31 | 16 54 | 39 61 | 24 46 | | |
| 4 | 6 32 | 13 55 | 40 62 | 21 47 | | |
| 5 | 7 29 | 14 56 | 37 63 | 22 48 | | |
| 6 | 8 30 | 15 53 | 38 64 | 23 45 | | |
| 7 | 9 43 | 28 58 | | | | |
| 8 | 10 44 | 25 59 | | | | |
| 9 | 11 42 | 26 60 | | | | |
| 10 | 12 42 | 27 57 | | | | |

zontal ſur le côté *A*: on l'a coloré d'une teinte plus forte pour le diſtinguer de celui qui change de ſituation.

On a ſuivi le même ordre dans les trois autres colonnes: les quarrez de chacune ſont marquez d'une même lettre, comme de *B* dans la ſeconde, de *C* dans la troiſiéme, & de *D* dans la quatriéme colonne.

Dans chaque colonne on a ſeparé les combinaiſons de quatre en quatre, pour éviter la confuſion.

## EXPLICATION DE LA II. TABLE.

### *De la réduction des 64 combinaiſons à 32 figures.*

CEtte Table a été faite pour faire voir la réduction des 64 combinaiſons de la premiere Table à 32 figures, qui paroiſſent ſemblables & dans la même ſituation.

Elle eſt partagée d'abord en deux grandes colonnes de 16 lignes chacune.

Chaque colonne eſt ſubdiviſée en 4 autres, dont la premiere marque le nombre des réductions: la ſeconde marque les mêmes chiffres que les figures ſemblables ont dans la premiere Table: la troiſiéme & quatriéme colonne marquent les deux mêmes figures, qui ne ſont differentes que par la tranſpoſition du Carreau le plus ombré.

La ſeconde grande colonne n'eſt differente de la premiere, que parceque l'on a mis à la derniere colonne les nombres qui marquent les reductions.

## EXPLICATION DE LA III. TABLE.

CEtte troiſiéme Table montre que l'on peut encore réduire les 32 figures de la ſeconde Table à 10 figures qui ſont ſemblables ; mais qui ſont ſituées de 4 manieres differentes, comme on le peut voir dans chaque ligne, qui contient d'abord le chiffre de la réduction, enſuite les chiffres des combinaiſons ſemblables, & enfin les figures de ces mêmes combinaiſons ſituées & contournées comme elles le ſont dans la premiere Table.

## CONSTRUCTION DES SIX

*Deſſeins de la premiere Planche.*

### AVIS GENERAL.

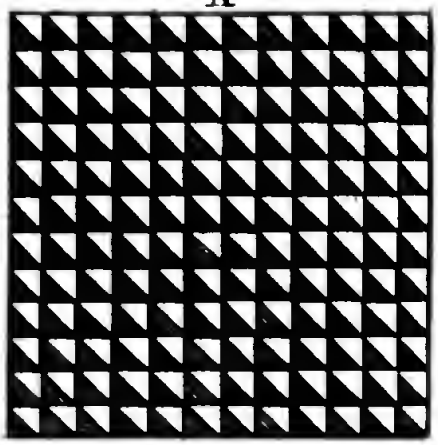
*Pour conſtruire tous les Deſſeins qu'on a figurez dans cette Planche & dans les ſuivantes, il faut avoir recours à la premiere Table des 64 combinaiſons, dans laquelle toutes les combinaiſons dont on s'eſt ſervi ſont cottées par des chiffres, & prendre celles qu'on a marquées pour former chaque rang des Deſſeins, & les mettre de ſuite de gauche à droit comme on met les lettres dans chaque ligne d'écriture ordinaire.*

LE premier Deſſein marqué *A*
Eſt conſtruit avec la ſeconde combinaiſon repetée de ſuite, & recommencée à chaque rang.

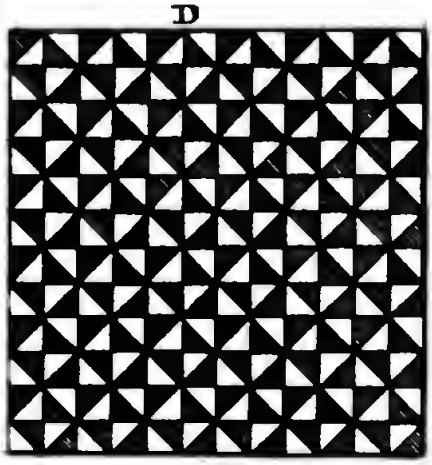
Le ſecond Deſſein marqué *B*
Eſt formé en faiſant une premiere rangée entiere

*Premiere planche des desseins.*

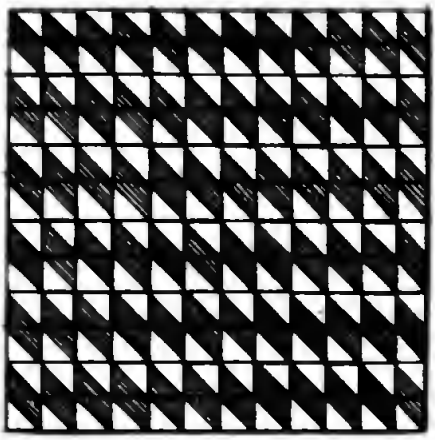
A



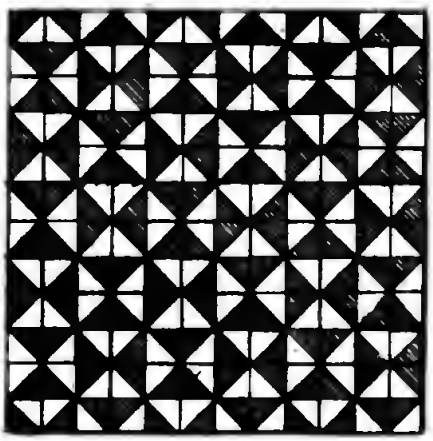
D



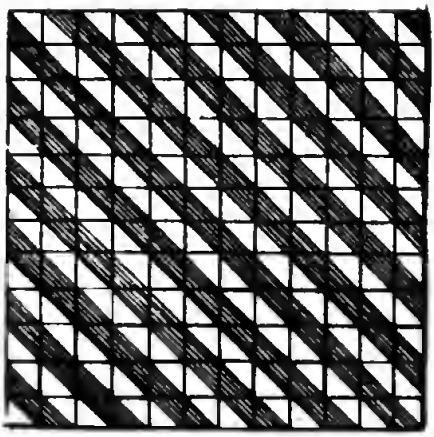
B



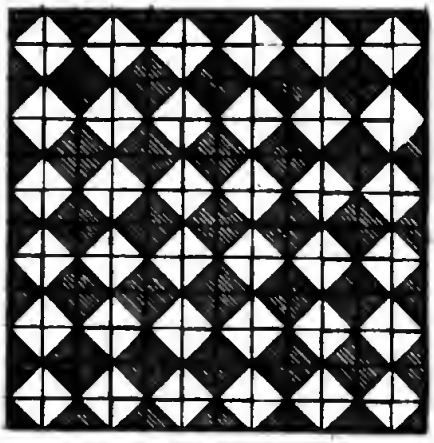
E

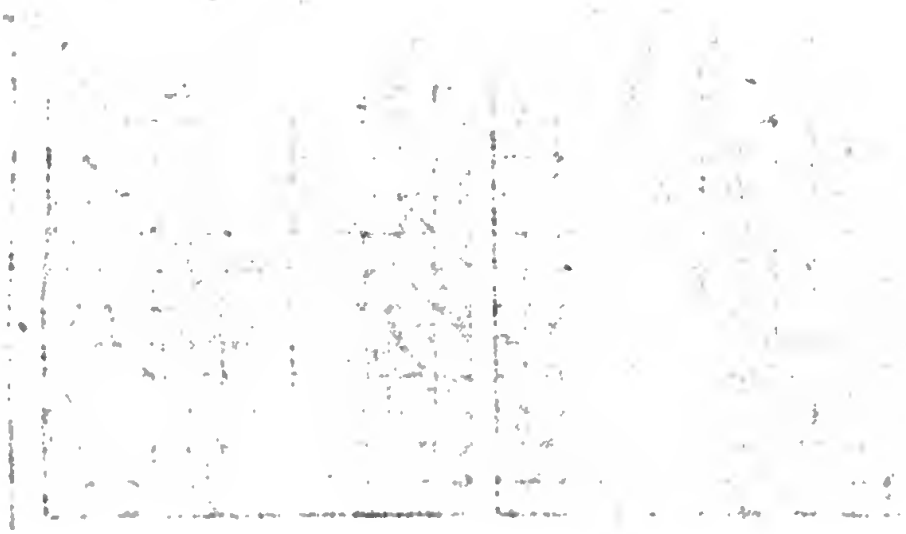


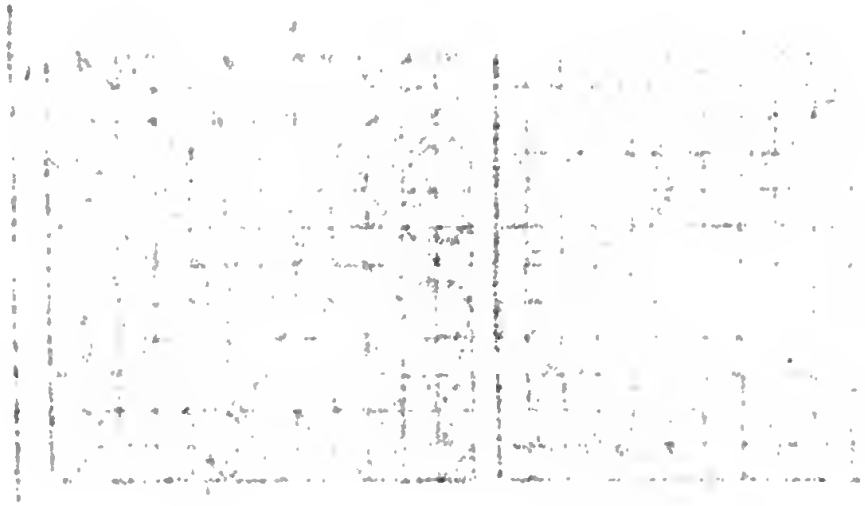
C

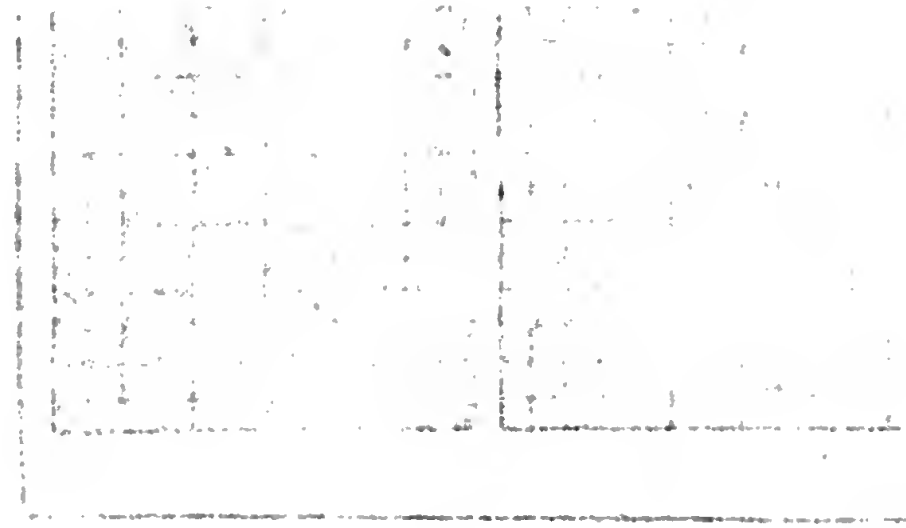


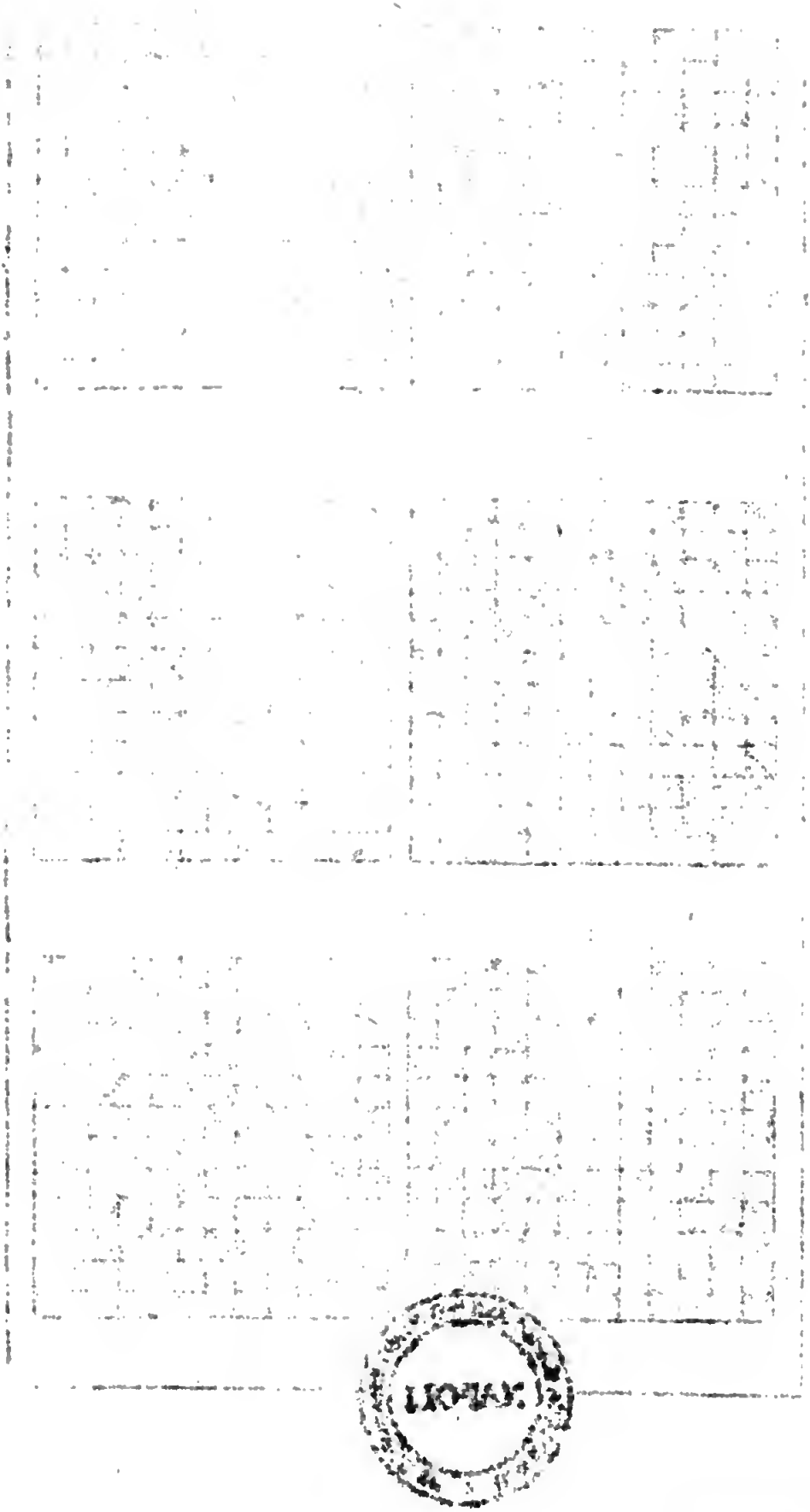
F





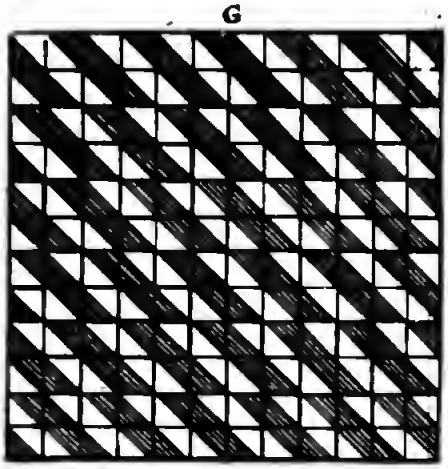




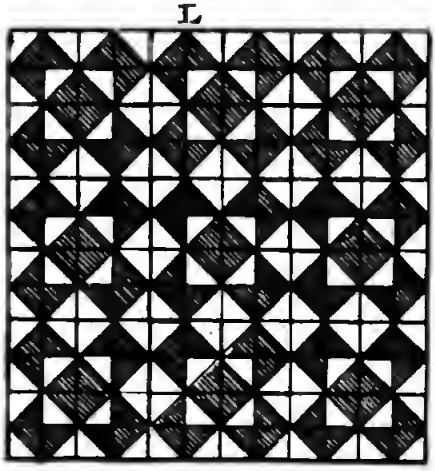


## Seconde Planche des desseins.

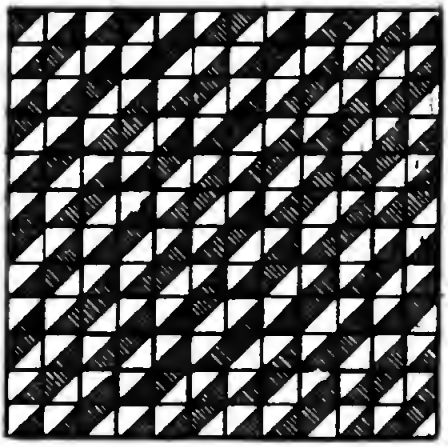
G



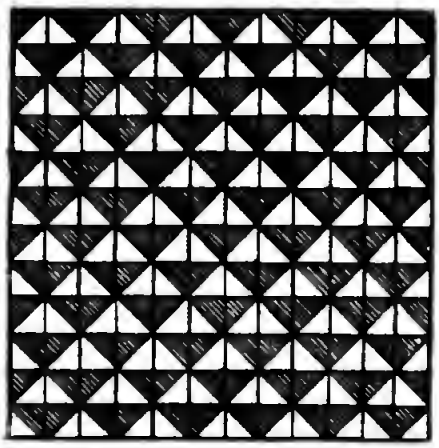
L



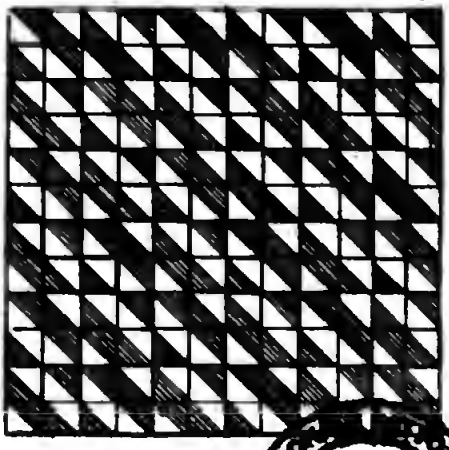
H



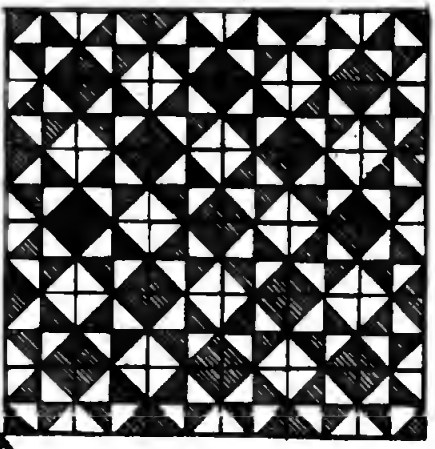
M



I



N



NAPOLI

tiere avec la ſeconde combinaiſon, puis une ſeconde rangée avec la 34me. Ces deux rangées repetées font tout le Deſſein.

Le troiſiéme Deſſein marqué *C*
Se fera en formant alternativement une 1re rangée avec la 12me combinaiſon, & une ſeconde avec la 10me.

Le quatriéme Deſſein marqué *D*
Se forme alternativement d'une 1re rangée de la 6me combinaiſon repetée de ſuite, & d'une ſeconde rangée de la 40me repetée de même.

Le cinquiéme Deſſein marqué *E*
Se conſtruit ainſi. On fait un 1er rang avec les 2 combinaiſons 24 & 14 miſes alternativement; un ſecond rang avec la 22 & la 16me auſſi alternées; un 3me rang avec les 2 combinaiſons du premier, mais en mettant la 14me avant la 24me; & enfin le 4me rang, comme le ſecond, en renverſant l'ordre & en mettant la 16me avant la 22me.

Le ſixiéme Deſſein marqué *F*
Se fait en mettant alternativement au 1er rang la 24me combinaiſon repetée de ſuite, & au ſecond rang la 16me repetée de même.

## CONSTRUCTION DES SIX *Deſſeins de la ſeconde Planche.*

LE premier Deſſein marqué *G*
Se fait avec la 42me combinaiſon repetée de ſuite dans le premier rang, & avec la 10me repetée de même dans le ſecond : Le 3me rang ſe fait comme le ſecond; le 4me & le 5me rang, comme le premier.

Le ſecond Deſſein marqué *H*

Eſt fait avec les trois combinaiſons 28, 26 & 50 miſes de ſuite dans le premier rang; puis avec les 26, 50 & 28 miſes de même dans le ſecond, & enfin avec les 50, 28 & 26 de ſuite dans le troiſiéme rang.

Le troiſiéme Deſſein marqué *I*

Se conſtruit avec les 2 combinaiſons 10 & 12 miſes de ſuite dans le premier rang, & avec les 12 & 10 miſes auſſi de ſuite dans le ſecond & troiſiéme rang.

Le quatriéme Deſſein marqué *L*

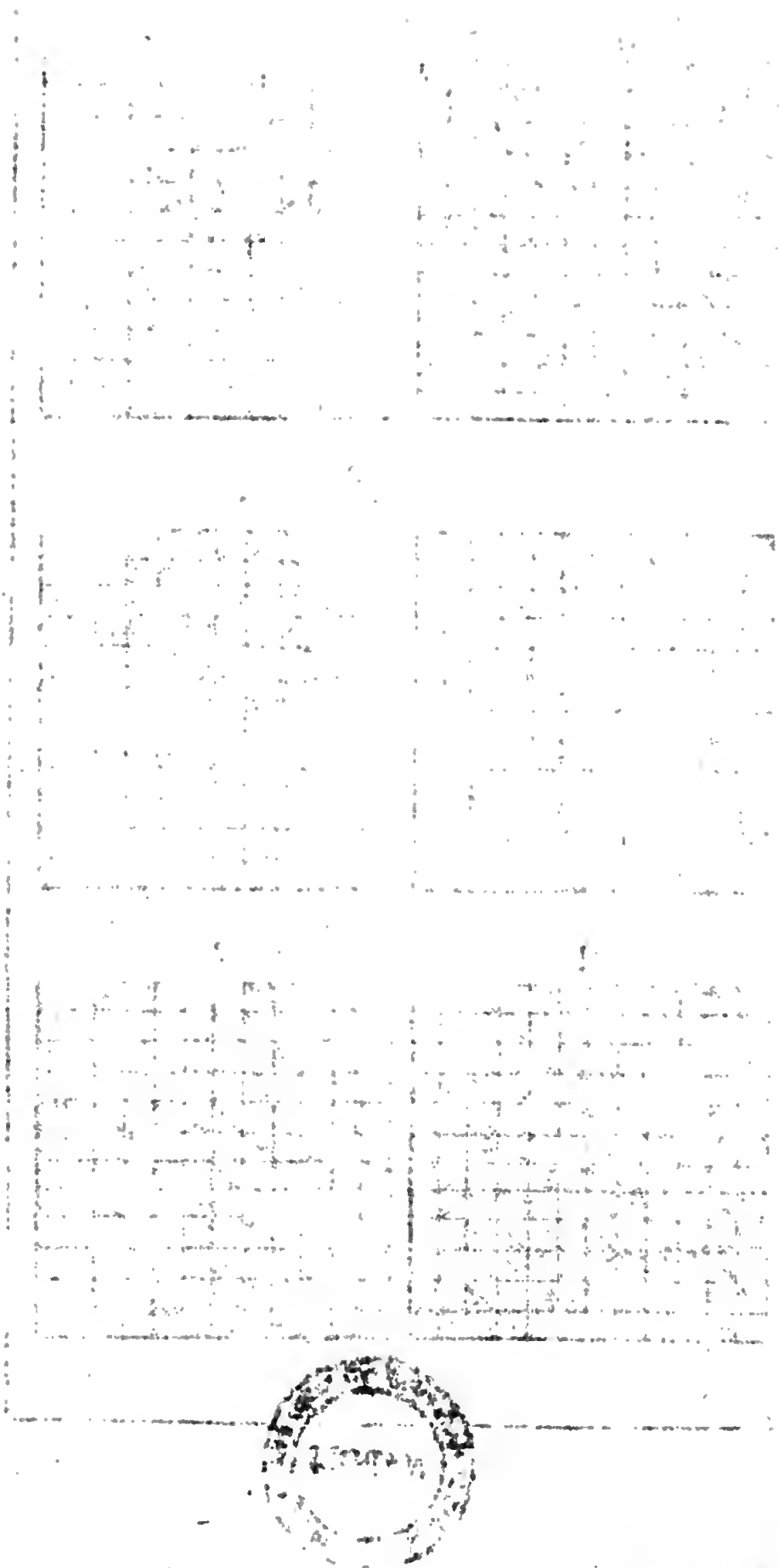
Se forme avec la 14$^{me}$ combinaiſon repetée de ſuite dans le premier rang, & avec les 2 combinaiſons 40$^{e}$ & 8$^{e}$ miſes de ſuite dans le ſecond; puis avec les 38$^{e}$ & 6$^{e}$ miſes auſſi de ſuite dans le troiſiéme; & enfin avec la 22$^{e}$ repetée de ſuite dans le quatriéme rang.

Le cinquiéme Deſſein marqué *M*

Eſt fait avec la combinaiſon 24$^{e}$ repetée de ſuite dans le premier rang, & avec la 22$^{e}$ repetée de même dans le ſecond.

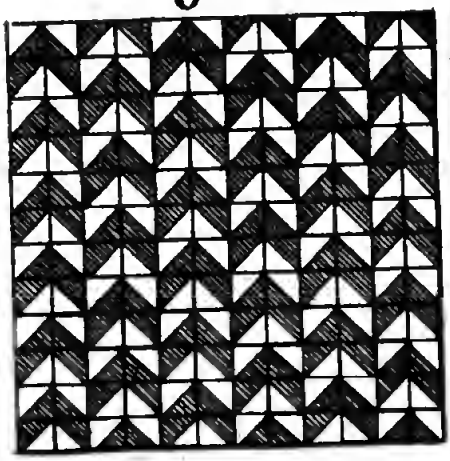
Le ſixiéme Deſſein marqué *N*

Se fait avec les combinaiſons 6$^{e}$ & 38$^{e}$ miſes enſemble & de ſuite dans le premier rang, avec la 40$^{e}$ & la 8$^{e}$ miſes de même dans le ſecond, avec la 38$^{e}$ & la 6$^{e}$ rangées de même dans le troiſiéme, & enfin avec la 8$^{e}$ & la 40$^{e}$ dans le quatriéme rang.

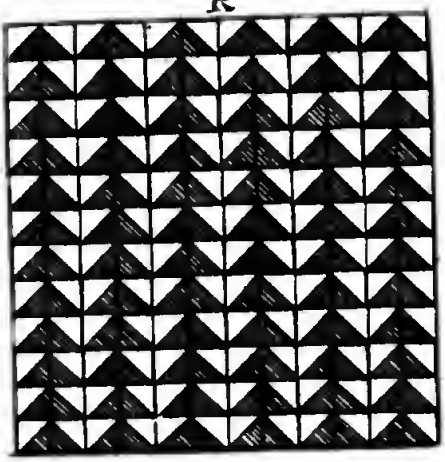


# Troisieme Planche.

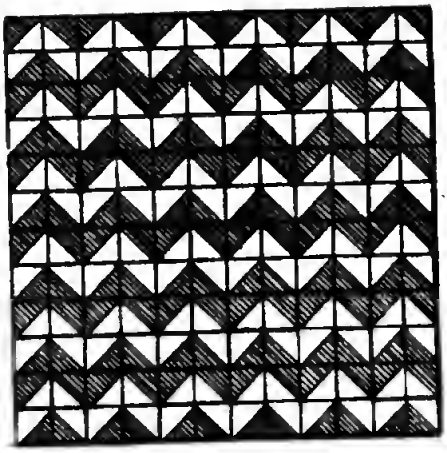
O



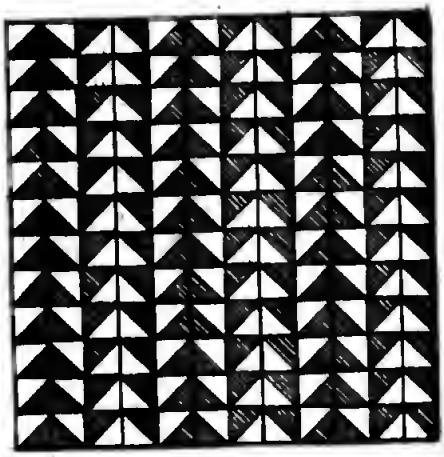
R



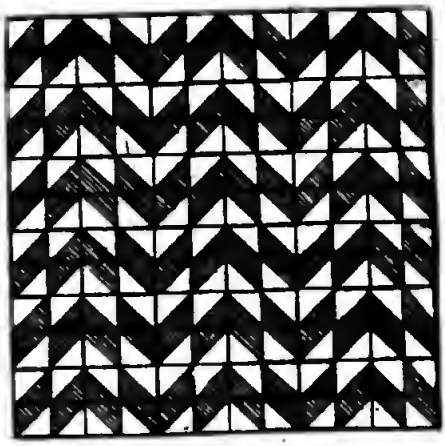
P



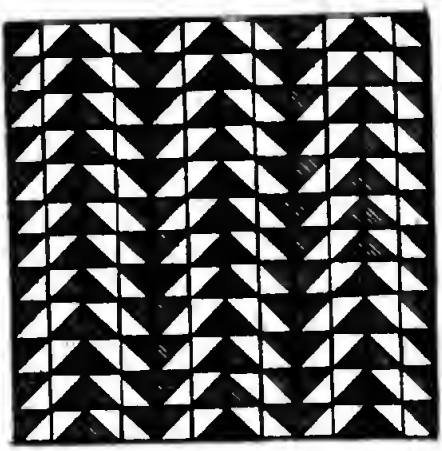
S



Q



T



NAPOLI

# CONSTRUCTION DES SIX

## *Deſſeins de la troiſiéme Planche.*

LE premier Deſſein marqué *O*
Se fait avec les deux combinaiſons 14^e & 24^e miſes enſemble & répetées de ſuite dans le premier rang, & avec les mêmes dans un ordre renverſé dans le ſecond, c'eſt-à-dire en commençant par la 24^e.

Le ſecond Deſſein marqué *P*
Eſt fait avec la 24^e combinaiſon repetée de ſuite dans le premier rang, & avec la 14^e repetée de même dans le ſecond.

Le troiſiéme Deſſein marqué *Q*
Se forme avec la 50^e & la 2^e miſes enſemble & repetées de ſuite dans le premier rang, & avec la 18^e & la 34^e miſes de même dans le ſecond.

Le quatriéme Deſſein marqué *R*
Se fait avec la 14^e combinaiſon repetée de ſuite en chaque rang.

Le cinquiéme Deſſein marqué *S*
Eſt fait avec la 14^e & la 24^e miſes enſemble & repetées de ſuite dans chaque rang.

Le ſixiéme Deſſein marqué *T*
Se fait avec la 28^e & la 12^e miſes enſemble & repetées de ſuite: tous les rangs ſe font de la même maniere.

# CONSTRUCTION DES SIX

## *Deſſeins de la quatriéme Planche.*

LE premier Deſſein marqué *V*
Eſt compoſé avec les combinaiſons 10, 14, 10 & 6e miſes & repetées de ſuite au 1er rang, puis avec les 16, 12, 8 & 12e repetées de même au ſecond, enſuite avec les 14, 10, 6, 10e, rangées de même au 3e; avec les 12, 8, 12 & 16e dans le 4e; avec les 10, 6, 10 & 14e dans le 5e; avec les 8, 12, 16 & 8e dans le 6; avec les 6, 10, 14 & 10e dans le 7; & enfin avec les 12, 16, 12 & 8e pour le 8e rang.

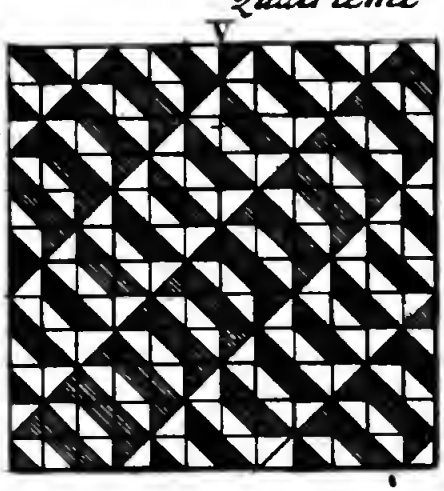
Le ſecond Deſſein marqué *U*
Se forme en faiſant un 1er rang avec les 2 combinaiſons 28 & 12e miſes de ſuite, un ſecond avec la 14e & la 22e auſſi de ſuite, un 3e avec la 12 & 28e, & un 4e enfin avec la 22e & la 14e.

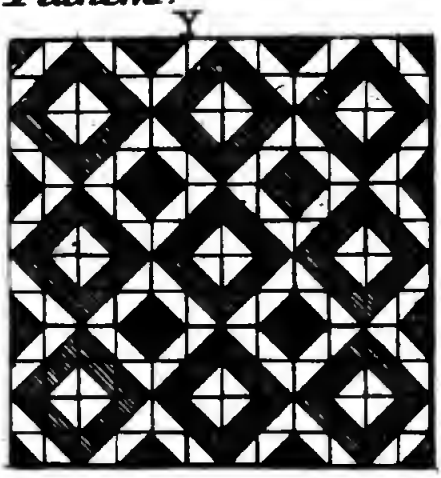
Le troiſiéme Deſſein marqué *X*
Se fait avec les combinaiſons 10, 14 & 12e repetées de ſuite dans le 1er rang; avec les 22, 34 & 2e de ſuite dans le ſecond; avec les 14, 12 & 10e dans le 3e; avec les 34, 2 & 22e dans le 4e; avec les 12, 10 & 14e pour le 5e; & enfin avec les 2, 22 & 34e pour le 6e rang.

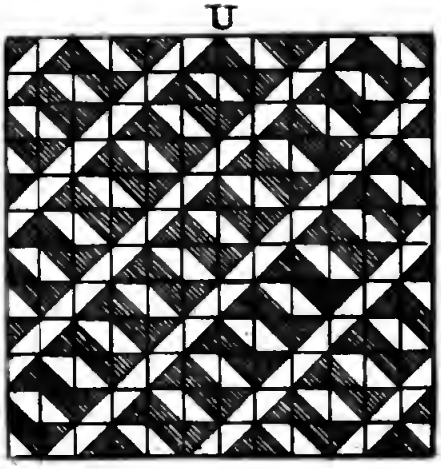
Le quatriéme Deſſein marqué *Y*
Eſt fait avec les 2 combinaiſons 28 & 12e miſes & repetées de ſuite dans le 1er rang; avec les 26 & 10e de même dans le ſecond; avec les 10 & 26e dans le 3e; & enfin avec les 12 & 28e miſes & repetées de même dans le 4e rang.

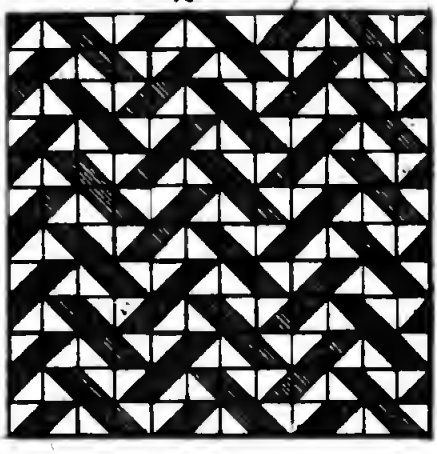
Le

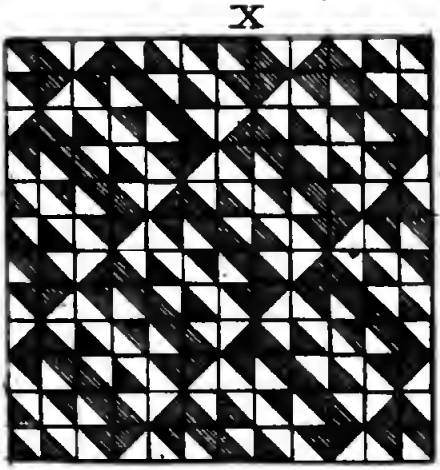
## Quatrieme Planche.

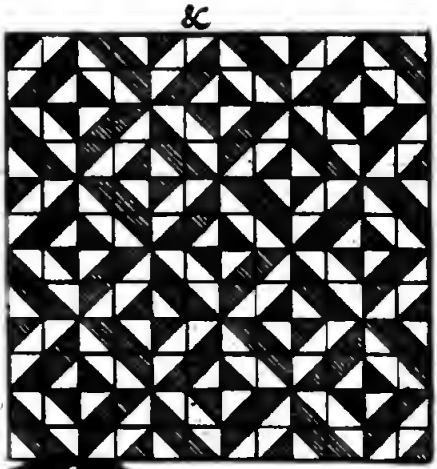


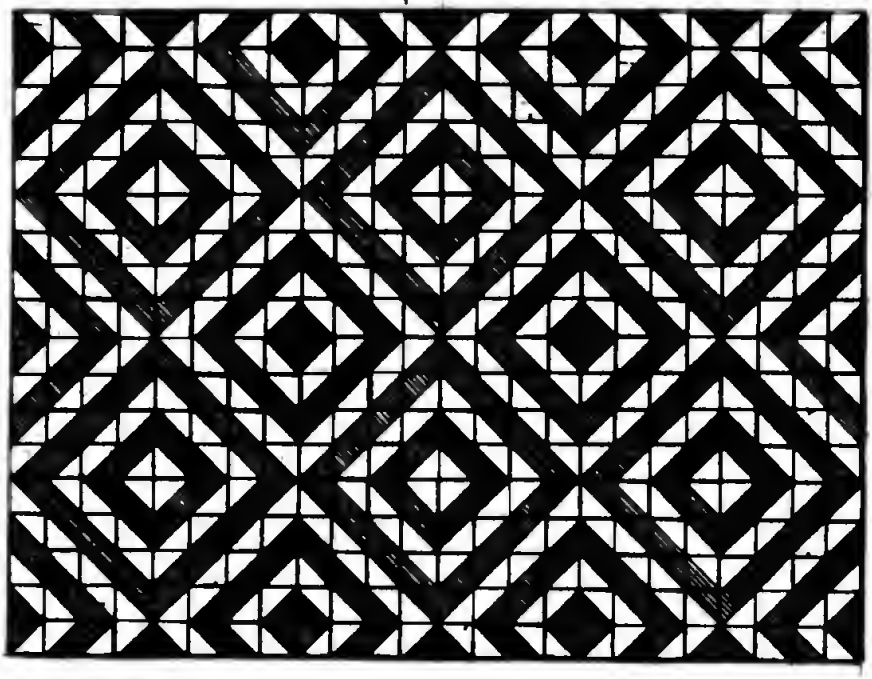



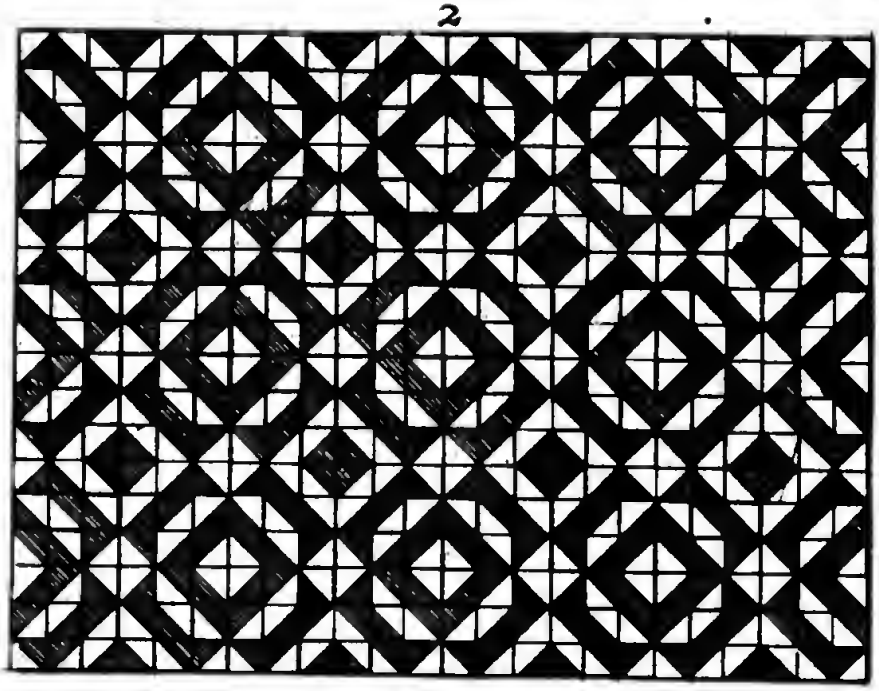

NAPOLI

# Cinquieme Planche.

1



2



NAPOLI

Le cinquiéme Deſſein marqué *Z*
Se fait avec les deux combinaiſons 24 & 16e miſes enſemble & repetées de ſuite dans le 1er rang, puis avec les 26 & 10e miſes de même dans le ſecond rang.

Le ſixiéme Deſſein marqué &
Se forme avec les 2 combinaiſons 28 & 10e miſes enſemble & repetées ainſi dans le 1er rang; avec les 26 & 12e dans le ſecond; avec les 12 & 26e dans le 3e; & enfin avec les 10 & 28e rangées de même dans le 4e rang.

## CONSTRUCTION DES DEUX

### *Deſſeins de la cinquiéme Planche.*

LE premier Deſſein marqué 1
Eſt conſtruit de cette maniere. On forme le premier rang avec la 12e combinaiſon repetée deux fois de ſuite & avec la 28e repetée de même, & ainſi en continuant alternativement pour le 1er rang: le ſecond ſe fait avec les 2 combinaiſons 28 & 12e repetées chacune deux fois de ſuite en continuant alternativement: le 3e ſe fait avec la 26 & la 10e repetée chacune deux fois de ſuite: le 4e ſe fait comme le ſecond rang: le 5e eſt formé comme le 3e: le ſixiéme avec la 10 & 26e repetées 2 fois chacune, comme nous avons dit: le 7e avec la 12 & la 28 repetées chacune deux fois de ſuite: le 8e ſe forme de la même maniere que le 6e rang.

Le ſecond Deſſein marqué 2
Se forme en mettant au premier rang une fois la 14e combinaiſon, & une fois la 22e, puis 2

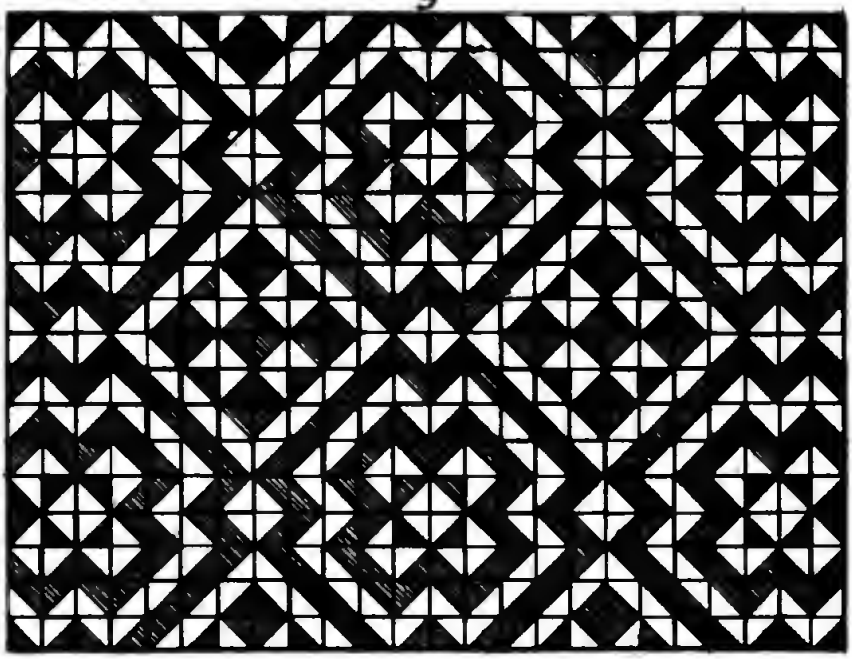
fois de ſuite la 14e; & ainſi de ſuite: le ſecond rang ſe fait avec les 3 combinaiſons 12, 16 & 28e miſes de ſuite & repetées dans le même ordre: le 3e rang ſe fait avec les 3 combinaiſons 10, 24 & 26e miſes & repetées de même: le 4e rang avec les 3 combinaiſons 26, 16 & 10e de ſuite & repetées comme aux autres rangs: le 5e avec les 3 combinaiſons 28, 24 & 12e miſes de même: le 6e rang ſe fait en mettant d'abord la 22 & la 14e chacune une fois, puis 2 fois de ſuite la 22, & en continuant de la même maniere on acheve tout le Deſſein.

## CONSTRUCTION DES DEUX *Deſſeins de la ſixiéme Planche.*

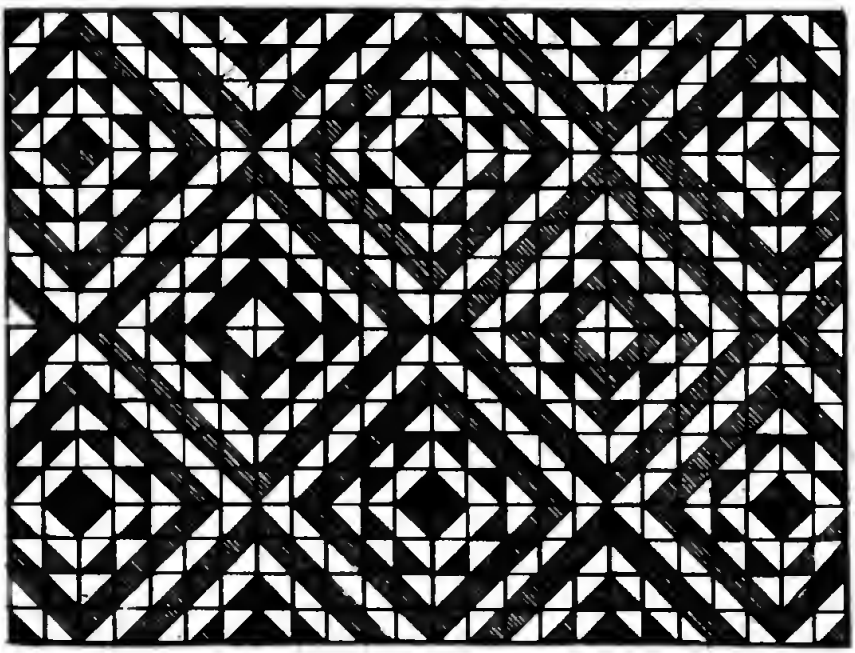
LE premier deſſein marqué 3
Se forme en mettant dans le premier rang la 24e combinaiſon deux fois de ſuite, puis la 12e, la 14e & la 28e chacune une fois de ſuite: le ſecond rang avec la 14e miſe deux fois; puis la 10e, la 22e & la 26e chacune une fois: le 3e rang eſt fait en mettant 2 fois la 24e, puis la 12, la 16 & la 28e une fois chacune: le 4e rang en mettant la 8, la 40, la 28, la 24 & la 12e chacune une fois: le 5e ſe forme avec la 6, la 38, la 12, la 16 & la 28e miſes de ſuite chacune une fois: le 6e ſe fait avec la 16e miſe 2 fois, la 28, la 24 & la 12e chacune une fois: le 7e rang avec la 22e repetée 2 fois, puis la 26, la 14 & la 10e chacune une fois: le 8e ſe fait avec la 16e miſe 2 fois, puis la 28, la 22 & la 12e chacune une fois: le 9e en mettant la 22e deux fois, & la 14e 3 fois de ſuite: enfin le 10e rang ſe

# Sixieme Planche.

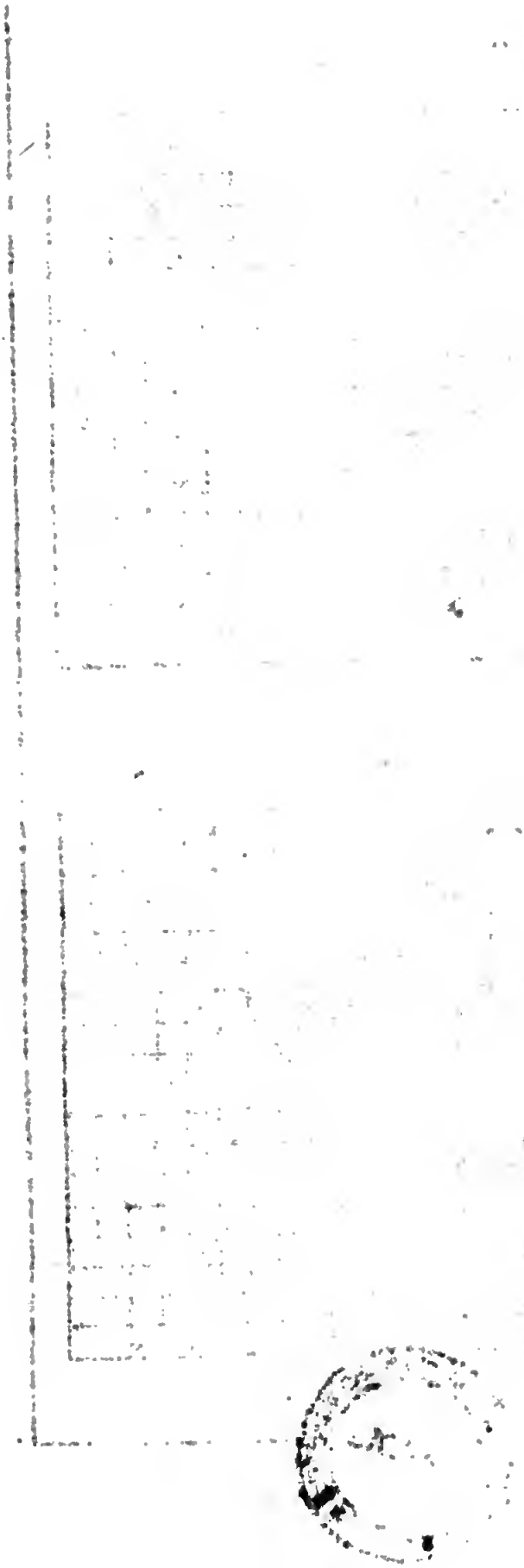
3



4

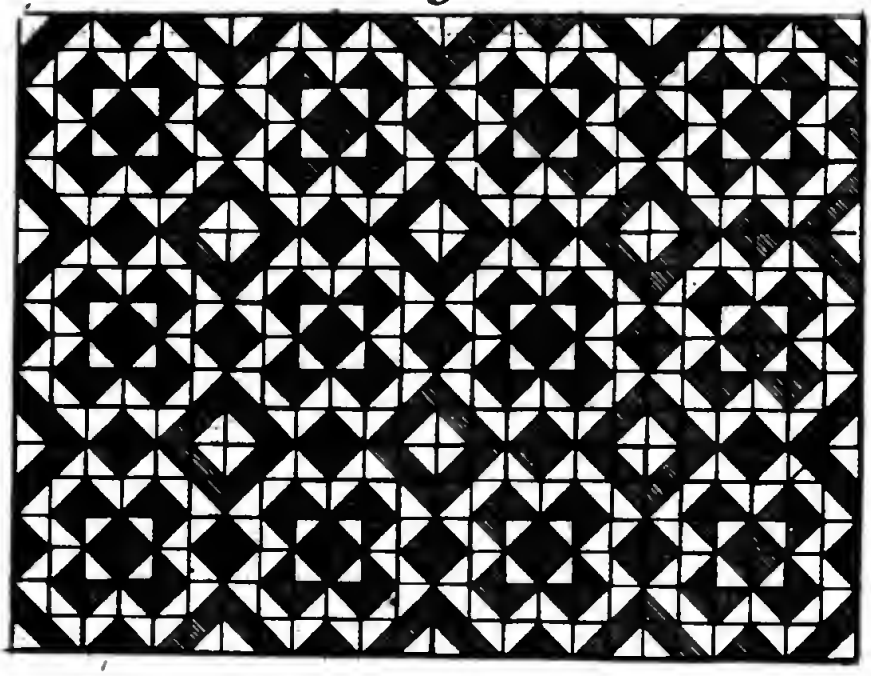


NAPOLI

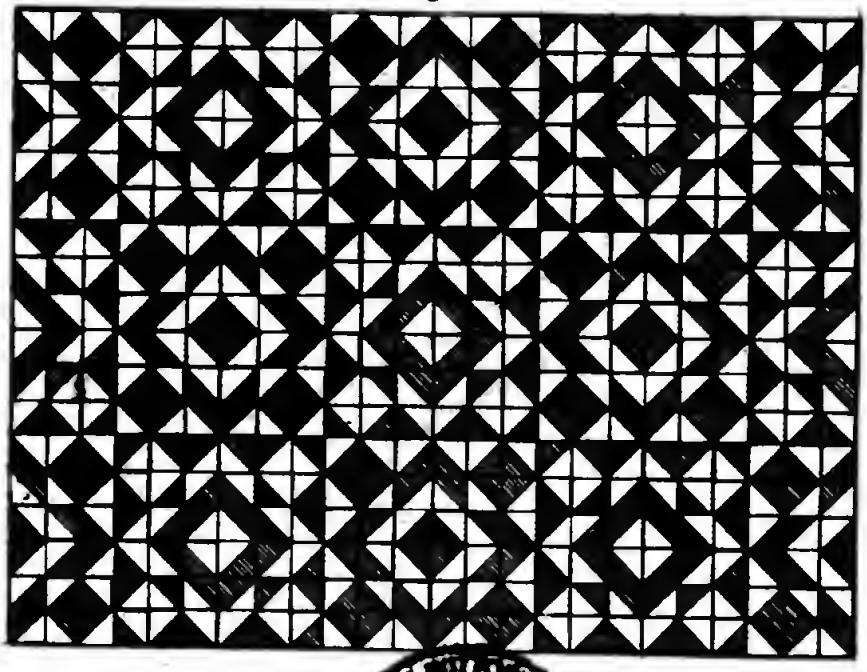


## Septieme Planche.

5



6



BIBLIOTECA NAPOLI

ſe forme avec la 14e miſe 2 fois, & avec la 22e miſe 3 fois de ſuite.

Le ſecond Deſſein marqué 4
Se range ainſi. Mettez une fois la 28e combinaiſon, puis 2 fois la 12e, une fois la 22e, & enfin une fois la 28e, & ainſi de ſuite pour le premier rang: le ſecond ſe fait avec la 26e une fois, la 10e 2 fois, la 22e & la 26e chacune une fois: le 3e rang, avec la 18, la 34, la 12, la 16 & la 28e chacune une fois: le 4e, avec la 28, la 12, la 10, la 22 & la 26e chacune une fois: le 5e, avec la 12, la 28, la 26, la 14 & la 10e une fois chacune: le 6e, avec la 2, la 50, la 28, la 24 & la 12e miſes une fois chacune: le 7e, avec la 10 une fois, la 26e 2 fois, la 14 & la 10e une fois chacune: le 8e, avec la 12e une fois, la 28e deux fois, la 14 & la 12e une fois chacune: le 9e, avec la 10, la 26, la 50, la 24 & la 2e une fois chacune: enfin le 10e rang ſe fait avec les 26, 10, 34, 16 & 18mes combinaiſons miſes chacune une fois.

## CONSTRUCTION DES DEUX *Deſſeins de la ſeptiéme Planche.*

LE premier Deſſein marqué 5
Eſt formé avec la 26e combinaiſon, la 22 & la 10e miſes de ſuite chacune une fois dans le 1er rang; avec la 28, la 16 & la 12e miſes une fois chacune dans le ſecond; avec la 12, la 14 & la 28e miſes de même dans le 3e; enſuite avec la 28, la 22 & la 12e dans le 4e; avec la 12, la 24 & la 28e de ſuite dans le 5e; & enfin avec la 10, la 14 & la 26e auſſi de ſuite & chacune une fois dans le 6e rang.

Le

Le ſecond Deſſein marqué 6

Se fait avec la 16 & la 8e chacune une fois, puis la 22e deux fois, enſuite la 40e & la 16e chacune une fois pour le premier rang: le ſecond ſe forme avec la 34e, la 6e, la 50e, la 2e, la 38 & la 18e chacune une fois: le 3e ſe fait avec la 12, la 8, la 26, la 10, la 40 & la 28e miſes de ſuite une fois chacune: le 4e, par la 28, la 6, la 10, la 26, la 38 & la 12e une fois chacune: le 5e eſt fait par la 50, la 8, la 34, la 18, la 40 & la 2e miſes chacune une fois de ſuite: le 6e rang, avec la 24 & la 32e chacune une fois, puis la 14e deux fois de ſuite, la 28 & la 24e chacune une fois: le 7e, avec la 22 & la 40e chacune une fois, puis deux fois de ſuite la 16e, & une fois chacune la 8 & la 22e: le 8e ſe fait par la 2, la 38, la 18, la 34, la 6 & la 50e miſes une fois chacune: le 9e, avec la 10, la 40, la 28, la 12, la 8 & la 26e miſes de ſuite: le 10e, par la 26, la 38, la 12, la 28, la 6 & la 10 miſes auſſi de ſuite: le 11e, avec la 18, la 40, la 2, la 50, la 8 & la 34e chacune une fois de ſuite: enfin le 12e rang eſt fait par la 14 & la 38e chacune une fois, la 24 deux fois de ſuite, la 6 & la 14e chacune une fois.

*Fin des Memoires de l'année* 1704.

CA-

# CATALOGUE
## DES
# LIVRES,
## Qui ont été imprimez en 1704. & qui se trouvent à Amsterdam chez GERARD KUYPER à un prix raisonnable.

### A.

ALmeloveen (Theod. Jans. ab) *Inventa Nov. Antiqua, id est, enarratio ortus & progressus Artis Medicæ.* in 8.
*Arnauld* (Ant.) la Perpetuité de la Foi de l'Eglise Catholique touchant l'Eucharistie, contre M. *Claude.* N. Ed. 4 voll. *in* 4.
Arrianus, *de Expeditione Alexandri M. & Historia Indica. Interprete* Vulcanio, *cum Notis* Jac. Gronovii. *Gr. Lat.* in Fol.
Avis aux Catholiques des Prov. Unies sur le Decret de l'Inquisition de Rome contre l'Archevêque de Sebaste. *in* 12.
——— impartial dans l'affaire des biens de la succession du Prince d'Orange. *in* 8.
S. Aurelius Victor, *cum Notis* Christ. Junckheri. *in* 8.
*Gl'Auvenimenti di Telemaco, tradotti dal Francese.* in 8.

### B.

BAglivii (Georg.) *Opera omnia Medico-Practica & Anatomica.* in 4.
*Bayle*, Pensées diverses à l'occasion de la Comete de 1680. IV Ed. 2 voll. *in* 12.
——— Continuation des Pensées. 2 voll. *in* 12.
La S. Bible traduite en François par Mrs. de *Port Royal*, avec le Latin de la Vulgate à côté, & des Notes; La concorde des quatre Evangelistes en Latin & en François. N. Ed. enrichie de Cartes Geographiques & de Figures, &c. 3 voll. *in Fol.*
Bidloo (G.) *Exercitationum Anatomico-Chirurgicarum decas.* in 8.
*Bosman* (Guill.) Voyage de Guinée. *in* 12.
*Bossuet*, Evêque de Meaux, Discours sur l'Histoire Universelle. N. Ed. où l'on a joint la Continuation de cette Histoire jusqu'à present par M. *de la Barre.* 2 voll. *in* 12.
*Brazi* (Pierre) Reflexions sur l'Humilité Chrétienne. *in* 8.

C.

## C.

CArpzovii (Bened.) *Deciſiones Forenſes ad Conſtitutiones Elect. Saxon.* Ed. N. *in* Fol.
——— *Opus Deciſionum Illuſt. Saxonicarum.* in Fol.
Cellarius, (Chriſtoph.) *Latinitatis probata Liber Memorialis.* Ed. V. *cum Indice Germanico.* in 8.
——— *Lactantii Opera, cum Notis.* in 8.
——— *Corn. Nepos.* in 12.
——— *Q. Curtius Rufus.* in 12.
——— *Plinii Epiſtolæ & Panegyricus.* in 12.
——— *Silius Italicus de Bello punico.* in 12.
——— *Programmata & Orationes varii argumenti.* in 8.
*Cervantes* (Michel,) Nouvelles, *in* 12.
*Clarendon* (Edward Comte de) Hiſtoire de la Rebellion & des Guerres civiles d'Angleterre depuis 1641. juſqu'au rétabliſſement de Charles II. 2 voll. *in* 12.
Jo. Clerici *Opera Philoſophica.* III. Ed. 2 voll. *in* 12.
Conciliation de Moyſe avec S. Etienne & avec lui-même. *in* 8.
Conſeils de la Sageſſe. N. Ed. *in* 8. & *in* 12.
*Cotel* (Guill.) Entretien ſur les divers ſentimens des Egliſes de l'Europe au ſujet de l'Euchariſtie. *in* 4.
*Coutures* (le Baron des) Morale univerſelle, contenant les Eloges de la Morale, de l'Homme, de la Femme, & du Mariage. *in* 12.
Crenius (Th). *Analecta Philologico-Critico-Hiſtorica, continentia ſcripta varia* M. Caſauboni &c. *in* 8.
——— *de Libris Scriptorum optimis & utiliſſimis exercitatio.* in 8.
Croeſe (Ger.) Ὅμηρος Ἕλλην, *ſive Hiſtoria Hebraorum ab Homero conſcripta.* in 8.
Crügeri (Jo.) *Caſus Medicus de Morbo Litteratorum.* in 4.

## D.

DAncourt, les 3 Gaſcons, les Vacances, le Port de Mer, la Matrone d'Epheſe, Comedies. *in* 12.
Défenſe de tous les Theologiens & en particulier des Diſciples de S. Auguſtin contre l'Ordonnance de l'Evêque de Chartres. *in* 12.
Deſcription de la Livonie, avec une Relation de l'Origine, du Progrès & de la Decadence de l'Ordre Teutonique. *in* 12.
——— de l'Iſle Formoſa en Aſie. *in* 12.
Dictionaire du Voyageur, François-Alleman-Latin, & Alle-

Allemand-François-Latin. *in* 8.

Dionyſii Halicarnaſſenſis *Opera omnia, ex recenſione* H. Dodwelli, *&* J. Hudſoni, 2 *voll.* in Fol. Oxon.

Douzæ (Jani, Filii) *Poëmata, edente* G. Rabo. *in* 8.

E.

ENtretien des Voyageurs ſur la Mer. *in* 12.

Etat des Royaumes de Barbarie, Tripoli, Tunis & Alger. *in* 12.

Euclides, *ex recenſione* D. Gregorii. *in* Fol. *Oxon.*

Evremond (Saint) Oeuvres Poſthumes; & Diſſertation ſur ſes Oeuvres. 2 voll. *in* 8.

Toutes ſes Oeuvres ont été publiées par Mrs. *Sylveſtre* & *Des Maizeaux*, en 1706. à Londres, en 2 voll. *in* 4, & à Amſterdam en 5 voll. *in* 12. auxquelles Mr. *Des Maizeaux* a joint 2 autres voll. *in* 12. intitulé *Mélange curieux des Meilleures Pieces attribuées à Mr. de S. Evremond, & de quelques Pieces rares ou nouvelles.*

F.

FAbricii (Jo.) *Conſiderationes variarum Controverſiarum, cum Atheis, Gentilibus, Judais, Mahummedanis, Socinianis, Anabaptiſtis, Pontificiis, & Reformatis in veritate & caritate inſtituta.* in 4.

——— *Amœnitates Theologica varii & ſelecti argumenti.* in 4.

*Fontaine* (de la) N. Ed. de ſes Fables. *in* 8.

Forbeſii (Guil.) *Conſiderationes modeſtæ & pacificæ de Juſtificatione, Purgatorio* &c. *in* 8.

Formulaire de Prieres du Roi Guillaume III. lorſqu'il participoit au Sacrement de la Cene. *in* 12.

*Francii* (Pet.) *Orationes. Ed. II. magna parte auctior.* in 8.

G.

GAlenus *Abrahamz*, Apologie des Anabaptiſtes, avec un Abregé de leur Doctrine. Traduite du Flamand. *in* 8.

*Garcillaſſo de la Vega*, Hiſtoire des Yncas Rois du Perou, avec une deſcription exacte du Royaume, des Plantes, animaux, fruits, mineraux, &c. 2 voll. *in* 12.

——— Hiſtoire des Guerres civiles des Eſpagnols dans les Indes. 2 voll. *in* 12. *imprimée en* 1706.

*Geographiæ Veteris Scriptores Graci minores cum Interpretatione Latina, Diſſertationibus ac Annotationibus.* 2 voll. *in* 8. *Oxon.*

Gold-

Goldneri (Georg. Lud.) *Dissertationes Scholastica selecta variis generis & argumenti.* in 8.

Gronovii (Jac.) *Oratio de Immigratione Batavorum in hanc Insulam.* in 4.

Gulielminus (Dominic.) *de sanguinis natura & Constitutione*, &c. *in* 8.

Gutberlethi (Tob.) *Opuscula de Saliis Martis Sacerdotibus apud Rom. de Mysteriis Deorum Cabirorum.* in 8.

——— *Grammatica Philosophica* Scioppii *cum Annotationibus.* in 8.

H.

HArt (Herm. von der) *Concilium Constantiense ex Mss. erutum.* 6 voll. *in* Fol.

*Hennepin*, (le P. Louïs) Nouveaux Voyages, avec ceux du Sieur *de la Borde.* in 12.

Histoire de la Rep. des Provinces Unies des Pays-Bas, depuis son établissement jusques à la mort de Roi Guillaume III. 4 voll. *in* 12.

——— Anecdote de la Cour de Rome. *in* 8.

——— politique & amoureuse du Cardinal Portocarrero. *in* 12.

*Hullin*, Discours Chrétien contre les Impies, & la Chymie, en vers. *in* 8.

I.

JOsephi (Flavii) *Antiquitates & Bellum Judaïcum ex recensione* Edwardi Bernardi.. *in Fol.* Oxon.

*Jurieu* (P.) Histoire Critique des Dogmes & des Cultes bons & mauvais, qui ont paru dans l'Eglise depuis Adam jusqu'à J. C. *in* 4.

L.

LAngii (Christ. Jo.) *Opera omnia Medica Theoretico-practica, curante* Rivino. 3 voll. *in* Fol.

Leidecker (Melchior) *de Republica Hebræorum.* in Fol.

*Leti* (Greg.) Histoire de la Vie de Sixte V. traduite de l'Italien. *in* 12.

Lettre d'un Gentilhomme Polonois sur l'Etat présent de la Pologne. *in* 12.

——— seconde sur le même sujet. *in* 12.

——— Troisiéme, *in* 12.

——— Quatriéme. *in* 12.

50 Lettres d'Exhortation & de Consolation sur les souffrances

ces de ces derniers temps. Tom. III. *in* 12.
Loeberi (Chriſtoph. Heinr.) *Promptuarium ſacrum ſive Explicator Evangelicus.* in 4.
*Lucas* (Paul) Voyage au Levant. *in* 12.
*Ludwig* (Jo. Petr.) *de Jure Adlegandi Ordinum S. R. I.* in 4.
Lycophron, *cum Commentario Græco Jo. Tzetzæ, & var. Lect. verſion. adnotat. & Indic.* Jo. Potteri. *in Fol.* Oxonii.
Lyncker (Nic. Chriſt.) *de Jure Habitationis Commentatio.* in 8.

M.

MAchiavelli (Nic.) *Princeps, cum Commentario* Caſp. Langenhert. *in* 8.
Mangeti (Jo. Jac.) *Bibliotheca Pharmaceutico-Medica.* 2 voll. *in* Fol.
*Maundrell* (Henri) Voyage d'Alep. Traduit de l'Anglois. *in* 12.
*Melvil* (le Chev.) ſes Memoires. *in* 12.
Memoires de la Cour de Vienne. *in* 12.
*Memorie del General Principe di Montecucoli.* 2 voll. *in* 12.
*Milleran* (René) Lettres familieres & galantes, ſur toute ſorte de ſujets. *in* 12.
*Moliere*, Nouv. Ed. de ſes Oeuvres. 4 voll. *in* 12.
Monzambano (Sever. de) *de ſtatu Imperii Germanici, cum Scholiis* Chriſt. Thomaſii. *in* 8.
Moor (Barth. de) *Pathologia cerebri delineatio practica, in qua Morborum ſoporoſorum diſtinctio & ſpaſmorum diſtributio traditur.* in 4.
Mort édifiante ou Recit des dernieres Heures de Mad. ** *in* 12.

N.

NEu (Jo. Chr.) *Acceſſiones ad Degor. Wheari Prælectiones Hyemales.* in 8.
Noodt (Ger.) *Diocletianus & Maximianus de tranſactione & pactione criminum.*

O.

ORaiſon funebre de la Princeſſe Monarchie univerſelle, prononcée à Verſailles. *in* 12.
Orobio (Iſac.) *Certamen Philoſophicum propugnata Veritatis Divinæ ac Naturalis adverſus Spinoſæ Principia.* in 12.
*Oſtervald*, Paſteur de Neufchatel, Catechiſme ou Inſtruction dans la Religion Chrétienne. *in* 8. *La II. Ed. a paru en* 1707.

P.

P.

PAcati (Venantii) *Solitudo ſeu querela de tempore.* in 8.
Pagenſtecheri (A. A.) *de Jure Filiorum Progymnaſma Juridicum*, in 12.
——— *Diſputationes Teſtamentariæ ad ſeriem Pandectarum inſtituta. in* 12.
——— *de Jure Ventris, Liber ſingularis.* in 12.
Palmerii (Jac.) *pro Lucano Apologia &c.* in 8.
*Pardies* (le P.) Elemens de Géometrie. N. Ed. *in* 12.
Paulini (Chr. Fr.) *de Candore Liber ſingularis.* in 8.
*Pepliers* (des) Grammaire Françoiſe & Allemande. *in* 12.
*Perger*, Grammaire Françoiſe & Allemande. *in* 12.
Pfeifferi (Auguſtini) *Opera omnia Philologica. 2 voll.* in 4.
Poiret (P.) *Oeconomia divina. 2 voll.* in 4.
*Pufendorfii* (Sam.) *de Jure Naturæ & Gentium, Ed. nova.* in 4. Ce Traité *du Droit de la Nature & des Gens* a été traduit en François par Mr. *Barbeyrac* & publié en 1706 en 2 voll. in 4. avec des Notes du Traducteur où il ſupplée, explique, défend & critique les penſées de l'Auteur: & une Préface qui ſert d'Introduction à tout l'Ouvrage. Le même Mr. *Barbeyrac* a traduit l'Abregé de cet Ouvrage, intitulé *les Devoirs de l'Homme & du Citoyen*, avec des Notes. Il a paru in 8 en 1707.

R.

RAben (Pauli) *Curſus Philoſophicus.* in 8.
Recueil des Voyages de la Compagnie des Indes Orientales, formez dans les Provinces Unies. T. II. *in* 12. Le VII. Tome a paru en 1707.
——— des Hiſtoires Galantes, 12.
——— des Chanſons ſur les Victoires des Alliez, *in* 12.
Reineccii (Chriſt.) *Janua Hebræa Linguæ V. T.* in 8.
Relation des Procedures des Seigneurs aſſemblez en Parlement, au ſujet du Bil qui a pour titre: *Acte pour prévenir la Conformité occaſionnelle*; imprimée par ordre des Seigneurs & traduite de l'Anglois. *in* 8.
Religion des Dames. Diſcours ou l'on montre que la Religion Chrétienne eſt & doit être à la portée des plus ſimples, des Femmes & des gens ſans Lettres. Traduit de l'Anglois. *in* 12.
Rhenferdii (Jac.) *Periculum Palmyrenum, ſive Litteraturæ veteris Palmyrenæ indagandæ ratio.* in 4.
*Ricard* (Sam.) Traité général du commerce. II. Ed. in 4.
*Richard* (l'Abbé) Vie du P. Joſeph. *in* 12.
*Robbe*, ſa Géographie. 5 Edit. 2 voll. *in* 12.
*Roell* (Herm. Alex.) *Oratio de Theologia.* in 4.

Ruyſchii

Ruyſchii (Fred.) *Theſaurus Anatomicus quartus cum Figuris aneis, Lat. & Belg.* in 4.

——— *Theſaurus Anat. quintus.* in 4.

S.

*Sacy*, Lettres de Pline le Jeune, traduites en François. 2 voll. *in* 12.

Sancto Paulo (Carol. à) *Geographia ſacra, cum Notis* L. Holſtenii. *in Fol.*

Sanſon (Nic.) *Geographia Sacra, ex V. & N. T. deſumpta, cum Notis* Jo. Clerici. *in Fol.*

*Sanſou* (P. A.) Hiſtoire de Guillaume III. Roi de la Grand' Bretagne. Tome III. *in* 12.

San-Crucii (Joh.) *Dialectica ad mentem Jo. Scoti. in* 8.

Santvoort (Theod.) *Diſſertatio de cauſa Motus & principiis ſolidorum Corporum.* in 4.

Schambogen (Jo. Chr.) *Prælectiones in Inſtitutiones Juris.* in 4.

Scherzeri (Jo. Ad.) *Collegium Anti-Calvinianum.* in 4.

Schuppii (Jo. Balth.) *Diſſertatio de Opinione. Ed. II.* in 12.

Schurzfleiſchii (Henr. Leon.) *Annus Romanorum Julianus, Commentario illuſtratus, &c.* in 4.

Le Secretaire des Demoiſelles. *in* 12.

Les Sevennois Secourus, ou l'Europe Eſclave. Traduit de l'Anglois. *in* 12.

Soûpirs d'une Ame fidele qui deſire ardemment ſon Sauveur. Traduite de l'Anglois. *in* 12.

Stockii (Chriſt.) *Interpres Græcus, Linguæ hujus idiotiſmos perſpicuè tradens.* in 8.

Struvii (Burc. Gothelfii) *Bibliotheca Philoſophica.* in 8.

——— *Introductio ad notitiam Rei litterariæ, & uſum Bibliothecarum, cum Diſſert. de tribus Impoſtoribus.* in 8.

Sturmii (Jo.) *Linguæ Latinæ reſolvendæ ratio.* in 8.

*Superville*, Sermons ſur divers Textes. Tom. III. *in* 8.

T.

*Taubmaniana.* in 12.

Le grand Theatre Hiſtorique, ou Nouvelle Hiſtoire Univerſelle, tant ſacrée que profane depuis la Création du Monde, juſqu'au commencement du XVII. Siecle. 5 voll. *in Fol.*

*Theſaurus Antiquitatum & Hiſtoriarum Italiæ, collectus à* Jo. Georg. Grævio. 6 *voll.* in Fol.

Til (Sal. van) *Theologiæ compendium.* in 4.

V.

Vaillant (Jo.) *Nummi Antiqui Familiarum Romanarum.* in Fol.

*Vargas*

*Vargas* (Franc.) P. de Malvenda *& aliorum Epiſtola & Obſervationes cum Notis* Mic. Vaſſorii. *in* 4.
*Vaſſets* (l'Abbé de) Traité du Merite. *in* 12.
Verheyen (Phil.) *Corporis Humani Anatomia.* fig. in 8.
Vieuſſens (Raym.) *Epiſtola Nova quædam in Corpore Humano Inventa exhibens.* in 4.
Vitriarii (Ph. Reinh.) *Inſtitutiones Juris Naturæ & Gentium.* in 8.
Vitringa (Camp.) *Anacriſis Apocalypſeos Joannis.* in 4.
Vorſtius (Jo.) *De Latinitate falsò & meritò ſuſpecta.* in 8.
——— *de Hebraïſmis & Adagiis N. T. ſive Philologia ſacra.* in 4.
Voet (Jo.) *Commentarius ad Pandectas.* 2 *voll.* in Foll.

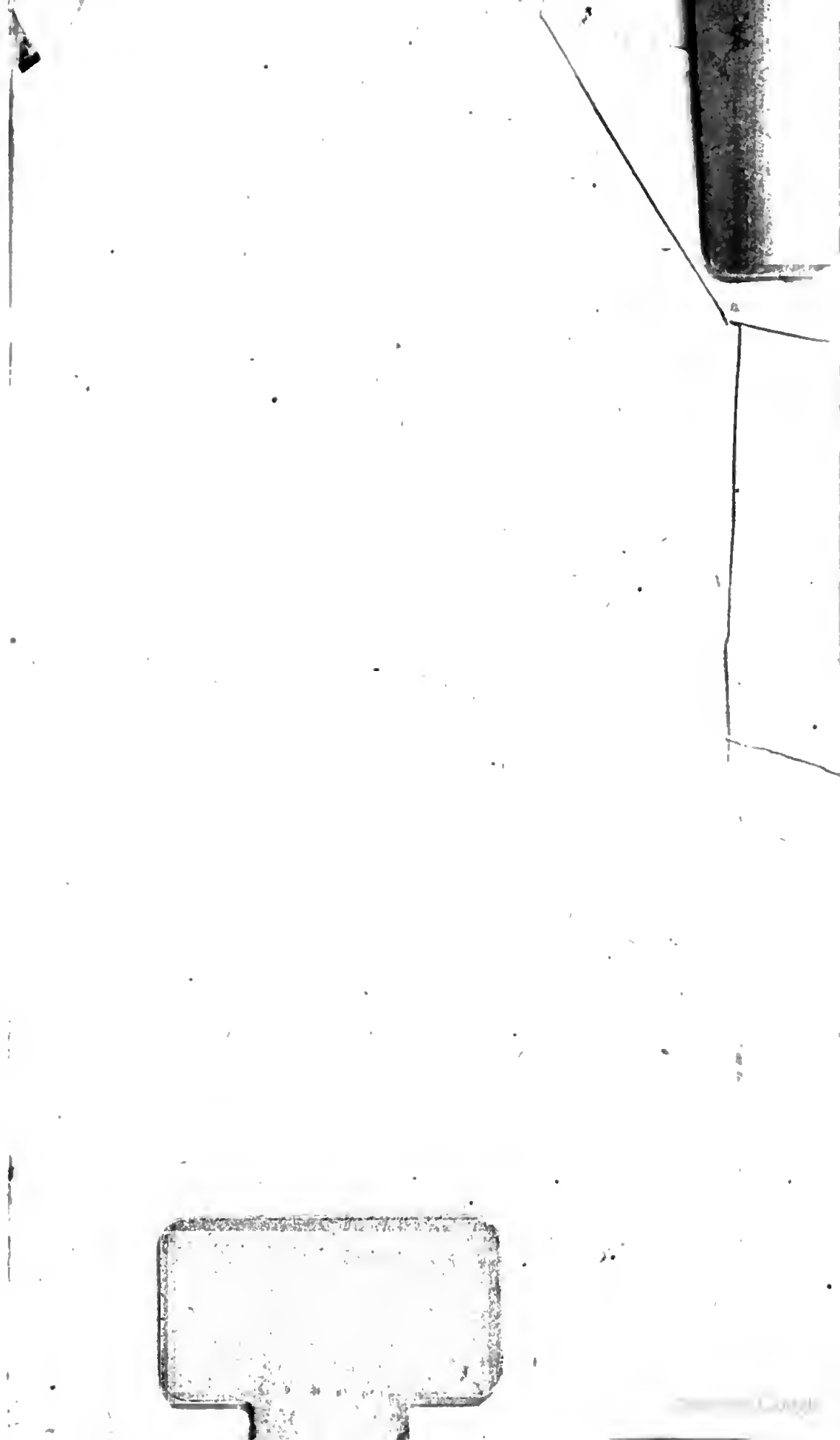
## W.

Wilde (Jac. de) *Gemmæ ſelectæ Antiquæ, ſive L. Tabulæ Diis Deabuſque Gentilium ornatæ.* in 4.
Wolfii (Ido.) *Obſervationes Chirurgico-Medicæ, cum Scholiis & variis interſperſis hiſtoriis Medicis.* in 4.

## X.

Xenophontis *Opera omnia, una cum Chronologia Xenophontea* H. Dodwelli, &c. 6 *voll.* in 8. *Oxon.*

## Y.

Yvon (Pierre) Caractere de la V. & de la N. Alliance. *in* 8.

FIN.